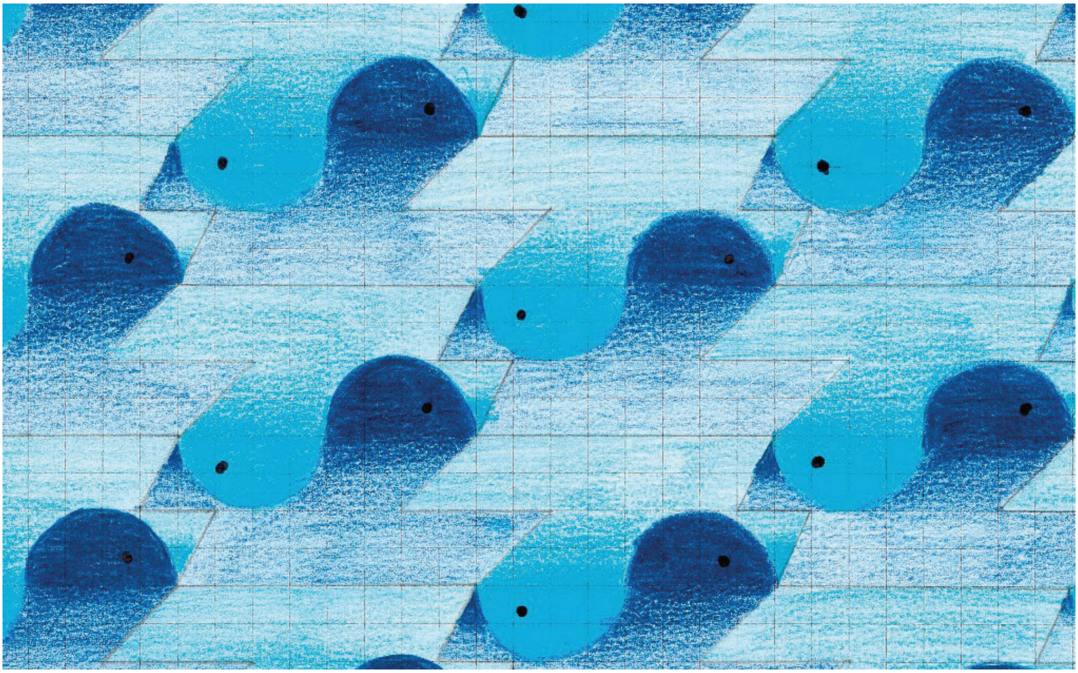
MATH-ÉCOLE

221

Mai 2014



Math-Ecole (en ligne)
ISSN 2296-715X

Math-Ecole

221
Mai 2014

sommaire

Editorial 3
Céline Vendeira

Polygones en paille 5
André Scheibler

Prochain colloque COPIRELEM : Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ? 9
COPIRELEM

Les questions de l'enquête internationale PISA- sciences concernent-elles les élèves genevois ? 10
Laura Weiss

1/9801 :évolution du milieu d'une division un peu particulière (Partie 2) 16
Christine Del Notaro

**La dyscalculie chez l'enfant : pathologie isolée ou associée ?
Conférence à la HEP du canton de Vaud** 22
Thierry Dias et Michel Deruaz

Fonder l'algèbre élémentaire : programmes de calculs, formules, calculatrice 23
Ruhal Floris

**Résultats d'une enquête internationale sur la démarche d'investigation
Partie I – Attitude des enseignants genevois** 30
Rémy KOPP et Laura WEISS

Les trucs en classe de mathématiques : quand et pourquoi ? 35
Adolphe Adihou et Patricia Marchand

**Math-Ecole n°222
Numéro spécial thématique en version papier** 41
Comité éditorial

Editorial

Céline Vendeira

Comment engager des enseignants à écrire dans Math-Ecole ?

Qui écrit pour la Revue et pour quel lecteur ?

La politique éditoriale de Math-Ecole est claire quant au public cible de la Revue. Il est en effet mentionné à plusieurs reprises sur le site Internet de la Revue (http://www.math-ecole.ch) qu'elle « *s'adresse aux enseignants du primaire et du secondaire, y compris du spécialisé, qui enseignent les mathématiques, aux formateurs de terrain ou universitaires, aux chercheurs en didactique des mathématiques et aux étudiants en formation initiale, mais aussi à toute personne désireuse de s'informer sur les travaux récents ou de partager des expériences touchant à l'enseignement et à la didactique des mathématiques* ». Malgré le public large à qui s'adresse la Revue, elle a toutefois la prétention d'intéresser en priorité les enseignants ; car comme nous pouvons le lire, toujours sur le site Internet de la Revue, elle « *s'adresse* ***avant tout*** *aux enseignants romands de tous les niveaux scolaires* ».

Et qu'en est-t-il des auteurs potentiels ? Car si le public cible est l'enseignant quel va être l'auteur qui va pouvoir l'intéresser ! Voici ce que nous trouvons une fois de plus sur le site de la Revue « *La sélection des articles sera attentive à permettre une représentation […] des auteurs (chercheurs, formateurs, enseignants, étudiants), et s'attachera à varier les types de textes proposés (propositions d'activités, résultats de recherche, articles d'actualité, etc.)* » en s'ouvrant aussi à des articles concernant l'enseignement des sciences à l'école.

Utopie ?

Ainsi Math-Ecole ambitionne de publier des articles rédigés aussi par des enseignants eux-mêmes et par des étudiants. Si nous faisons un bref retour sur les derniers numéros parus, depuis le numéro 218 qui a marqué la renaissance de la Revue après une interruption de 6 ans, nous constatons que la majorité des articles sont rédigés par des chercheurs ou des formateurs qui tentent autant que possible de proposer des sujets en adéquation avec les préoccupations des enseignants. Nous pouvons également noter que des étudiants ont également proposé des articles dans les trois derniers numéros. Les propositions faites par les étudiants sont, pour la plupart, des analyses d'activités tirées des moyens d'enseignement suisses romands comprenant une analyse *a priori* de l'activité, une expérimentation avec des élèves à partir de cette activité qu'ils ont pu réaliser lors de leurs stages, puis une analyse *a posteriori*. Nous avons ainsi une analyse de l'activité « l'escalier » pour des 7P Harmos (Math-Ecole n° 218) par Lucie Passaplan et Sébastien Toninato, étudiants FEP[1], de l'activité « le crapaud » pour des 8P Harmos (Math-Ecole n°220) par Julien Sourgens, Camille Batardon et Catia Castronuovo, étudiants FEP, de l'activité « Totem » pour des 5P Harmos (Math-Ecole n° 220) par Lucie Passaplan étudiante FEP. Un autre article a également été proposé par Jimmy Serment, étudiant de la HEP Lausanne, relativement à la narration d'une séquence didactique sur les constructions géométriques dans l'espace avec des enfants en difficultés scolaires au secondaire 1 (Math-Ecole n° 218) .

Mais qu'en est-t-il des professionnels ? Est-ce que les enseignants nous proposent des narrations d'expériences, des idées d'activités, des réflexions sur l'enseignement des mathématiques ? Si l'on se réfère aux trois derniers numéros, seuls deux enseignants ont proposé un article. Le premier de Stéphanie Dénervaud Ruchet[2] s'est intéressé à l'apprentissage de la numération en contexte spécialisé à partir des rythmes et des mélodies « *pour faire ressentir, pour faire vivre, puis pour conceptualiser l'usage du nombre* » (Math-Ecole n°218, p. 56) et le second de Christian Cange propose une narration d'expérience dans une classe d'une institution spécialisée autour de la mesure d'angle (Math-Ecole n° 218).

1 *Formation enseignement primaire, Université de Genève.*
2 *Article issu de son travail de mémoire de Master.*

Realité…

Ces deux propositions sont bien peu nombreuses par rapport à l'ensemble des textes publiés. Toutefois, sans vouloir trop dévoiler le contenu des prochains numéros, il se trouve que plusieurs projets d'articles sont en cours par des professionnels œuvrant sur le terrain. Ainsi, même si leurs propositions sont moins fréquentes, les enseignants ont des expériences et des réflexions à transmettre. Nous leur rappelons que si le temps leur manque, nous sommes prêts à leur apporter un coup de main dans la rédaction de leur article car ils sont les porteurs d'une voix importante à propos des questions touchant à l'enseignement des mathématiques !

Polygones en paille

André Scheibler

Groupe DDMES (didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé)

Introduction.

Cette narration est tirée d'une série d'expérimentations menées dans une institution spécialisée.

On entend par narration un exposé présentant un travail de recherche, ici en didactique des mathématiques. Pour une compréhension plus avancée de ce concept, voir sous http://www.ssrdm.ch/spip1/spip.php?article62 . Il ne s'agit pas d'une proposition d'activité. Mais le lecteur pourrait s'en inspirer pour en créer une.

Cette narration présente une phase d'une série de tâches concernant la géométrie des polygones, qui s'inscrivent ici dans l'espace. Des modèles de polygones sont fabriqués à l'aide de pailles (ou chalumeaux), ces tubes en plastique que l'on utilise pour consommer une boisson. On en coupe des sections, dans lesquels on passe une ficelle, et l'on referme la boucle en nouant serré, sans déformer les pailles.

L'intention de l'expérimentateur est, entre autres, de mettre en évidence la rigidité d'un triangle ainsi fabriqué, contre la non rigidité de tout polygone à 4 côtés ou plus. Mais je laisse le soin au lecteur d'y voir quel intérêt cela pourrait avoir, ou non, avec les concepts de polygones tels qu'ils sont considérés dans l'enseignement obligatoire, ou plus fondamentalement, avec les concepts de géométrie plane et de géométrie spatiale. Il pourrait se demander aussi si de tels objets de l'espace, dont certains ne sont pas rigides (il y en a sur l'image 1), peuvent encore être considérés comme des polygones.

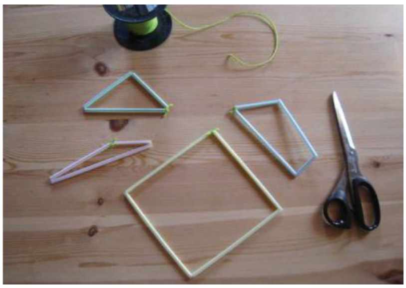


Image 1

Il y aurait encore, dans ce chapitre de la géométrie, un débat à faire sur les définitions formelles d'objets mathématiques, comme par exemple l'ensemble des polygones, et des objets concrets de la vie courante qui sont systématiquement évoqués dans ce même enseignement, comme illustrations d'objets mathématiques, ou exemples d'applications de ceux-ci. Volontairement, cette narration ne dit pas tout ici, afin de laisser au lecteur ce champ de réflexion. Je l'invite d'ailleurs fortement à réaliser lui-même les objets demandés aux élèves et, avec ces objets, suivre, en tentant de les reproduire, les expériences dont ils parlent.

Narration.

Après avoir rappelé rapidement quelques définitions comme triangle, quadrilatère, polygone, la tâche consiste à construire avec des pailles un triangle, puis un quadrilatère, puis d'autres polygones. Je présente ici les dialogues qui ont ponctué les actions entre Bra, Bri (environ 13 ans) et l'expérimentateur (Exp.), après que chacun des élèves ait fabriqué rapidement un triangle.

Exp. : avec des pailles, faites un quadrilatère.

Sur la table se trouvent bientôt plusieurs réalisations : triangles et quadrilatères, celles faites par les élèves, et celles de l'expérimentateur.

Bra (qui a coupé 4 pailles isométriques) *: j'ai fait un carré.*

Exp. : Est-ce un carré ?

Bri : si on le met à plat oui, mais comme ça (le déformant entre ses doigts) *non.*

Exp : comme ça, tu veux dire quoi ?

Bri : un peu de traviole, ça bouge.

Exp : (saisissant d'autres quadrilatères se trouvant sur la table, et les articulant dans tous les sens) *ce sont des quadrilatères ?*

Bra : oui.

Bri : non, seulement si on les met à plat (désignant ceux sur la table).

Exp : ce sont tous des quadrilatères, parce qu'ils ont 4 côtés. Et puis avec ça (en montrant un triangle fait en chalumeaux) *ça bouge aussi ?*

Bra : non, parce qu'il n'a pas 4 côtés, on peut pas parce qu'il n'y a que 3 côtés.

Exp. : on peut dire que celui-là (montrant le quadrilatère que Bri tenait dans sa main) *n'est pas plat, est-ce un quadrilatère ?*

Bra : oui, parce qu'il a 4 côtés.

Bri : du moment qu'il a 4 côtés...

Exp : peu importe la forme, plat ou pas plat, du moment qu'il a 4 côtés, c'est un quadrilatère.

Bra : et celui-là, c'est un triangle, on peut pas le mettre pliable.

Exp. : il est tout le temps plat (Exp. lance ce triangle en l'air)*, on peut pas le plier, pour le plier, il faudrait tordre les côtés.*

Exp : je vous demande un truc difficile. Est-ce que l'on arriverait à faire un quadrilatère tout le temps plat ?

Bra : je pense que oui, si vous le demandez, je pense que c'est possible.

Exp : attention, parfois je demande des trucs impossibles !

Bra : il faudrait qu'il y ait jamais un côté l'un en face de l'autre, un angle l'un en face de l'autre ; comme ici (montrant le triangle)*, il y a quand même un angle l'un en face de l'autre, mais c'est sur la même barre.*

Cette affirmation de Bra est présentée ici mot à mot ; l'expérimentateur se trouve dans la situation d'en interpréter le sens ; ce qu'il fait à cet instant, mais avec réserve, ce n'est qu'une hypothèse, et il reprend alors une même expression de Bra pour évoquer la tâche suivante à réaliser. Au lecteur : qu'auriez-vous interprété à ce moment-là, et fait ? (Vous lirez en fin d'article quel a été l'interprétation de l'expérimentateur).

Exp : donc il faut trouver une forme qui n'a pas d'angle l'un en face de l'autre ?

Bra : c'est faisable.

Bri : j'ai trouvé ! Une grande barre, une petite, une grande, une petite. C'est en serrant que ça marche (il construit un tel modèle).

Bra : il est faux, même en serrant ça marche pas.

Bri : il faut bien serrer, justement pour que les pailles entrent l'une dans l'autre.

Bra : oui, mais si tu as quatre barres non creuses ?

L'interprétation de l'expérimentateur ici est que Bra évoque une construction de triangles ou quadrilatères selon le même modèle, mais avec des tiges pleines, comme des tiges fines de fer par exemple. Les propriétés physiques sont identiques, mais les tiges pleines ne peuvent plus entrer les unes dans les autres comme une paille creuse pourrait entrer dans une autre paille creuse. Mais ici, ces dispositifs expérimentaux utilisés pour argumenter (polygones fabriqués avec des tiges non creuses, ou faire entrer une paille dans une autre), sont pensés, mais non réalisés.

Bri : peut-être si tous les côtés sont différents... (il essaie) *je les ai pas fait avec précision, je les ai fait à l'arrache.*

Bra : à moins que le polygone ressemble beaucoup... (désignant le triangle).

Exp. : et si l'on colle deux triangles l'un contre l'autre, dessinez cela à main levée (ils le font).

Figure 1

Bra : si l'on colle l'un contre l'autre deux triangles comme celui-ci (montrant un triangle réalisé en paille)*, si on colle avec de la colle, c'est plat, avec de la ficelle, c'est pas plat.*

L'interprétation de l'expérimentateur est que Bra évoque le côté commun comme jouant le rôle d'une charnière : utiliser de la colle consisterait à souder la charnière lorsque les deux triangles sont posés sur la table. Coller avec de la ficelle serait laisser sa mobilité à la charnière.

Bri : ça va faire ça (geste mimant avec ses mains deux triangles attachés par un côté commun, jouant le rôle de charnière).

Exp : (réalise ces deux triangles)

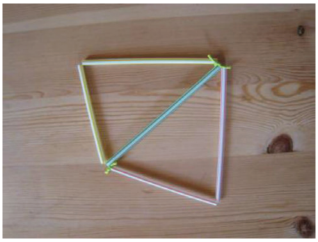


Image 2

Bri : ça va faire ça (même geste, avec la réalisation ci-dessus cette fois).

Exp : (reprenant les deux triangles joints par un côté) *c'est quoi ce que je viens de faire ?*

Bra + Bri : un quadrilatère.

Exp : et ce segment là (désignant le côté commun) *?*

Bra + Bri : c'est la diagonale.

Exp : et si l'on mettait deux diagonales (Exp. présente une deuxième diagonale en tendant un morceau de paille séparément) *?*

Bra + Bri : tout serait bloqué.

Exp : alors on aurait la réponse à ma question, comment faire un quadrilatère rigide, qui n'est pas mobile ?

Bra + Bri : et ben, on met ses diagonales.

Exp. : alors, que se passe-t-il si on met une deuxième diagonale, peut-on faire un quadrilatère plat ?

Bra : pas possible, parce qu'il faudrait faire un trou dans une paille pour laisser passer l'autre.

Interprétation de l'expérimentateur : Bra a compris mentalement que lorsque les deux diagonales ne se coupent pas, le quadrilatère avec ses deux diagonales constituent un objet rigide, mais non plat, un tetraèdre (mais ce terme n'est pas prononcé). Par contre, si ces deux diagonales se coupaient, le quadrilatère serait plat. Mais une telle réalisation est ici techniquement non réalisable, parce qu'il faudrait déformer l'une des pailles diagonale, ou « *faire un trou dans une paille pour laisser passer l'autre* ».

Revenons à la première condition exprimée par Bra pour répondre à la tâche :

Exp : je vous demande un truc difficile. Est-ce que l'on arriverait à faire un quadrilatère tout le temps plat ?.

Bra répond très vite

Bra : il faudrait qu'il y ait jamais un côté l'un en face de l'autre (se reprenant)*, un angle l'un en face de l'autre ; comme ici* (montrant un triangle en paille)*, il y a quand même un angle l'un en face de l'autre, mais c'est sur la même barre.*

L'interprétation de l'expérimentateur fut à ce moment-là que *angle*, pour Bra, était un angle-plan, et que deux angles l'un en face de l'autre, cela désignait alors deux angles-plan se faisant face dans un même plan commun. Autrement dit, s'ils ne se font pas face, ils ne sont pas dans le même plan. Cette interprétation suppose que Bra a exprimé une condition négativement (« *il faudrait qu'il y ait jamais* ») et que l'expression de Bra est une fausse négation. De telles erreurs d'expression sont fréquentes dans les échanges, et parfois le contexte les corrige sans qu'il soit nécessaire de le dire sur le moment. Cette interprétation de l'expérimentateur sera reprise par lui lors de la leçon suivante, dans un rappel qu'il fait de ce que les élèves ont dit. Il dira :

Exp : Bra a dit que un quadrilatère est tout le temps plat si il y a deux angles en face l'un de l'autre.

Bra démentira catégoriquement avoir dit cela. Et la suite de l'expérimentation montrera que ce que Bra voulait dire, et qui donne une nouvelle interprétation à l'expérimentateur, c'est que s'il y a deux angles en face l'un de l'autre, c'est qu'une charnière les sépare, qu'il peut donc s'articuler autour de cette charnière, et de cette manière ne pas être plat.

Se révèle donc dans cette leçon suivante, le fait que Bra fait référence à un modèle de sa pensée, avec lequel il peut jouer en pensée, il imagine déjà cette charnière autour de laquelle s'articule le quadrilatère, et le rend non plat. L'expérimentateur ne l'avait pas perçu ainsi sur le moment.

La dernière réplique de Bra ci-dessus présentée :

*Bra : pas possible, parce qu'il faudrait faire un trou dans une paille pour laisser passer l'autre*laisse penser que Bra a en fait énoncé le critère de « platitude » d'un quadrilatère. Il l'exprimera d'ailleurs plus tard en termes directs : « *il faut que les diagonales se coupent* ». Lors d'une leçon suivante, la tâche étant de dessiner sur les faces d'un cube un quadrilatère, une face du cube ne pouvant contenir qu'une seule arête du quadrilatère, les productions suivantes sont réalisées assez rapidement sur des cubes en polystyrène (sagex), et sur des cubes dessinés en perspective cavalière :

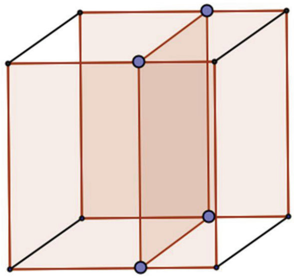


Image 3

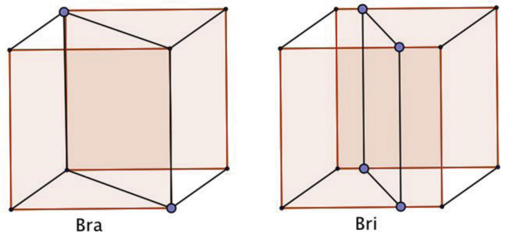


Image 4

Mais dans une production suivante :

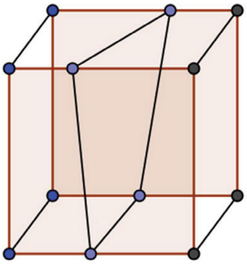


Image 5

La tâche étant de s'assurer que le quadrilatère est plat, Bra ne se souviendra pas de la condition qu'il avait pourtant exprimée.

Prochain colloque COPIRELEM : Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?

COPIRELEM[1]

Ce colloque est organisé par la COPIRELEM. Il est ouvert à tous les formateurs qui participent à la formation en Mathématiques des Professeurs des Écoles[2] et des Collèges, à tous les enseignants (primaire, secondaire et supérieur), et aux chercheurs en didactique des mathématiques. Le thème du prochain colloque s'articulera autour de la difficile question des ressources (ressources pour l'enseignant, pour les formateurs etc.), de leur appropriation et des transpositions possibles : Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?

Ce colloque se tiendra à Mont-de-Marsan, en France, les 18, 19 et 20 juin 2014.

Trois conférences de chercheurs internationaux, suivies de débats, jalonnent les trois jours du colloque. Lieux d'information, de formation et d'échanges, les colloques de la COPIRELEM fonctionnent en grande partie grâce à l'apport des participants lors d'ateliers ou de communications.

Thème du colloque 2014

Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?

L'étude des ressources, qu'elles soient à disposition des enseignants, des formateurs, ou même des élèves, apparaît aujourd'hui comme déterminante en didactique des mathématiques. Étant donné la richesse de ce sujet, il sera traité sur deux ans.

1 Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire, http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique12.

2 Terme correspondant à enseignant primaire en Suisse romande.

Quand on évoque les ressources, une grande variété émerge : programmes, documents d'accompagnement et autres textes officiels, manuels scolaires y compris manuels numériques, ouvrages pédagogiques et didactiques, mallettes pédagogiques, vidéos, logiciels dont didacticiels, ressources en ligne notamment pour la formation à distance, etc.

Cette diversité dans les ressources s'accompagne d'une grande variété dans leurs usages dans les classes et en formation, ce qui entraîne de multiples approches au niveau théorique : on fait référence ici aux ressources disponibles, mais il serait tout aussi pertinent d'interroger les ressources manquantes qui pourraient répondre aux besoins spécifiques des enseignants et des formateurs.

Dans ce colloque, seront abordés les thèmes suivants : la conception de ressources, leur diffusion, leurs usages, leurs transformations, leur mutualisation, …

Dans ce panorama, c'est bien l'ensemble de l'activité de l'enseignant, hors classe comme en classe, qui sera considéré, sans négliger l'articulation de la question des ressources avec la recherche et la formation.

Des outils théoriques et méthodologiques (médiation sémiotique, approche instrumentale, théorie de l'apprentissage situé et des communautés de pratique, théorie anthropologique du didactique, théorie des situations didactiques, théorie de l'action conjointe entre autres) existent dans la littérature didactique pour étudier les ressources. Ils pourront servir de points d'appui, au service des nombreuses questions qui seront posées au cours de ce colloque.

L'annonce a été diffusée cet hiver et est disponible sur le site du colloque : http://www.colloquecopirelem.fr ainsi que les conférenciers. Les informations concernant les modalités d'inscription au colloque sont disponibles sur le site du colloque et sur le site de la COPIRELEM que nous vous invitons à consulter afin de mieux connaître notre commission et nos actions pour contribuer à l'amélioration de la formation des enseignants.

A bientôt à Mont-de-Marsan !

Les questions de l'enquête internationale PISA- sciences concernent-elles les élèves genevois ?

Laura Weiss

Institut Universitaire de Formation des Enseignants, Université de Genève

Introduction

Nous présentons ici les résultats d'une enquête menée en 2011 auprès d'élèves genevois de classes du Cycle d'orientation de 10e et 11e Harmos[1]. Cette recherche ayant déjà fait l'objet de plusieurs présentations à des congrès[2], et d'un article scientifique (Weiss & Mueller, soumis) nous nous intéressons ici essentiellement à ses résultats.

Tous les trois ans, les tests PISA ont l'ambition d'évaluer le niveau culturel des élèves de 15 ans des pays de l'OCDE et d'autres pays qui désirent participer à ces tests, en vue de contribuer à la formation d'adultes capables de s'intégrer de façon responsable dans la société actuelle. Entre la première passation PISA en 2000 et la dernière en 2012, le nombre de pays qui ont évalué leur système éducatif à travers l'évaluation des compétences de leurs élèves par des tests PISA est passé de 32 à plus de 70, ce qui prouve l'engouement que ces tests ont créé chez les responsables des politiques éducatives, aussi bien dans les pays se targuant d'une instruction publique à la pointe du progrès que dans ceux qui peinent à procurer une formation scolaire jusqu'à 15 ans à toute leur population. Pour prendre en compte les différentes facettes de la culture d'aujourd'hui, PISA alterne les centres d'intérêt des tests : ainsi un accent particulier est porté une année sur la « littératie », une autre fois sur la culture mathématique, sur la culture scientifique ou encore la capacité à résoudre des problèmes (qui ne sont pas compris comme des tâches scolaires, mais justement des situations nouvelles pour les élèves). L'OCDE en profite pour prendre la mesure d'autres éléments contribuant à faciliter l'accès à la culture, comme par exemple le matériel informatique à disposition des élèves, ou leur intérêt pour les sciences.

En ce qui concerne l'enquête PISA 2006 qui était centrée sur la culture scientifique, PISA définit celle-ci de façon assez large :

> *« les connaissances scientifiques de l'individu et sa capacité d'utiliser ces connaissances pour identifier les questions auxquelles les sciences peuvent apporter une réponse […] ;*
>
> *la compréhension des éléments caractéristiques des sciences en tant que forme de recherche et de connaissance humaine ;*
>
> *la conscience du rôle des sciences et de la technologie dans la constitution de notre environnement matériel, intellectuel et culturel ». (OCDE, 2007, p. 39)*

En effet les concepteurs de PISA considèrent que notre société scientifique et technologique nécessite de la part des citoyens des compétences en sciences. Cette culture scientifique devrait contribuer à revivifier l'intérêt pour les sciences et les techniques auprès des jeunes et lutter ainsi contre la désaffection vis-à-vis des études scientifiques qui devient un problème important dans les pays occidentaux (Rocard, 2007).

Cependant les programmes d'enseignement scientifique peuvent être très différents selon les pays, aussi bien en ce qui concerne les disciplines, qui peuvent être des sciences intégrées ou certaines disciplines spécifiques comme la biologie, la physique, la chimie, la géologie, l'astronomie, etc. que pour les chapitres étudiés à l'intérieur de ces disciplines. Malgré l'adoption du Plan d'Etudes Romand (PER), curri-

1 *Elèves de 14-15 ans du secondaire 1.*

2 *Deuxièmes journées d'étude S-Team. Diffusion et effets des démarches d'investigation dans l'enseignement scientifique. Grenoble, 10-11 mai 2011 ; 7e Forum Suisse en Didactique des Sciences de la Nature, 20 janvier 2012, Gossau ; Jena13 Deutsche Physikalische Gesellschaft. Jena (DPG(Tagung.(, 25. Februar - 1. März 2013 ; ESERA2013, Nicosie, 2-7 septembre 2013 ; 8. Schweizer Forum Fachdidaktiken Naturwissenschaften, 24. Januar 2014, Luzern; New Perspectives In Science Education, Florence (Italy), 20-21 March 2014.*

culum commun à toute la Suisse romande pour l'école obligatoire en vigueur depuis 2011, des différences peuvent subsister sur ce qui est enseigné et appris dans les différentes classes de la partie francophone de la Suisse. C'est dire combien il serait difficile de trouver un contenu commun aux programmes des sciences des différents pays. Mais PISA, à travers sa définition de la culture scientifique, met moins l'accent sur les connaissances scientifiques des jeunes que sur leur capacité d'appréhender des situations de façon scientifique, ce qui devrait rendre moins nécessaire d'avoir un corpus commun sur lequel poser les questions du test. En outre, les situations scientifiques qui peuvent se présenter au citoyen sont rarement inscrites dans un champ académique précis, comme la chimie ou la géologie, mais font plutôt appel à des connaissances à la frontière entre plusieurs disciplines, auxquelles s'ajoute fréquemment la technologie :

> *« l'enquête PISA cherche à évaluer les savoirs et savoir-faire des élèves, non pas en les dissociant les uns des autres, mais en les rapportant à la capacité des élèves de réfléchir à leurs connaissances et à leurs expériences et de les exploiter dans des situations inspirées de la vie réelle ». (OCDE, 2007, p. 21)*

Pour prendre en compte ces arguments, PISA a opté pour des questions choisies dans des domaines scientifiques qui font débat dans la société ou qui sont en lien avec des progrès technologiques récents.

La table 1 montre les domaines dans lesquels PISA a puisé les questions posées aux élèves. Avec trois contextes allant de la centration sur le jeune vers des problèmes qui concernent toute l'humanité et cinq champs d'intérêt souvent présents dans les médias, les questions PISA balaient largement les problématiques de la science et la technologie actuelles. En contrepartie, les questions posées sont moins pointues du

	Contexte personnel : l'individu, sa famille et ses semblables	**Contexte social : la communauté**	**Contexte global : la vie dans le monde**
Santé	Préservation de la santé, prévention des accidents et nutrition	Prévention des maladies, transmission des maladies, choix alimentaires et santé publique	Gestion des épidémies et propagation de maladies infectieuses
Ressources naturelles	Consommation personnelle de ressources et d'énergie	Maintien de la qualité de la vie humaine, sécurité, production et distribution d'aliments et approvisionnement en énergie	Énergies renouvelables et non renouvelables, systèmes naturels, croissance démographique et exploitation durable des espèces
Qualité de l'environnement	Comportement respectueux envers l'environnement, utilisation des ressources et élimination des déchets	Démographie, gestion des déchets, impact sur l'environnement et météorologie locale	Biodiversité, durabilité environnementale, contrôle de la pollution et épuisement et régénération des sols
Risques	Risques naturels et dus à l'homme, décisions concernant le logement	Changements rapides (séismes, temps violent), changements lents et progressifs (érosion des côtes, sédimentation), évaluation des risques	Changement climatique et impact des guerres modernes
Frontières des sciences et de la technologie	Intérêt pour les explications scientifiques de phénomènes naturels et hobbies, sports et loisirs liés aux sciences, y compris la musique et les technologies utilisées à titre individuel	Matériaux, appareils et procédés nouveaux, modification génétique et transport	Extinction des espèces, exploration spatiale et origine et structure de l'univers

Table 1 : les domaines et les contextes des questions PISA sciences (OCDE, 2007, p.41)

point de vue des connaissances, une partie de ces dernières pouvant être fournie dans le texte d'introduction à la question, mais demandent souvent un raisonnement scientifique ou du moins un traitement logique des informations.

Ces contextes montrent que les questions PISA sciences ne sont pas des exercices livresques d'une certaine science scolaire construits en vue de l'application de la théorie, mais des situations « authentiques », dans le sens où elles présentent des problématiques de la vie réelle.

Le concept d'authenticité

Le concept d'authenticité a pris une grande importance ces dernières années en didactique des sciences, particulièrement en lien avec l'orientation Context-Based Science Education (CBSE), qui préconise de mieux relier l'enseignement des sciences à l'école à des problèmes de société. Il va de pair avec la notion d'intérêt dont le sens est plus univoque et donc moins discuté. Une compréhension basique et largement répandue du terme, en partant de son origine du grec *authentikós* : vrai et du latin *authenticus* : certifié officiellement, définit comme authentique un apprentissage relié à des contextes et des expériences réelles (ou du moins réalistes) que les apprenants ont rencontré ou sont supposés rencontrer dans leur vie hors du cadre spécifique de l'apprentissage. Ce point de vue correspond à un premier aspect de l'authenticité : l'authenticité factuelle (la situation existe dans le monde réel). Dans le cadre de la CBSE, l'authenticité disciplinaire est aussi essentielle : les apprenants réalisent que les concepts et les outils de la discipline étudiée permettent de résoudre le problème. D'autres aspects de l'authenticité sont cependant répertoriés dans la vaste littérature sur le sujet. Parmi ceux-ci, en suivant Shaffer et Resnick (1999), il faut prendre en compte l'authenticité personnelle : la situation a du sens pour l'apprenant qui considère qu'elle est réaliste et surtout qu'elle le concerne. PISA affirme en le formulant un peu différemment, que les questions choisies sont authentiques et intéressantes pour les élèves :

> *« Ces contextes ont été choisis en raison de leur pertinence par rapport à la vie et aux centres d'intérêt des élèves et illustrent des situations en rapport avec les sciences que les adultes rencontrent souvent ». (OCDE, 2007, p.40)*

C'est ce point de vue que nous analysons dans cet article sur la base d'une enquête auprès d'élèves genevois de 14-15 ans. Nos questions de recherche sont donc les suivantes :

Quelle est la perception des élèves à propos de l'authenticité des questions PISA ? Sont-elles « pertinentes par rapport à leur vie » ? En mesurent-ils les enjeux pour notre société? Ces questions rencontrent-elles les « centres d'intérêt des élèves » ? En outre, comme il a été montré que l'auto-estime contribue largement à la motivation pour un sujet, nous nous demandons si les élèves se considèrent compétents vis-à-vis de ces questions.

Dans un prochain article, nous relaterons les réponses des enseignants sur le même sujet en nous intéressant aussi à leur opinion à propos des perceptions de leurs élèves.

Méthodologie

Le questionnaire[3]

Nous sommes partis d'un questionnaire mesurant la motivation des élèves élaboré et validé en Allemagne lors d'une très large enquête nommée NSP concernant plus de 1000 élèves à propos d'un enseignement de la physique basé sur l'utilisation d'articles de journaux (Kuhn, 2010). Trois dimensions de la motivation sont explorées : l'authenticité (RA), l'intérêt (IE) et l'auto-estime (SC) avec une échelle de Likert d'attitudes à 6 points (comme les notes scolaires). Notre traduction du questionnaire a conservé une très bonne consistance interne[4]. Le questionnaire présente d'abord une unité PISA[5] à laquelle il n'est pas demandé de répondre, puis une série d'affirmations concernant l'authenticité (« cette question concerne la vie hors de l'école » ; « résoudre cette question est utile pour notre société »), l'intérêt (« j'ai envie de parler de cette ques-

3 Accessible ici.
4 Alpha de Cronbach de l'ordre de 0.9.
5 Une unité PISA est constituée d'un texte et d'items (questions) à ce propos.

tion avec mes amis » ; je voudrais faire des recherches sur internet à propos de cette question ») et l'auto-estime (« j'aurais des bonnes notes si on m'interrogeait sur cette question », « je sais répondre à ce genre de question »).

Le choix des unités PISA a été plus délicat. Comme le questionnaire était passé pendant un cours de physique, il fallait que les unités PISA soient en lien avec la physique (authenticité disciplinaire). Parmi les unités publiées (OCDE, 2007), 5 peuvent être considérées comme faisant appel à des concepts de physique et chimie[6]. Ce sont :

- *Pluies acides* qui propose une expérience faite par des jeunes pour comprendre pourquoi les pluies acides ont grignoté le marbre des statues de l'Acropole ;
- *Grand Canyon* qui, parmi ses items, en a un qui s'intéresse à la gélifraction ;
- *Vêtements* qui est un article de journal à propos des « tissus intelligents » avec des questions de compréhension du texte et une question sur l'appareil de mesure du courant électrique ;
- *Ecrans solaires* qui met en scène deux jeunes testant expérimentalement la protection offerte par des crèmes solaires ;
- *Effet de serre* où des graphiques de l'augmentation de la température terrestre et des émissions de CO_2 au cours du dernier siècle sont à mettre en relation.

Comme le temps à disposition ne permettait pas d'interroger les élèves à propos des 5 unités, nous avons choisi les 3 dernières, puisque *Pluies acides* pose des questions de chimie et est similaire du point de vue du contexte à *Ecrans solaires* (une expérience faite par des jeunes) et que *Grand Canyon* comporte aussi des items plus en lien avec la biologie et la géologie.

Les élèves

Nous avons reçu les réponses valides de 143 élèves entre 14 et 16 ans. Ils proviennent de 4 Cycles d'orientation (CO), de 14 classes, dont 4 de 8e et 10 de 9e, 10 de regroupement A et 4 de regroupement B[7] avec 6 enseignants de physique qui ont accepté de passer le questionnaire. Le nombre de filles et de garçons est équilibré, alors que le faible nombre de classes de 8e s'explique parce que la physique y est optionnelle et la proportion d'élèves B de notre échantillon est de peu inférieure à la proportion d'élèves B dans le canton. La table 2 montre la distribution des élèves.

Élèves	8ème (33)		9éme (110)		Total (143)	
	m	f	m	f	m	f
A (121)	15	13	42	51	57	64
B (22)	2	3	15	2	17	5
Total	17	16	57	63	74	69

Table 2 : distribution des répondants selon le genre, le degré scolaire et le regroupement A ou B

Les résultats

Les résultats sont donnés sous forme de pourcentage de la valeur maximale (6 = 100%, 1 = 0%).

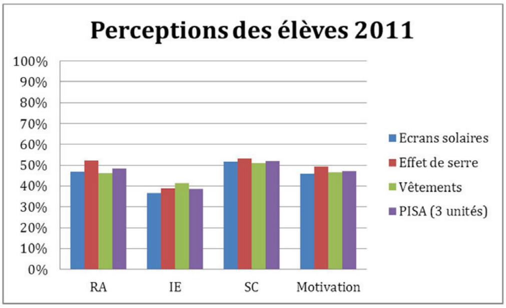


Figure 1 : perceptions des élèves à propos des unités 3 PISA. RA : authenticité, IE : intérêt, SC : auto-estime ; Motivation : somme des 3 dimensions

La figure 1 montre clairement les appréciations mitigées des élèves à propos de l'intérêt des 3 unités PISA (autour de 40%), mais aussi de leur authenticité (autour de 50%). Les différences entre les unités ne sont pas très marquées : *Effet de serre* qui est un problème dont on parle depuis une dizaine d'années dans les journaux à propos des conférences internationales sur le climat est ressenti comme la plus authentique des trois unités (52% versus 47% en moyenne) mais

6 *Une initiation à la chimie fait partie du cours obligatoire de physique de 11e au cycle d'orientation genevois.*

7 *Le questionnaire a été passé en juin 2011, avant la réforme du CO.*

paradoxalement moins intéressante que *Vêtements*, qui, elle, est plus intéressante mais moins authentique. *Ecrans solaires* obtient les moins bons scores. Naturellement on peut se demander s'il est possible d'atteindre des valeurs plus élevées quand on interroge des élèves à propos de leur motivation vis-à-vis des tâches scolaires. En fait c'est le cas, comme le montre la figure 2, où les résultats de l'enquête allemande NSP (Kuhn, 2010), à laquelle nous avons emprunté le questionnaire de motivation, sont reportés, ainsi que ceux de leurs classes de contrôle. Il est intéressant de remarquer que si les unités PISA ont un moins bon score motivationnel que les tâches basées sur les journaux (NSP), elles sont potentiellement plus motivantes qu'un enseignement traditionnel (celui donné en Allemagne aux classes contrôle).

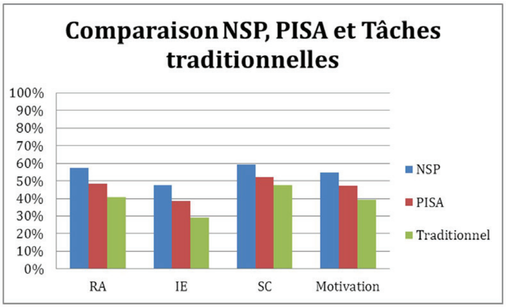


Figure 2 : comparaison de la motivation des élèves vis-à-vis de NSP, PISA et un enseignement avec des tâches traditionnelles (exercices scolaires). Issue de l'enquête allemande NSP (Kuhn 2010)

Nous avons aussi analysé nos données en fonction de facteurs comme le sexe des élèves, leur degré scolaire (8e versus 9e) et leurs performances scolaires (regroupement A versus B). On constate une importante différence en fonction du sexe des élèves statistiquement significative (voir Figure 3). En revanche les différences de motivation en faveur des élèves de 8e par rapport aux 9e (49% versus 47%) et des élèves du regroupement B par rapport au A (54% versus 46%) ne sont pas significatives. La figure 3 met en évidence que les garçons font preuve de plus d'intérêt, d'auto-estime et de motivation que les filles, et qu'ils considèrent les unités PISA plus authentiques. Cette différence de

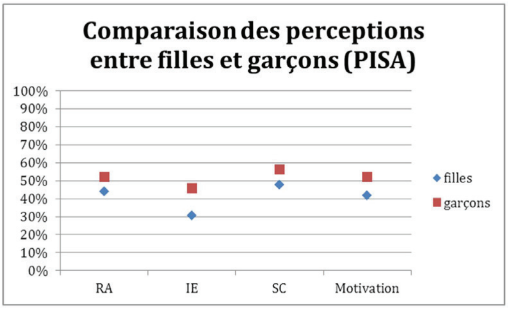


Figure 3 : comparaison des perceptions selon le genre pour les 3 unités (PISA). Les perceptions des garçons sont plus positives dans les 3 dimensions et les différences sont statistiquement significatives.

motivation envers la physique correspond aux conclusions des différents rapports PISA suisses, national (Zahner Rossier. & Holzer, 2007), romand et genevois (Moreau, 2008). En Suisse et à Genève les sciences sont une discipline masculine, comme le français est une discipline féminine.

Notre enquête peut toutefois être soumise à certaines critiques du point de vue méthodologique. D'une part, le moment de l'année scolaire où l'enquête a été menée, le mois de juin, n'est sans doute pas le plus favorable pour obtenir une attitude scolaire de la part des élèves. Nous l'avons constaté en devant écarter environ 7% de réponses qui étaient non cohérentes ou comportaient des commentaires comme « trop long, ça me soûle » ! Nous en profitons pour remercier ici les 6 enseignants qui ont bien voulu se prêter au jeu mais qui n'ont pu accorder 45 minutes de leurs leçons pour que les élèves répondent au questionnaire qu'une fois les EVACOM[8] passées et le programme de l'année plus ou moins bouclé. Un deuxième biais plus important est le fait que, contrairement à l'enquête NSP, il n'y a pas eu de tentative de donner un enseignement de physique sur la base des unités PISA. Les élèves ont dû imaginer que ces unités auraient pu faire l'objet d'un enseignement et répondre en fonction de cette situation hypothétique. Bien que cette situation corresponde totalement à la passation des tests PISA, nous avons tenté de mesurer

8 *Evaluations communes centralisées qui sont passées par tous les élèves du canton de Genève au même moment en fin d'année scolaire.*

la motivation des élèves non à être évalués par de telles questions mais à les considérer comme des sujets d'enseignement.

Conclusion

Nous avons présenté une « mesure » de la motivation des élèves vis-à-vis des unités PISA-sciences, parce qu'il est connu qu'une grande partie de la réussite de l'apprentissage est liée à la motivation des apprenants vis-à-vis du contenu à apprendre. Nous avons constaté que non seulement les élèves se disent peu à moyennement intéressés par les unités PISA, mais qu'en plus ils ne les considèrent pas aussi « authentiques » que PISA l'affirme dans son rapport (OCDE, 2007). Et pourtant si on prend les sujets abordés, par exemple la protection envers les rayons solaires pour ne pas développer de mélanome fait l'objet de campagnes régulières dans les pharmacies, les risques des changements climatiques s'affichent à la une dans les quotidiens à chaque conférence internationale sur le climat, et les « tissus intelligents » appartiennent à un domaine de recherche technologique particulièrement actif qui devrait permettre aux handicapés de gagner en autonomie. L'authenticité factuelle est donc bien présente. Mais cette facette de l'authenticité n'est pas suffisante, il faut que les jeunes ressentent ces domaines de l'activité humaine comme importants pour eux – l'authenticité personnelle – pour leur accorder le statut d'authentiques et intéressants. Cela est d'autant plus important que les enquêtes PISA servent à l'OCDE au classement des systèmes éducatifs des pays participants. S'il est en effet utile de tenter de comparer les systèmes éducatifs en vue d'en améliorer l'efficacité, n'a-t-on pas un souci de validité si les prémisses sur lesquelles se base la mesure ne sont pas toutes présentes, en l'occurrence ici l'idée que les questions PISA sont pertinentes par rapport à la vie et aux intérêts des jeunes ? Au-delà de ces classements, de nombreux indices montrent que notre société développée, y compris en Suisse, est actuellement confrontée au problème de la désaffection des jeunes envers les études scientifiques (Conseil Fédéral, 2010). Or pour que les jeunes s'orientent vers des carrières scientifiques, il faut d'abord qu'ils portent de l'intérêt aux sciences et qu'ils considèrent que ce qu'ils apprennent à l'école dans ces disciplines est en lien avec des problèmes de société à résoudre. Il y a là un défi à relever pour les enseignants de sciences : rendent-ils leurs cours suffisamment intéressants et ancrés dans la vie réelle non seulement de façon objective (authenticité factuelle) mais aux yeux des élèves (authenticité personnelle) ? Des éléments de réponse à cette question feront l'objet d'un prochain article.

Références

Conseil Fédéral (2010). *Pénurie de spécialistes MINT en Suisse. Ampleur et causes de la pénurie de personnel qualifié dans les domaines MINT (mathématiques, informatique, sciences naturelles et technique)*. Confédération helvétique. https://www.wbz-cps.ch/sites/default/files/rapport_penurie_de_specialistes_2010.pdf consluté le 2 mai 2014.

Kuhn, J. (2010). Authentische Aufgaben im theoretischen Rahmen von Instruktions- und Lehr-Lern-Forschung : Effektivität und Optimierung von Ankermedien für eine neue Aufgabenkultur im Physikunterricht. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Moreau, J. (2008). Essai d'interprétation des résultats en fonction du contexte de l'élève et de son attitude par rapport aux sciences. *In C. Nidegger (Ed) PISA 2006 : Compétences des jeunes romands Résultats de la troisième enquête PISA auprès des élèves de 9e année*. Neuchatel : IRDP. 149-170.

OCDE, (2007). *PISA 2006. Les compétences en sciences, un atout pour réussir*. Paris : OCDE. http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/10/45/39777163.pdf consulté le 2 mai 2014.

CIIP. (2010). *PER Plan d'études romand*. http://www.plandetudes.ch/home, consulté le 5 février 2014.

Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H. & Hemmo, V. (2007). *L'enseignement scientifique aujourd'hui une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Union européenne : Direction générale de la recherche Science, économie et société.

Shaffer D.W. & Resnick, M. (1999). Thick"authenticity: New media and authentic learning. *Journal of Interactive Learning Research 10,* 195–215.

Weiss, L. & Mueller, A. (soumis). The notion af authenticity in the PISA units in physical science: an empirical analysis. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften.*

Zahner Rossier, C. & Holzer, T. (2007). PISA 2006 : Les compétences en sciences et leur rôle dans la vie. *Rapport national OFS/ CDIP.*

1/9801 ; évolution du milieu d'une division un peu particulière (Partie 2)

Christine Del Notaro

Université de Genève

Liminaire

Dans la première partie, parue dans le numéro 220 de Math-école[1], j'ai exposé l'origine de mon questionnement à propos de cette division particulière[2] et l'ai situé dans le contexte de mes recherches actuelles. J'ai ensuite procédé à une investigation personnelle de ce milieu (en tant que chercheuse) puis décrit une première interaction de connaissances[3] entre des étudiants et moi-même. J'ai tenté de montrer, d'une part, que la distinction chiffre/nombre prenait du sens auprès de ces derniers et, d'autre part, que le milieu évoluait en fonction des différentes interactions. J'ai présenté également le lien que je faisais entre une question d'ordre mathématique et sa mise en situation auprès d'étudiants futurs enseignants (dispositif de formation), ainsi qu'avec des élèves de l'école primaire (recherches en classe).

La médiation par le jeu de tâches[4] permet de considérer les relations entre quatre parties : le savoir mathématique, les élèves, les étudiants et l'expérimentatrice (auteure du présent article). Nous verrons que plusieurs triades au sein de ces quatre parties interagissent entre elles, ce qui rend l'exercice plus délicat, du fait des nombreuses imbrications.

La distinction chiffre/nombre

La division particulière s'inscrit dans mon étude de la compréhension de la distinction chiffre/nombre, initiée auprès d'élèves de fin du primaire genevois (11-12 ans). Cette question guide mes réflexions depuis quelques années et se trouve ravivée à chaque rentrée universitaire, lorsque, de manière récurrente, les étudiants me demandent comment on reconnait un chiffre d'un nombre. On peut soit en donner une explication rudimentaire et toutefois incomplète, comme on l'entend souvent : « les chiffres sont aux nombres ce que les lettres sont aux mots », soit y consacrer un temps de réflexion et se demander si cette assertion est satisfaisante d'un point de vue mathématique. On pourra en outre se demander pourquoi cette distinction résiste à ce point et pourquoi des étudiants possédant un bagage mathématique conséquent se trompent néanmoins régulièrement, ainsi que la majorité des gens en général, cette confusion étant fréquente dans la vie courante. Ce qui pourrait passer pour une question de vocabulaire insignifiante révèle, en fait, une problématique beaucoup plus complexe, allant bien au-delà de la simple comparaison lettres/mots évoquée plus haut. Le caractère incomplet apparait de manière évidente pour quiconque y réfléchit un tant soit peu : premièrement, une lettre ne constitue pas un mot dans tous les cas (les cas sont même plutôt rares), alors qu'un chiffre peut toujours indiquer une quantité, et en conséquence, se révéler être un nombre.

Au fil de mes expérimentations auprès d'élèves de 11-12 ans et d'étudiants, je découvre que cela pose une véritable question de contenu. Je m'explique : si l'on considère que les chiffres sont des attributs du nombre et que ces derniers disent des choses sur le nombre (on pourrait les quali-

1 On peut consulter l'article en cliquant sur le lien cité en référence bibliographique.

2 Si l'on effectue cette division, l'une des premières surprises est le fait que les décimales s'organisent en une suite de 00 à 99, mais que cette dernière s'interrompt à un moment inattendu.

3 L'expérimentateur est un élément du milieu qui va mettre en jeu ses propres connaissances pour interagir à la fois avec le milieu de la tâche et avec le milieu de l'élève (Del Notaro, 2011).

4 Ensemble de tâches qui découlent en principe les unes des autres, sans être hiérarchisées pour autant. Cet ensemble de tâches procède d'un savoir mathématique et met en évidence les connaissances que les élèves ont accumulées et qui constituent leur expérience (ibid.).

fier d'ostensifs[5]), il est manifeste que ce n'est pas le cas des mots. Par exemple, les deux *f* du mot chiffre ne disent rien sur la nature de l'objet alors que le 8 de 9801, en revanche, donne une indication sur le nombre dont 9801 est le nom. Nous avons donc un nom de nombre, 9801, dont chaque chiffre nous indique l'une de ses particularités. Ne serait-ce que le fait suivant : si le nombre est écrit en base 10, les chiffres représentent les restes des divisions successives par dix de ce nombre.

Nous avons vu dans le premier article que les étudiants s'interrogeaient sur la lecture des nombres ; étant donné qu'ils en retenaient deux différentes, je leur ai demandé si deux lectures différentes pouvaient désigner le même nombre[6]. Ce questionnement se retrouve également chez les élèves ; il y a une question de fond robuste qui mérite que l'on s'y arrête : un questionnement autour du nombre et de sa désignation. Ces discussions alimentent les interrogations des étudiants et leur donne envie de poursuivre leurs propres investigations : le jeu de tâche prend forme !

Il convient de rappeler ici que les notions d'investigation du milieu[7] et d'interaction de connaissances sous-tendent la notion de jeu de tâches.

Le jeu de tâches s'inscrit donc pour l'instant essentiellement dans la recherche en didactique des mathématiques et apparait comme un moyen de permettre qu'une interaction de connaissances ait lieu entre les différents partenaires, id est, que chacune des parties puisse répondre à l'autre, à partir des connaissances convoquées par la tâche. Le jeu de tâches permet à la fois l'exploration des mathématiques, celle de ses propres connaissances et celle de l'autre, en tant qu'il table sur un certain sens de l'improvisation (au sens jazz) dans le cadre strict et contraignant du savoir mathématique.

LE JEU DES ETUDIANTS

La partie 1 (Math-Ecole, 220)[8] se focalisait essentiellement sur le jeu des étudiants ; afin de relier les différentes parties de la recherche, je vais décrire principalement le jeu des élèves dans cette partie 2 et terminerai par le dispositif interactif entre étudiants et élèves dans la dernière partie à venir.

LE JEU DES ÉLÈVES

Les consignes d'un jeu de tâches ne sont pas précises du fait de l'interaction dont elles sont issues. Lorsqu'il se trouve face à 1/9801, la première des choses que l'élève a envie de faire est d'effectuer la division à la calculette. Avec quel autre nombre pourrait-on essayer ? Comment poursuivre ? Le jeu continue avec des tâches que l'on aura préalablement préparées (mais de manière non hiérarchisées) et seront proposées en fonction de ce que le sujet répondra, à l'image d'un jeu de cartes où l'on va jouer un coup en fonction de celui de l'adversaire. Qu'est-ce que des élèves de l'école primaire (7P-8P Harmos) font de cette division et par quel bout l'empoignent-ils ? Passons en revue quelques exemples. La première élève (Figure 1. E1) choisie pour illustrer mes propos commence par décliner les numérateurs de 1 à 10 et indique qu'« entre 8/9801 et 9/9801, il y a plus de zéros (dans les décimales tout de suite après la virgule), qu'à 10/9801 »[9].

Elle poursuit dans le but de faire décaler la virgule, jusqu'à l'éliminer ; c'est ce qu'elle veut dire quand elle dit : « 100 billiards, la virgule est à la fin des chiffres ». Le grand nombre évoqué par l'élève est en réalité de l'ordre du milliard ; elle écrit 100 billiards (10^{17}) au lieu de 100 milliards (10^{11}). Elle recourt à une connaissance-en acte, pour-

5 *« Les objets ostensifs sont des objets qui ont une matérialité qui peut être captée par les sens – des écritures, des sons, des gestes, etc. – et qui peuvent, de ce fait, être manipulés. Les objets non ostensifs n'ont pas de matérialité, mais ils se constituent comme des contrôles qui régissent la manipulation des objets ostensifs » (Acosta, 2008, pp. 7-8).*

6 *L'un des premiers ajustements s'est porté sur la lecture du quotient : lit-on « zéro virgule zéro zéro, zéro un, zéro deux, zéro trois » ou « zéro virgule zéro zéro zéro, dix, vingt, trente ? » (Del Notaro, 2013).*

7 *Il s'agit de l'analyse préalable de la tâche (‡ analyse a priori) permettant ensuite à l'expérimentateur d'élaborer son jeu de tâches.*

8 *Le lecteur voudra bien excuser les références à la première partie et à celle à venir, mais pour des raisons d'intelligibilité, il est en effet impossible de rendre les trois parties autonomes, dans la mesure où elles sont inter-reliées et restituent des liens nombreux et imbriqués.*

9 *À comprendre qu'à partir de 10/9801, on passe à deux zéros après la virgule : 0,00…*

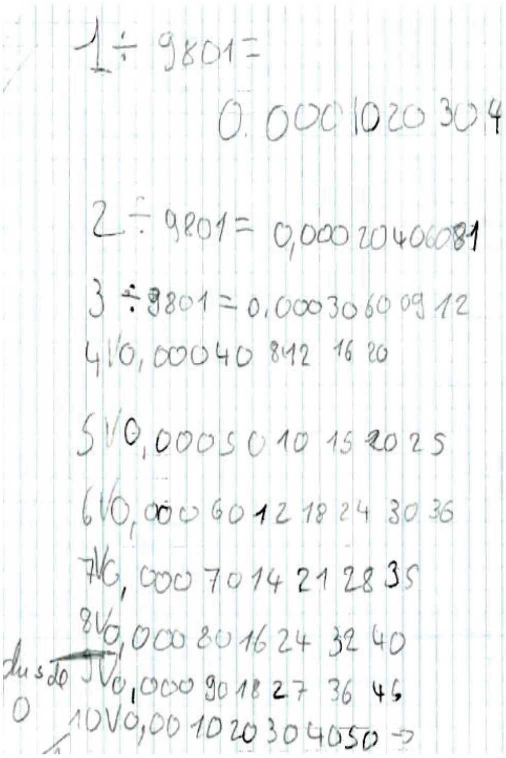


Figure1 E1-1

rait-on dire, qui lui permet de faire reculer la virgule et d'affirmer que la virgule est à la fin, ce qui signifie pour elle qu'elle n'existe plus.

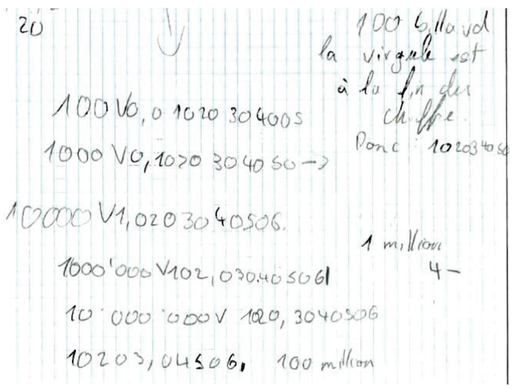


Figure 2 E1-2

Un autre élève (E2) ayant procédé de la même façon effectue (Figure 2. E2) un saut de 10/9801 à 9800/9801 ; la dévolution a opéré, il s'est approprié le problème, se posant la question de savoir si ce qui donne lieu à des régularités dans le quotient de 1/9801, 2/9801, 3/9801 se retrouve encore plusieurs étapes plus loin, notamment dans la dernière avant d'obtenir 1, à savoir, 9800/9801. La dévolution est un processus très long et il n'échappera pas au lecteur que les résultats présentés ici s'étendent, en réalité, sur plusieurs mois d'investigations.

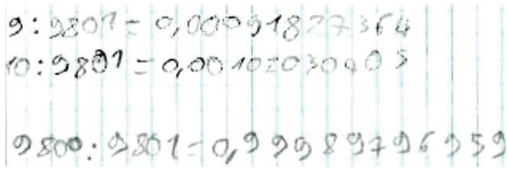


Figure 3 E2

De manière générale, les élèves ont un goût prononcé pour ce type de calculs, dont la régularité est très souvent perçue et lue en termes de chiffres : par exemple, le quotient 0.999897969594, est lu : zéro virgule neuf-neuf, neuf-huit, neuf-sept, neuf-six, etc., comme s'il y avait un regroupement des décimales par 2 (0. 99 98 97 96 95 94) avec pour moment déclaré surprenant, le passage de neuf-zéro à huit-neuf : 0,[…]91908988878685. A partir de là, la lecture rebascule vers une lecture en termes de nombre ; ils déclarent : « alors là, ça fait 89-88-87 (quatre-vingt-neuf, quatre-vingt-huit,...) », comme si l'on écrivait 0,[…] 91 90 89 88 87 86 85. La mise en forme ou l'affichage de certaines calculettes vs des logiciels de calcul changent complètement la conception des élèves (et perturbent certains étudiants). Pour la division 1/9801, selon les affichages on obtient : 0, 0001 0203 0405 ou 0,000102030405 ou encore, 0, 00 01 02 03 04 05. Ceci questionne la compréhension des élèves et des étudiants, puisque ces derniers en sont venus à se demander comment il fallait lire ce nombre. Que faire de cette surprise, sinon la réinvestir dans le milieu afin de permettre de continuer le jeu ? Le jeu a donc dévoilé que lors d'un regroupement des décimales par quatre, les élèves voient une suite pour laquelle il suffit d'ajouter 0202 aux décimales précédentes : 0001 + 0202 = 0203 ; 0203 + 0202 = 0405, etc. Il est très étrange de voir ces combinaisons d'enchainements qui font fi de certaines conventions, en maintenant, par exemple, le zéro avant le nombre, nécessaire pour obtenir la suite qui les intéresse. Ils reconstruisent donc la suite 0, 0001 0203 0405 0607 d'une autre manière, qui leur permet de lever le doute à propos de ce qui viendra après 0809 (anticipations des élèves : 1011 ? 010 011 ?). On peut ainsi reconstruire 1011 en ajoutant 0202 à 0809 ; de la même manière, obtenir 1213 en ajoutant 0202 à 1011, et ainsi de suite. Les élèves se sont arrêtés à 4041. Le regroupement par quatre décimales leur fait faire ce qui ne sont autre que des sauts de 2 en 2 (de 01 à 03, de 02 à 04) écrits sous la forme 0202, alors que dans un regroupement par 2 décimales (0, 01 02 03 04), ils ne parlent plus d'addition ni de sauts, mais simplement de suite de 1 en 1, avec un zéro entre deux. Quant à la lecture, les élèves vont lire le nombre : zéro-un, zéro-deux, zéro-trois, etc. alors que dans une écriture sans espaces, ils auront tendance à lire : zéro-virgule-zéro-zéro-zéro-dix-vingt-trente. Cette suite est vraiment curieuse et passionnante et permet un travail au cœur du nombre, de sa construction et de l'essence de sa signification.

La question, encore ouverte pour l'instant, est la suivante : est-ce que la lecture d'un nombre en affecte sa compréhension ?

Le côté esthétique, la beauté des nombres est une autre variable dont on ne peut faire l'économie en tant qu'elle porte l'élève à vouloir recréer cette régularité. E3 a trouvé que lorsqu'il divisait 2 par 90, il obtenait des décimales périodiques à partir de la deuxième. Cet effet de surprise l'a amené à vouloir le retrouver dans d'autres divisions. Autrement dit, si l'on obtient pour quotient 0,02222, on doit pouvoir obtenir 0,0333 ou 0,04444, mais comment ?

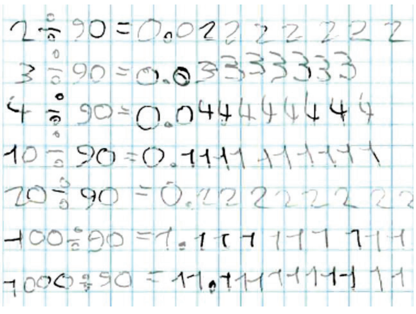


Figure 4 E3

Le jeu de E3 est clair : 1, 2, 3, 4 fonctionnent de la même manière ; il essaie ensuite avec 10 et 20 pour lesquels il obtient un quotient presque identique, si ce n'est que « le zéro rajouté (au numérateur) a disparu dans le résultat (les décimales) ». La curiosité se transmet et les deux exemples suivants, E4 et E5, montrent que les surprises sont communicatives et que les explorations se nourrissent mutuellement. En outre, elles permettent d'avancer dans l'exploration et de rendre explicites les liens entre dividende, diviseur et quotient.

Figure 5 E4

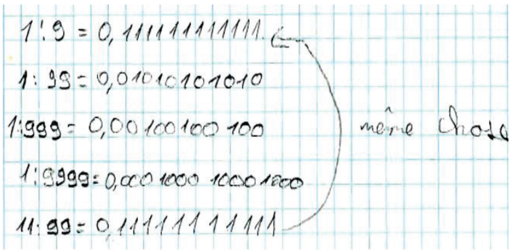


Figure 6 E5

Apparaissent ensuite des théorisations dans lesquelles les élèves écrivent des règles résultant de leur expérience de ces relations.

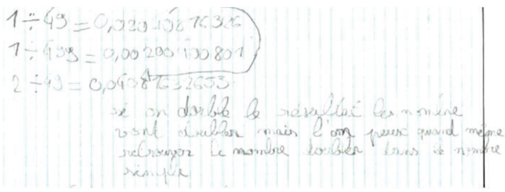


Figure 7 E6

E6 fournit une règle : « si on double le résultat, les nombres vont doubler mais l'on peut quand même retrouver le nombre doublé dans le nombre simple ». Ceci le porte à poursuivre son exploration et à formuler les constats suivants :

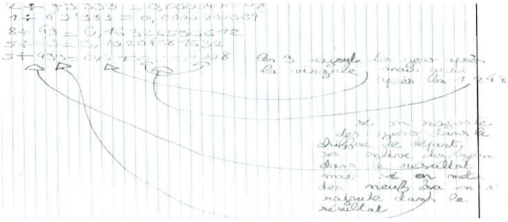
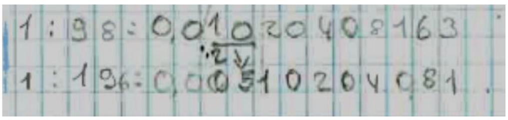


Figure 8 E6-2

Retranscription de la Figure 8 : « Les 9 rajoutent des zéros après la virgule, mais aussi après les 1, 2, 4, 8. Si on rajoute des zéros dans le chiffre de départ, ça enlève des zéros dans le résultat, mais si on met des neuf, ça en rajoute dans le résultat ».

Et l'E7, de reprendre l'idée :



$$1 \div 98 = 0.0\underline{10}20408163$$

$$\div\, 2$$

$$1 \div 196 = 0.0\underline{05}10204081$$

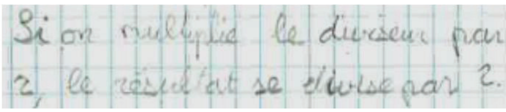


Figure 9 E7

« Si on multiplie le diviseur par 2, le résultat se divise par 2. »

À l'inverse, E8 explore les relations divisives :

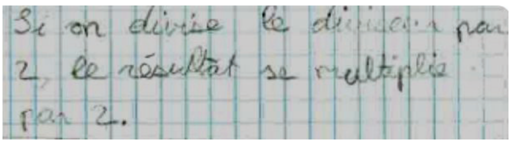


Figure10 E8

« Si on divise le diviseur par 2 le résultat se multiplie par 2. »

Dans le même ordre d'idées encore, un autre élève poursuit : « La virgule se déplace parce que s'il y a un « 0 » de moins que le calcul précédent, la virgule se déplace vers la gauche et si c'est le contraire c'est vers la droite ».

De même que E1, E9 enchaine avec l'idée de la multiplication par 10 permettant le déplacement de la virgule jusqu'à l'éliminer, en argumentant de la sorte :

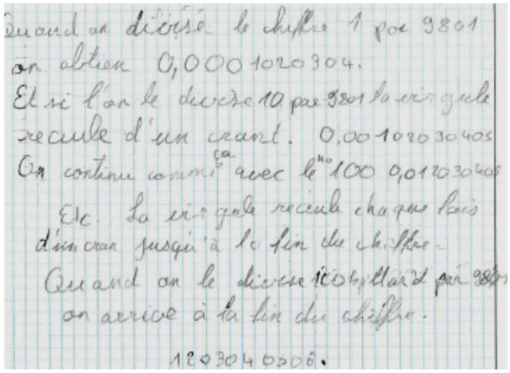


Figure11 E9

« Quand on divise le chiffre 1 par 9801 on obtient 0,0001020304. Et si l'on le divise 10 par 9801, la virgule recule d'un cran. 0,00102030405. On continue comme ça avec le no 100 0,012030405 etc. la virgule recule chaque fois d'un cran jusqu'à la fin du chiffre. Quand on le divise 100 billiard par 9801 on arrive à la fin du chiffre. 1203040506 ».

Voici un compte-rendu d'étudiants, qui s'avère intéressant en ce que la question de la lecture du nombre est présente, ainsi que celle du décalage de la virgule, tout comme chez les élèves :

1. On effectue le calcul
2. Le résultat est trouvé et on se demande maintenant comment faire pour le lire : 0,0001020304...
3. Relance avec une question : ''Est-ce qu'on pourrait faire d'une autre manière ?''
4. Proposition avec un autre calcul : 10/9801 = 0,0010203...
5. Nouveau calcul : 10'000 / 9801 = 1,02030405. ''On a décalé sur la gauche''
6. Essai avec 100'000 : On constate que la calculatrice a arrondi le nombre
7. Essai avec 200 : = 0,02040608...
8. Essai avec 50 : = 0,005101520... ''Cela donne un résultat avec les multiples de 5'' (5, 10,15)
9. Proposition : ''Si on met 300, ça va don-

ner avec les multiples de 3''

10. Essai avec 247 mais on n'a pas les multiples de ce nombre dans le résultat[10] = 0,25020151...

LE DISPOSITIF INTERACTIF

Disposant de données conséquentes à propos du jeu des étudiants et de celui des élèves, il manquait cependant un lien entre les deux parties, qui fut établi par la mise sur pied d'un dispositif interactif, pour modéliser ma propre interaction avec les deux systèmes. L'idée princeps est, pour l'expérimentatrice, de jouer avec les narrations des élèves d'une part et celles des étudiants, de l'autre, et de voir ce que cela produit. Autour de cette fraction particulière, pour faire en sorte de maintenir l'interaction vive, il a fallu aménager un milieu donnant l'opportunité aux étudiants et aux élèves de pouvoir procéder à des explorations en groupes (investigation du milieu mathématique) et de laisser, en outre, un espace à la production de narrations.

En provoquant l'interaction entre les deux parties, en tant qu'expérimentatrice, j'ai été l'interface de ces deux publics, me mettant en interaction avec chacune d'elles. Il m'a fallu transiter d'une instance à l'autre et interagir sur le vif. L'intérêt de ce dispositif est, d'une part, de provoquer l'étonnement des étudiants avec des récits d'élèves (produire une narration, destinée à des enfants de 12 ans) et, du point de vue des élèves, d'écrire une narration à destination des étudiants. Dispositif porteur si l'on considère qu'il a, entre autres, permis aux élèves d'entrer dans une démarche de recherche et dans un processus inductif / déductif et aux étudiants, d'approcher différemment la question du savoir et des connaissances à travers une division particulière.

Le résultat de ces interactions sera exposé dans le troisième et dernier volet de l'expérimentation et commenté à la lueur de ma théorisation des relations effectives entre une règle, l'expérience sous-jacente et la logique y afférente.

Références

Acosta, M. (2008). *Démarche expérimentale, validation, et ostensifs informatisés. Implications dans la formation d'enseignants à l'utilisation de Cabri en classe de géométrie*. Thèse de doctorat. Université de Genève.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques. Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Del Notaro, C. (2013). 1/9801 évolution du milieu d'une division un peu particulière (Partie 1), *Math-Ecole 220*, 26-29. http://www.ssrdm.ch/mathecole/wa_files/220DelNotaro.pdf consulté le 2 mai 2014

Del Notaro, C. (2014). Des élèves à l'Uni ! De la narration de l'expérience à l'expérience par la narration : mise en évidence de relations entre « règle, expérience et logique », *Educateur, 01*.14, 16-18.

10 Et pourtant… cf. partie 1 : « J'obtiens les multiples de 247 dans les décimales de ce nombre, moyennant quelques soustractions successives. Ainsi, les premiers multiples de 247 = {247 ; 494 ; 741 ; 988 ; …} se retrouvent de la manière suivante : dans 0,0252, on peut voir 247, et il reste 5 (252-247). J'abaisse ensuite les deux chiffres suivants, 0 et 1, ce qui me donne 501 et je continue ainsi : à 501, je soustrais 494, il reste 7, etc. ».

La dyscalculie chez l'enfant : pathologie isolée ou associée ? Conférence à la HEP du canton de Vaud

Thierry Dias et Michel Deruaz

Le lundi 12 mai à la HEP Vaud, Sybille Gonzalez, neurologue dans un service de rééducation pédiatrique aux hospices civils de Lyon, proposera une réflexion sur une question scientifique de grande importance actuelle : qu'en est-il aujourd'hui du diagnostic des pathologies qui concernent les troubles des apprentissages en mathématiques ?

Son expérience scientifique de neurologue dans un service pédiatrique, ses nombreux écrits et sa longue expérience de formation permettront une approche complète de la question. Cette intervention nous semble particulièrement adaptée aux attentes des enseignants spécialisés, elle restera néanmoins sous le signe de la plus grande accessibilité à tout public. Ainsi, ce sont aussi les parents, les enseignants et tous les autres professionnels de l'éducation qui peuvent bénéficier des apports de cette conférence. Merci de noter également que cette communication sera suivie d'un débat autour des questions du public que nous souhaitons nombreux.

Mme Gonzalez présente ci-dessous le contenu de sa conférence.

La dyscalculie développementale est une pathologie complexe car elle peut répondre à plusieurs mécanismes cognitifs sous-jacents. Partant des modèles cognitifs du calcul établis chez l'adulte, nous présenterons la démarche diagnostique basée sur une approche neuropsychologique de cet apprentissage (examen médical et psychologique et tests cognitifs spécifiques) chez un enfant en difficulté dans cet apprentissage adressé dans un Centre de référence hospitalier. Quelles étapes diagnostiques, quels bilans, quels professionnels concernés ?

Nous présenterons plusieurs vignettes cliniques : une première où la plainte concernant le calcul est le motif principal de la consultation et deux autres où cette plainte émerge lors de l'évaluation d'un enfant adressé pour une autre pathologie de type Dys (dysphasie ou dyspraxie), au sein donc d'un tableau clinique apparemment plus complexe. Nous comparerons les caractéristiques particulières sur le plan de la sémiologie du calcul et des troubles associés au sein de chacune de ces trois situations. Nous en dégagerons les mécanismes sous-jacents. Nous en discuterons les différentes orientations thérapeutiques et pédagogiques.

L'équipe orgaisatrice invite toutes les personnes qui sont intéressées par le sujet des troubles d'apprentissages en mathématiques à venir nous rejoindre à Lausanne ce soir-là. Il n'y aura pas de réservation pour cet événement, aussi nous vous conseillons vivement de ne pas arriver trop tard sur le lieu du rendez-vous car les capacités d'accueil de notre auditoire ne sont pas supérieures à 180 places. Vous avez néanmoins la possibilité d'annoncer votre venue en utilisant l'adresse mail suivante : dyscalculie@hepl.ch. Ce faisant, nous pourrons ajuster au mieux l'organisation matérielle et l'accueil du public.

La dyscalculie chez l'enfant : pathologie isolée ou associée ?

Sémiologie et diagnostic orientant la réponse thérapeutique

Des réflexions à l'usage de tous : parents, enseignants, praticiens et rééducateurs

Lundi 12 mai

17h15 à Cour 33 – auditoire 229

Entrée libre

HEP Vaud

Informations sur la conférencière :

Sibylle Gonzalez

Praticien hospitalier neurologue

Centre de référence pour les troubles du langage et des apprentissages

Service de rééducation pédiatrique

Hospices Civils de Lyon, Groupement Hospitalier Est

Membre de la société savante SOFTAL : Société Francophone des Troubles des Apprentissages et du Langage

http://www.softal.fr

Fonder l'algèbre élémentaire : programmes de calculs, formules, calculatrice

Ruhal Floris

Université de Genève

Les programmes évoluent, sous l'effet de ce que Chevallard (1985, 1994) a appelé la transposition didactique, résultante de tous les facteurs qui influent sur leur élaboration par des « experts » devant trouver un compromis entre la rigueur mathématique, l'inertie du passé (les programmes existants), ce qu'il est possible d'enseigner dans tel ou tel degré et les propositions provenant d'expérimentations didactiques. Ceci conduit lentement mais sûrement à un changement de paradigme dans le domaine de ce qu'on appelle le calcul littéral. Cette évolution n'a que partiellement été prise en compte dans le PER (Plan d'Etudes Romand[1]) où le terme calcul littéral n'apparaît plus comme titre et fait place à un thème fonctions et algèbre (FA), changement nous semble-t-il significatif. Dans cet article, nous apportons un éclairage sur ces changements en nous intéressant au rôle des outils de calculs tel que la calculatrice ou le tableur. Nous nous référons principalement au document du ministère français de l'Education, intitulé « Du numérique au littéral au collège » (Eduscol, 2008) ainsi qu'à la synthèse de recherches récentes dans un numéro hors-série de la revue RDM[2] (Coulange et al., 2012). On trouvera aussi dans les travaux du groupe Sesames de Lyon des développements complémentaires et approfondis (Alves, 2013).

Les programmes des années 60-70 avaient mis l'accent sur les structures algébriques et les propriétés des ensembles de nombres. Les principes du calcul littéral en étaient déduits et ce calcul travaillé isolément. L'évolution en cours propose par contre une dialectique entre le numérique et l'algébrique, dans laquelle le calcul littéral est considéré à la fois comme un outil de production de suites de nombre et comme un outil de description des propriétés du calcul numérique (par exemple, pour n entier, les expressions 2n et 2n+1 peuvent produire des suites de nombres pairs, respectivement impairs, et ainsi décrire la parité). De son côté, le numérique peut exprimer certaines propriétés de nature algébrique : $25 = 5^2$ exprime le fait que 25 est un carré.

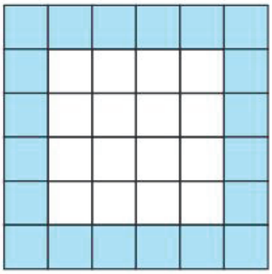
Mais même si l'aspect structural ensembliste a disparu, dans les faits, le travail algébrique formel n'a que peu évolué, et les activités motivantes initiales, fondées sur les formules d'aires et de périmètres restent peu exploitées dans la suite de l'étude du thème. L'étude des techniques de calcul prédomine encore, conduisant une partie des élèves à voir le calcul algébrique comme une suite de règles ou de lois, dénuées de signification et peu articulées avec le cadre numérique (Grugeon et al., 2012 ainsi que Pilet, 2012).

Dans la nouvelle perspective la notion de programme de calcul semble devenir un élément clé pour l'enseignement de ce thème. Le terme de programme de calcul (plutôt que de formule) permet de mettre l'accent sur la dialectique entre le numérique et l'algébrique (Chevallard et Bosch, 2012). L'idée est au cœur de l'activité dite des « carrés bordés », (qui était déjà considérée comme une activité « phare » dans Mathématiques 7-8-9, Calcul littéral, Méthodologie et commentaires, 2003, page 4). On trouvera dans Eduscol (2008) et dans Combier (1996) des analyses détaillées de cette activité, reprise[3] dans le livre de Mathématiques de 10ème année paru en 2012 et actuellement utilisé dans le secondaire inférieur romand. Rappelons qu'il s'agit d'établir une méthode permettant de trouver le nombre de petits carreaux colorés quelle que soit la dimension du carré :

1 http://www.plandetude.ch/
2 *Recherches en didactique de mathématiques.*

3 *Activité FA177 « De petits carreaux ». Tous les exemples de cet article sont tirés du livre de 10ème année.*

5.



Quatre bords colorés

Image 1

Cette activité peut être proposée à divers moments de l'étude du calcul littéral. Même si les auteurs des Mathématiques 7-8-9 se défendent d'une présentation progressive, une variante de cette activité est proposée en début de travail du thème concerné, alors que dans les nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques romands l'activité est placée pratiquement à la fin du thème FA (fonctions et algèbre), en tant qu' « entraînement » comme cela est précisé dans le commentaire pour le maître de cette activité[4] :

- Utiliser les expressions littérales pour exprimer un dénombrement de carreaux dans un quadrillage (Utilisation du calcul littéral comme outil pour établir des formules) (Entraînement).
- Modéliser une situation en utilisant le calcul littéral.

Dans le cadre de la sensibilisation au calcul littéral on peut aussi proposer l'activité en fin de 9ème ou au début de 10ème. On demande alors aux élèves de prévoir le nombre de petits carreaux colorés pour un carré de côtés 6, 11, 37, 88, voire 1012 carreaux. L'augmentation des valeurs (saut informationnel) conduit les élèves à abandonner les procédures basées sur le comptage. L'objectif à ce niveau n'est pas obligatoirement de fournir une recette en français pour permettre à l'enseignant d'introduire la lettre. Pour un carré de 37 carreaux de côtés, il peut se limiter à obtenir des écritures du type : 4x37-4 ou 37+37+35+35 ou 37+36+36+35 ou 36+36+36+36. Pour les valeurs numériques dépassant la dizaine, la calculatrice peut être autorisée. On peut demander aux élèves de trouver le plus possible de calculs différents puis d'expliquer pourquoi les résultats sont tous égaux. On s'attend à des explications du type 37+37+35+35 = 37+36+36+35 ou 37+37+37+37-4 = 36+36+36+36 en passant si possible par l'écriture (37-1)+(37-1)+(37-1)+(37-1). La calculatrice permet de valider les réponses.

Avec la variation des données, ces écritures peuvent prendre le statut de programme de calcul, autrement dit de « modèle » ou « schéma » de calcul, en associant à chaque calcul un schéma du type suivant :

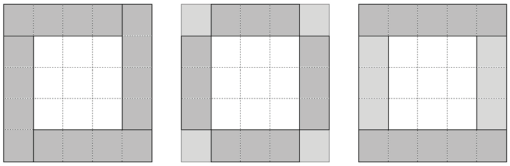


Image 2

Les enseignants pourraient alors introduire la lettre :

> *« La production d'une formule apparait comme une réponse à la question de la description générale d'une situation faisant intervenir des valeurs numériques particulières et l'utilisation de lettres permet de résoudre le problème de la désignation des variables en jeu dans la situation ».* (Eduscol, 2008)

Mais il n'est pas obligatoire de procéder tout de suite à cette introduction. S'il ne veut pas passer en force, comme nous l'avons parfois observé en classe, l'enseignant a la possibilité de conclure provisoirement sur l'équivalence des expressions numériques et de prolonger le travail sur ces écritures, par exemple en étudiant les propriétés de sommes de nombres consécutifs, en restant dans le numérique : la somme de trois nombres consécutifs est le triple du second nombre car 88+89+90 = (89-1) + 89 + (89+1) = 89+89+89 -1+1 = 3x89. Lobjectif de ces activités est d'instaurer une perspective algébrique déjà dans les expressions numériques, en accord avec l'idée de modélisation, que le PER a mis au centre du domaine MSN[5]. Ce point rejoint la nécessaire dialectique numérique-algébrique dont la faiblesse est liée aux difficultés de

4 *Accessible en ligne pour les enseignants uniquement.*

5 *Mathématiques et Sciences Naturelles, dans le PER.*

nombreux élèves (Grugeon et al., 2012 ; Pilet, 2012). Dans les moyens d'enseignement actuels (2013), ce travail sur les écritures est introduit, un peu timidement, dans le thème Nombres et Opérations (NO 77 par exemple) alors que les formules apparaissent dans le thème FA. La calculatrice de type scientifique[6], avec un affichage conservant les écritures des calculs proposés facilite ce travail :

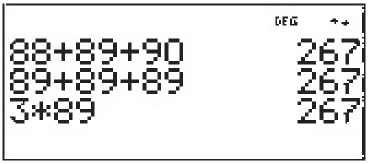
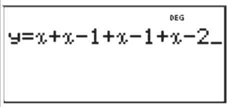
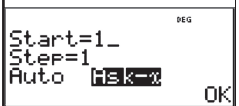
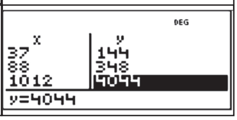


Image 3

Il est fondamental d'associer à ce travail sur les écritures numériques des phases en mode papier/crayon dans un contexte de formulation de résultats voire de petits concours entre groupes d'élèves[7]. Par sa fonctionnalité, un tel dispositif peut favoriser l'émergence de formules littérales en tant que codes permettant de trouver rapidement la réponse à la question du nombre de carreaux au bord du carré et à d'autres.

Il est alors opportun d'exploiter la calculatrice si celle-ci dispose, comme la TI30X, d'une touche [table] permettant d'introduire une formule et de faire calculer le résultat obtenu pour certaines valeurs de x.

La touche [table] fait afficher un écran « y= » et on complète par une formule en utilisant la touche de variable ζ	
Initialisation de la table, le mode Auto permet l'affichage d'une suite (selon les valeurs de Start et de Step) et le mode Ask permet d'entrer une valeur de son choix. Utiliser les touches de direction et enter pour naviguer dans ce menu.	
Le mode choisi ici est Ask et on a demandé la valeur de la formule du carré bordé pour 37, 88 et 1012.	

6 *Nous nous référons ici au modèle TI30X Multiview distribué à tous les écoliers genevois.*
7 *Situations de formulation (1998, Introduction).*

Des programmes de calculs à la modélisation de propriétés arithmétiques

La dialectique du numérique et de l'algébrique peut être travaillée en lien avec la touche [table] de la calculatrice en demandant de produire des listes de nombres pairs, impairs, multiples d'un nombre donné. Ces modélisations avec formules peuvent mener à une réflexion de type logique sur des propriétés comme : la somme de nombres pairs est un nombre pair, la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair, etc.

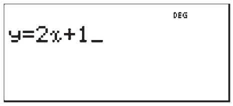


Image 4

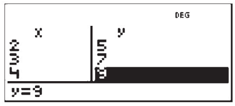
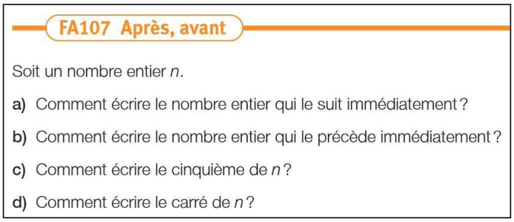


Image 5

Suite de nombres impairs avec [table]

On peut aussi proposer un travail sur les sommes de nombres consécutifs, avec utilisation des lettres cette fois. Il est intéressant de comparer ce travail, avec celui, a priori semblable, qui est proposé dans le livre de 10ème :


FA107 Après, avant

Soit un nombre entier *n*.

a) Comment écrire le nombre entier qui le suit immédiatement ?
b) Comment écrire le nombre entier qui le précède immédiatement ?
c) Comment écrire le cinquième de *n* ?
d) Comment écrire le carré de *n* ?

Image 6

Dans un tel énoncé, la dialectique de l'algébrique avec le numérique n'est pas explicitement intégrée. La décision de combiner la résolution de cette activité avec l'utilisation de la calculatrice, ou au moins de tableaux simulant la touche [table] est ici du ressort de l'enseignant.

Une autre exploitation de cette touche [table] est la comparaison de programmes de calcul. En revenant aux « carrés bordés » on peut introduire les différentes formules obtenues et observer si les valeurs de y sont les mêmes et motiver ainsi l'étude des transformations d'écritures littérales en lien avec leur justification sur la base des propriétés comme la distributivité, la commutativité, etc. Comme on peut ici le constater, le nouveau paradigme propose un rapport différent entre la technique et les propriétés qui la fondent.

Comme la fonction table ne permet l'introduction que d'une seule formule à la fois, ce travail passe nécessairement par la transcription de tables sur papier ou un travail à 2, 3 ou 4 élèves chacun programmant une formule différente. On peut penser qu'il serait alors judicieux d'utiliser un tableur, mais les formules de ces logiciels ne s'écrivent pas comme des polynômes en x d'où un travail de prise en main plus important de l'outil, sans compter le déplacement en salle informatique, à moins que l'on ne dispose de calculatrices graphiques, de tablettes ou d'ordinateurs portables.

Des programmes de calcul aux équations

Dans le paradigme de la dialectique numérique/algébrique, des problèmes du type « À quel nombre ai-je pensé ? » permettent de construire un lien vers la notion d'équation :

Je pense à un nombre, j'ajoute son double, divise le résultat par 3, ajoute 75. Je trouve 80 ! A quel nombre ai-je pensé ?

Ce problème peut bien sûr être traité dans un cadre uniquement arithmétique (en partant du résultat). Il permet de dévoluer le contexte aux élèves et on peut passer ensuite à un problème proposant une égalité de programmes de calcul et pour lesquels la résolution arithmétique ne fonctionne pas :

Je pense à un nombre. Je le multiplie par 3. J'ajoute 10. J'obtiens 7 fois le nombre auquel j'avais pensé, plus 30. A quel nombre avais-je pensé ? Pourquoi ?

Ce type de problème autorise une grande variation des énoncés et permet encore de travailler les propriétés numériques des écritures. On pourra aussi varier la consigne en proposant d'expliquer des tours de « mathé-magie » :

Pense un nombre, ajoute 2000, divise le résultat par 10, soustrait 200 et multiplie le tout par 20. Tu obtiens le nombre pensé ! Comment l'expliquer ?

Image 7

Ou

Pense un nombre entre 1 et 9. Multiplie-le par 2, ajoute 2 au résultat, multiplie le nouveau résultat par 5, ajoute 12, multiplie le nouveau résultat par 10, soustrais 220.

Le nombre que tu obtiens commence avec le nombre que tu avais pensé ! Pourquoi ?

Ces énoncés proposant les opérations en séquence permettent une traduction aisée vers les programmes de calcul. Dans le livre de 10ème l'activité FA150 « Droit au but » propose une version de ce type de problèmes (Image 7).

Cette activité est curieusement insérée de façon isolée parmi des exercices de travail technique du calcul littéral. Tout se passe comme si il y avait chez les auteurs hésitation entre ancien et nouveau paradigme.

Une variante de ce type de problème est proposée dans le « Document de liaison » interne destiné aux enseignants du CO genevois[8], comme activité de développement pour les élèves de la section LS de 10ème année, avec la curieuse motivation de mettre en défaut l'utilisation de la calculatrice pour la recherche de solution à des équations.

Activité « Le nombre perdu » :

je tape sur ma calculatrice la séquence suivante :

6	x	?	-	3	-	2	x	?	+	7	enter =

Sachant que les deux cases grisées cachent le même nombre (entier, décimal, fraction, ...) peux-tu trouver ce nombre si la calcultrice donne comme résultat 24 ?

Même chose si la calculatrice affiche 592 ?

Même chose si la calculatrice affiche 1,2 ?

Même chose si la calculatrice affiche 69,2 ?

Même chose si la calculatrice affiche -163,6

Même chose si la calculatrice affiche 88/9 ?

Effectivement, si cette activité est effectuée en faisant des essais avec la calculatrice (avec ou sans la touche table), à partir de la 3ème proposition (voir ci-dessus : « Même chose si la calculatrice affiche 1,2 ? »), la « pêche » peut être longue. En fait, cette activité permet de motiver judicieusement l'outil équation. La proposer pour mettre en défaut la calculatrice et les essais numériques met en évidence un positionnement didactique ne prenant pas en compte la dialectique numérique/algébrique.

Plus loin dans le même thème du livre de 10ème on retrouve des exercices de traduction plus complexes, proposé après le travail sur la résolution d'équations, comme le montre l'exemple ci-dessous :

FA204 Identifications

Traduis chacune des situations par une équation, puis détermine les solutions.

a) Si on ajoute 5 à mon quadruple, on obtient la moitié de mon triple.

b) Si on ajoute 15 à ma valeur, je deviens inférieur de 5 à mon double.

c) Si on m'enlève 6, je deviens égal à ma moitié.

d) Si on multiplie par 2 la moitié du quart d'un nombre, on obtient le quintuple du quart de ce nombre.

Image 9

Ainsi, dans l'énoncé du problème a) par exemple, il s'agit de lire jusqu'au mot « quadruple » puis d'interpréter (quadruple c'est fois 4) avant de pouvoir écrire l'expression correspondante… Quant au problème d), il semble bien complexe s'agissant de la première série de ce type de tâches : nécessité de lire plusieurs mots avant de pouvoir écrire l'expression qui exige de plus l'utilisation de fractions ! On pourra suggérer aux enseignants de ne proposer ce problème qu'après avoir travaillé des activités du type « je pense à un nombre »[9]. L'activité FA204 illustre ce que nous avons nommé « inertie du passé » parmi les contraintes de la transposition didactique. Nous retrouvons là des exercices très traditionnels du thème sur le calcul littéral.

Equations, égalités de programmes de calcul. Touche ω et tableur.

Avec les problèmes du type « je pense à un nombre », ou « le nombre perdu » la notion d'équation peut être introduite en maintenant la dialectique numérique/algébrique. Comment peut-on ici utiliser la calculatrice ? On l'a vu, la touche table n'autorise l'affichage que d'une seule colonne. Sur la calculatrice TI34X multiview, il existe en

8 http://www.ssrdm.ch/ressources/doc_admin_utiles/doc%20liaison%20math%202013.pdf.

9 *Et nous avons pu observer des enseignants débutants ayant proposé cette activité se retrouver quelque peu désarçonnés par les difficultés des élèves.*

outre une touche qui permet d'activer un petit tableur : c'est la touche *ω* (Image 10). Cependant, tant le tableur que cette dernière touche demandent une adaptation, puisque la symbolique utilisée est différente, ce qui a pour conséquence une utilisation quelque peu complexe. C'est un effort qui vaut la peine d'être fait en classe si l'on se propose d'exploiter la touche *ω* pour d'autres utilisations : résolution numérique d'équations, proportionnalité, programmation d'une formule

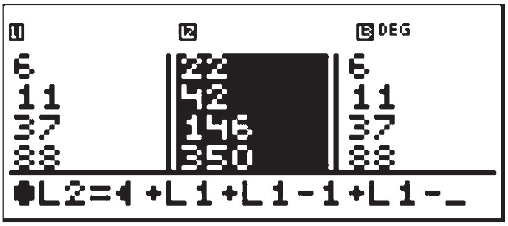


Image 10

Conclusions et conséquences pour l'enseignement

Nous avons examiné le PER et les moyens d'enseignement de mathématiques de 9ème et 10ème à la lumière du paradigme de la dialectique numérique/algébrique et de son association avec l'utilisation de la calculatrice. En ce qui concerne la dialectique numérique/algébrique, on peut constater qu'elle apparaît ça et là, et parfois de façon très isolée, dans les livres de mathématiques. A examiner les activités proposées en 10ème année, il ne semble pas que cette dialectique constitue un fil rouge susceptible de servir de guide pour l'enseignant. Le groupe SESAMES (Alves, 2013) a étudié les programmes français ainsi que certains manuels et tire une conclusion analogue, utilisant le terme « émiettement ». Le travail technique est prédominant, même si, ça et là, on trouve des activités qui pourraient favoriser la dialectique citée. Les commentaires pour le maître mentionnent l'importance de la notion de formule, mais pas le lien à faire avec le numérique, si ce n'est la tâche isolée de substitution des lettres par des nombres. Les notions de programmes de calcul ou de formule appellent fortement un lien avec les moyens de calcul tels que le tableur ou la calculatrice. Mais dans les ressources, le rôle de la calculatrice est pratiquement ignoré.

Répétons-le : ni le plan d'études ni les ressources ne proposent un choix déterminé, qui serait, en fait, un choix épistémologique (contrairement à la situation des années 70 où un tel choix était fait). Ce dernier est donc laissé à la responsabilité des enseignants. S'ils désirent faire travailler le calcul littéral dans la perspective de la dialectique du numérique et de l'algébrique, nous pensons qu'ils auront trouvé ici quelques éléments et des références utiles. En outre, selon nous, ne proposer que quelques activités « phares » ne suffit pas. Un travail sur le moyen terme est souhaitable, autour de problèmes de type « mathé-magie » ou d'autres, comme l'ont expérimenté les enseignants du groupe Sesames (Alves, 2013). Il serait particulièrement intéressant de travailler dans une perspective de fabrication de problèmes par les élèves (Sensevy, 1996). Et pour les élèves continuant à avoir des difficultés, ou pour les révisions inévitables au 11ème ou 12ème degré, signalons les propositions de diagnostic et de parcours différenciés de Pilet (2012).

Terminons en rappelant l'enjeu fondamental : il est de renforcer le sens du calcul littéral pour cette part non négligeable d'élèves qui n'y voient qu'un jeu formel.

Références

Alves, C. et al. (2013). Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre en collège. *Repères-IREM*. 92. 9-30. www.univ-irem.fr/reperes/articles/92_article_615.pdf consulté le 12 mars 2014.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques en mathématiques, Grenoble : La Pensée Sauvage.*

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique – Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage, deuxième édition augmentée, 1991.

Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation In G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, A. Tiberghien (éds), *La transposition didactique à l'épreuve (pp.* 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Les_processus_de_transposition.pdf consulté le 12 mars 2014.

Chevallard, Y. et Bosch, M. (2012). L'algèbre entre effacement et réaffirmation. Aspects critiques de l'offre scolaire d'algèbre. In

L. Coulange & al. *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives, Recherches en didactique de mathématiques. Hors Série.* (pp.13-33). Grenoble : La Pensée sauvage.

Combier, G., Pressiat, A. & Guillaume, J.-C. (1996). *Les débuts de l'algèbre au collège, Au pied de la lettre !* Editions INRP.

Coulange, L. & al. (2012). *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives. Recherches en didactique de mathématiques. Hors Série.* Grenoble :La Pensée sauvage.

Eduscol (2008). *Du numérique au littéral, document d'accompagnement, Ministère de l'Education nationale*, Paris.http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/3/du_numerique_au_litteral_109173.pdf consulté le 12 mars 2014.

Grugeon, B., Pilet, J., Chenevotot, F., & Delozanne, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *In L. Coulange & al. Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives, Recherches en didactique de mathématiques. Hors Série.* (pp. 137-163). Grenoble : La Pensée sauvage.

Mathématiques 7-8-9 (2003). *Calcul littéral, Méthodologie et commentaire,* Lausanne : LEP.

Pilet, J. (2012). Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot. http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039, consulté le 12 mars 2014.

Sensevy, G. (1996). Fabrication de problèmes de fraction par des élèves à la fin de l'enseignement élémentaire. *Educational Studies in Mathematics 30*(3), 261-288.

Résultats d'une enquête internationale sur la démarche d'investigation
Partie I – Attitude des enseignants genevois

Rémy KOPP et Laura WEISS

Institut Universitaire de Formation des Enseignants, Université de Genève

Introduction

Depuis plusieurs années, un mouvement international tend à promouvoir la démarche d'investigation (DI)[1] comme stratégie d'enseignement en réponse entre autres à la désaffection des jeunes à l'égard des sciences. Suite aux conclusions du rapport Rocard (2007), de nombreux projets internationaux visent à mettre les élèves en situation de recherche en mathématiques et en sciences en développant les démarches d'investigation et de résolution de problèmes. Cette tendance s'observe également en Suisse dans les plans d'études à Genève dès 2001 et dans le Plan d'études romand, PER (CIIP, 2010). Une équipe de recherche de l'Institut Universitaire de Formation des Enseignants de Genève (IUFE) a participé de 2009 à 2013 au projet PRIMAS (Promoting inquiry based learning in mathematics and science education across Europe)[2] qui encourage la pratique de la DI dans les classes. Dans ce cadre, une enquête a été menée auprès des enseignants de mathématiques et de sciences des pays partenaires de PRIMAS[3] pour estimer leur intérêt et leur implication dans ce type de démarche.

Dans cette communication, nous analysons les résultats de l'enquête, aussi bien dans la dimension de comparaison internationale qu'en fonction des caractéristiques des répondants genevois, pour identifier des difficultés potentielles à la mise en œuvre de la DI, dans la perspective de développer la formation continue des enseignants sur ces aspects.

Notre propos s'appuie sur le rapport de l'enquête PRIMAS (Euler, 2011) et l'analyse des réponses des enseignants genevois (Kopp & Weiss, 2014).

La mise en œuvre de la démarche d'investigation

Les différentes définitions de la DI (Calmettes, 2009, 2012; Dorier & Maass, 2014; Grangeat, 2011, 2013) ont en commun de valoriser les méthodes actives (rendre l'élève intellectuellement actif et responsable de ses apprentissages à travers la dévolution), déjà mises en avant par le passé, tout en permettant la construction de sens en vue d'induire des changements conceptuels chez l'élève. Ainsi, la DI est une approche résolument centrée sur l'élève (ses apprentissages) par opposition à un enseignement centré sur l'enseignant et sur la transmission de connaissances.

Pour son enquête, PRIMAS définit la DI de façon assez large :

> *« La DI est une manière, centrée sur l'élève, pour apprendre des contenus, des stratégies et développer des compétences d'apprentissage par soi-même. Les élèves*
>
> - *développent eux-mêmes les questions à examiner,*
> - *s'engagent dans une recherche auto-dirigée (diagnostiquer les problèmes, formuler des hypothèses, identifier des variables, recueillir des données, documenter le travail, interpréter et communiquer les résultats),*
> - *collaborent les uns avec les autres.*
>
> *Le but de la DI est de stimuler les élèves à adopter un esprit de recherche critique et des aptitudes à la résolution de problèmes »*[4]. (Euler, 2011)

1 *Inquiry based learning (IBL) en anglais.*

2 *Lié au programme-cadre européen n°7 (FP7).*

3 *Pays partenaires : http://www.primas-project.eu/artikel/en/1298/partners/view.do*

4 *Notre traduction.*

Questions de recherche

En analysant les données de l'enquête PRIMAS, nous avons une occasion de mieux connaître l'attitude des enseignants genevois vis à vis de la DI. Comment perçoivent-ils la DI ? Dans quelle mesure pensent-ils la pratiquer ? Quels sont les freins à sa mise en œuvre ? Y a-t-il des limites à cette mise en œuvre ? Y a-t-il un lien avec le niveau d'enseignement ou avec l'expérience des enseignants ?

Méthodologie

L'enquête repose sur un questionnaire qui a été envoyé aux enseignants de mathématiques et de sciences durant l'année 2010-2011 dans les 12 pays ou régions du projet PRIMAS selon des modalités qu'ils ont eux-mêmes définies. Ainsi, l'échantillonnage ne peut pas être considéré comme représentatif (Euler, 2011). A Genève, il a été adressé à l'ensemble des enseignants du primaire et à tous les enseignants de mathématiques et de sciences du secondaire (I et II).

Au niveau international, l'enquête a recueilli les réponses de 925 enseignants. A Genève, nous avons reçu 162 réponses dont 83 proviennent d'enseignants primaires et 79 d'enseignants secondaires, soit respectivement 3% et 10% des enseignants, selon le mémento statistique du SRED (2012)[5]. Ces taux de retour sont tout à fait comparables à ceux obtenus dans d'autres études du même type. Le nombre de réponses obtenues à Genève est plus important que dans les autres pays participants.

Les modalités de recueil des questionnaires font que l'on peut s'attendre à une surreprésentation des personnes concernées par la DI. A l'instar d'autres enquêtes du même type (Monod-Ansaldi & Prieur, 2011), nous devons donc considérer nos résultats avec prudence et les interpréter en termes de tendances générales plutôt que de chiffres précis.

Résultats

En répondant au questionnaire, les enseignants devaient signaler leur niveau d'adhésion (1 pas du tout d'accord ; 2 pas d'accord ; 3 d'accord; 4 tout-à-fait d'accord) à différentes affirmations sur l'intérêt, l'utilisation de la DI et les difficultés rencontrées.

Pour l'analyse, les questions sont regroupées en 7 variables.

Les deux premières variables considèrent l'attitude générale envers la DI et son utilisation.

- ORI détermine l'orientation en faveur de la DI.
- ROU apprécie globalement l'utilisation régulière de la DI en classe par les enseignants.

Les variables suivantes prennent en compte la pertinence de la DI telle que perçue par les enseignants.

- KND teste l'idée que la réussite de la DI dépendrait des connaissances préalables des contenus.
- MOT relie DI et motivation.

Les trois dernières variables identifient les difficultés d'implémentation de la DI.

- RES mesure les manques de ressources d'après les enseignants.
- CLA apprécie l'avis des enseignants sur les difficultés de gestion de classe liées à la mise en œuvre de la DI.
- SYR évalue le poids des contraintes institutionnelles freinant la mise en œuvre de la DI selon les enseignants.

Comparaison inernationale

On constate dans la figure 1 que les enseignants genevois se démarquent par un moindre intérêt pour la DI (taille d'effet

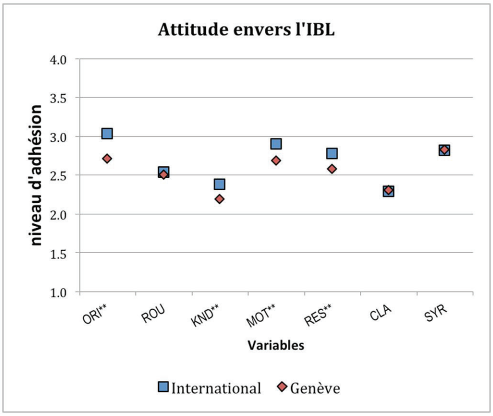


Figure 1 : Attitude des enseignants genevois envers la DI en comparaison internationale

5 http://www.geneve.ch/recherche-education/doc/publications/docsred/mementos/2012/memento.pdf

moyenne à forte[6]), alors qu'ils ont une position médiane (6e sur 12 pays) concernant l'utilisation régulière de DI en classe.

Ce résultat paraît même paradoxal : s'ils pratiquent la DI pourquoi ne souhaitent-ils pas développer davantage ce type d'approche ?

Au-delà de ce constat, les résultats montrent chez les enseignants genevois une moindre adhésion à l'idée que la réussite d'un enseignement mettant en œuvre la DI dépendrait des connaissances préalables du contenu (KND), ce qui correspond à un regard plus avisé sur la DI. A l'inverse, ils sont plus sceptiques quant à l'effet motivant de la DI, à son apport comme solution aux difficultés d'apprentissage des élèves (MOT) et au côté ludique de ces activités. Concernant l'implémentation de la DI, les Genevois évoquent moins le manque de ressources (RES), mais se préoccupent autant que leurs collègues étrangers des difficultés à gérer la classe et des contraintes institutionnelles (SYR). Par contre, ils considèrent davantage que le plan d'études encourage la DI, tout en relevant que les examens n'évaluent pas ce type d'approche.

Notons enfin que sur le plan international, la majorité des enseignants relèvent que le temps scolaire manque pour donner des leçons de type DI.

Analyse locale

Au plan genevois, plusieurs variables révèlent des différences significatives entre les enseignants généralistes du primaire et les enseignants du secondaire spécialistes de leur(s) discipline(s) (figure 2), ainsi qu'entre les enseignants plus expérimentés et leurs jeunes collègues.

L'intérêt pour la DI (ORI) est un peu plus marqué chez les enseignants primaires alors même qu'ils évoquent davantage le manque de ressources (RES), les difficultés de gestion de classe (CLA) et la difficulté à évaluer la DI. En revanche au secondaire, les enseignants sont plus inquiets du manque de temps pour parcourir le programme.

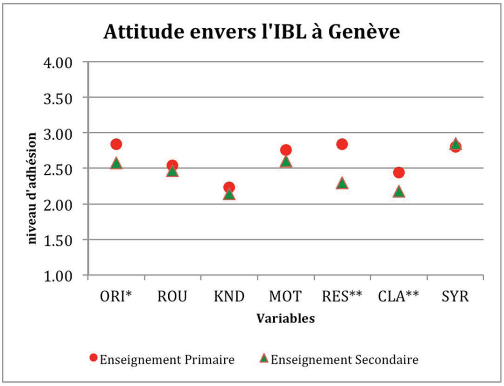


Figure 2 : Comparaison primaire - secondaire

La distinction entre enseignants plus ou moins expérimentés est plus marquée au secondaire : les plus jeunes dans le métier désirent introduire plus de DI et avoir de l'aide pour le faire (ORI). Ils se disent plus confiants dans ses apports possibles du point de vue de la motivation et de l'apprentissage (MOT), tout en avouant en être moins routiniers (ROU) et demandant donc de l'appui et des ressources pour le développer (RES). Les plus expérimentés sont plus positifs à propos des réussites de la DI avec les élèves faibles (KND).

Signalons aussi qu'au niveau du secondaire on n'observe pas de différence significative entre les enseignants de mathématiques et de sciences concernant leur attitude envers la DI.

Discussion

Cette enquête est intervenue à un moment où les structures scolaires et les plans d'études en vigueur dans l'école genevoise peuvent être qualifiées de globalement favorables à la DI en sciences et en mathématiques.

Au primaire, les objectifs d'apprentissage de l'école primaire genevoise (DIP, 2000) aussi bien pour les mathématiques que pour les sciences comportent de multiples références aux « activités de recherche » et « moments d'exploration, de recherche d'informations, d'observation, de description, de comparaison, de mise en relation des phénomènes étudiés. Une question à

6 *La taille d'effet mesurée par le Cohen d est une mesure statistique de l'importance d'un effet, par exemple la différence entre les opinions de deux groupes de personnes interrogées.*

résoudre formulée par l'enseignant ou par l'élève, débouche sur des hypothèses à formuler, à vérifier ».

Au secondaire, les plans d'études sont également en cohérence avec des approches de type DI ; au CO en particulier où les plans d'études de mathématiques et de sciences font explicitement référence aux situations problèmes et à une forme de DI (Weiss & Kopp, 2012).

De plus, quelques cours – observation scientifique au CO (encore enseignée à l'époque de l'enquête) et initiation à la démarche scientifique au PO – offrent de réelles possibilités de mettre en œuvre des DI.

L'attitude des enseignants genevois et les façons de faire qu'ils annoncent montrent que les activités pratiques et la DI au sens large sont bien présentes dans leur enseignement. Le contexte institutionnel ainsi que de nombreuses formations continues peuvent expliquer que Genève ait bien intégré une culture d'enseignement des mathématiques et des sciences centrée sur l'élève. Comment expliquer alors l'attitude des enseignants genevois en retrait par rapport aux possibilités de développement de la DI ? Peut-être par le fait que l'enquête est intervenue dans une période de bouleversements structurels dans l'école genevoise (en particulier au CO, avec redéfinition des filières suite à la votation populaire du 17 mai 2009) et des changements importants dans les plans d'études avec l'introduction du PER (CIIP, 2010) à l'école obligatoire. Si ces changements ne remettent pas en question les références à la DI, ils peuvent expliquer que les enseignants genevois soient moins prêts à s'engager pour la DI, mobilisés qu'ils sont par les réformes en cours.

Ce ne sont pas tant les textes officiels que le manque de temps prévu à l'horaire qui limitent le développement de la DI. En effet, les intentions sont claires, mais la surcharge des programmes (grande quantité de notions à traiter dans un temps restreint), fait que les enseignants sont confrontés à des choix difficiles. Certains privilégient l'accomplissement de la totalité du programme, parfois au détriment de l'exercice des démarches, ce qui constitue certainement une limite au développement de la DI.

La question de l'évaluation est un autre point de préoccupation des enseignants à propos de la DI. Dans cette enquête, elle s'exprime sous plusieurs formes : une difficulté à envisager l'évaluation dans le contexte de la DI et une inquiétude que l'évaluation des élèves ne soit pas cohérente avec les compétences développées par la DI. A cet égard, on remarque que les tentatives – au CO en particulier – de développer des évaluations institutionnelles qui testent également les démarches portent leurs fruits puisque les enseignants du secondaire paraissent moins préoccupés par l'évaluation que leurs collègues du primaire.

Conclusion

Nous avons analysé les résultats d'une enquête menée en 2011 auprès d'enseignants européens à propos de leur attitude envers un enseignement intégrant des démarches d'investigation en classe. Si à un niveau de comparaison international, les enseignants genevois disent pratiquer assez régulièrement ce type d'enseignement, ils ne sont pas intéressés à le développer. A Genève, les enseignants primaires sont plus positifs que leurs collègues du secondaire mais réclament des ressources pour mettre en place la DI. Au secondaire, les enseignants la pratiquent peu, surtout pour des questions de temps. Notre analyse montre que les plans d'études et les structures scolaires genevoises ne sont pas des limites à la DI, mais que les changements récents dans l'école ont peut-être freiné les enseignants dans le développement de telles approches.

Une autre facette de l'enquête s'intéresse aux pratiques en classe. Elle fera l'objet d'un second article dans un prochain numéro.

Références

Calmettes, B. (2009). Démarche d'investigation en physique. Des textes officiels aux pratiques en classe. *Spirale Revue de recherches en éducation, 43*, 139-149.

Calmettes, B. (Éd.). (2012). *Didactique des sciences et démarches d'investigation : Références, représentations, pratiques et formation*. Paris : L'Harmattan.

CIIP. (2010). *PER Plan d'études romand*. http://www.plandetudes.ch/home. consulté le 5 février 2014.

DIP. (2000). *Les objectifs d'apprentissage de l'école primaire genevoise*. Département de l'instruction publique, Genève.

Dorier, J.-L., & Maass, K. (2014). Inquiry Based Mathematics Education. In Encyclopedia of Mathematics Education. Dordrecht: Springer. http://www.springerreference.com/docs/html/chapterdbid/335725.html consulté le 2 mai 2014.

Euler, M. (2011). *PRIMAS WP9 Report about the survey on inquiry-based learning and teaching in the European partner countries (No. Deliverable n° 9.2)*. http://www.primas-project.eu/servlet/supportBinaryFiles?referenceId=8&supportId=1247 consulté le 2 mai 2014.

Grangeat, M. (Éd.). (2011). *Les démarches d'investigation dans l'enseignement scientifique pratiques de classe, travail collectif enseignant, acquisitions des élèves.* Lyon : École normale supérieure de Lyon.

Grangeat, M. (Éd.). (2013). *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation : des formations et des pratiques de classe*. Grenoble : Presses universitaires de Grenoble.

Kopp, R., & Weiss, L. (2014). L'attitude des enseignants genevois vis-à-vis de la démarche d'investigation. *In Skholê/ Cahiers de la recherche et du développement* (Vol. 18(1), p. 311-321). Marseille : Actes des 8e rencontres scientifiques de l'ARDIST.

Monod-Ansaldi, R., & Prieur, M. (2011). *Démarches d'investigation dans l'enseignement secondaire : représentations des enseignants de mathématiques, SPC, SVT et technologie Rapport d'enquête IFÉ – ENS de Lyon*. Lyon : IFÉ - ENS.

Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). L'enseignement scientifique aujourd'hui. Luxembourg : Union européenne : Direction générale de la recherche Science, économie et société. http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf consulté le 2 mai 2014.

Weiss, L., & Kopp, R. (2012). « We know how to do it, we think that it is interesting, but we don't practice it » - *Geneva teacher's orientation toward IBL*. Présenté à ECER 2012, The need for Education Research to champion Freedom, Education and Development for all, Cadiz.

Les trucs en classe de mathématiques : quand et pourquoi ?

Adolphe Adihou et Patricia Marchand

Université de Sherbrooke, Canada

Résumé

Dans la pratique de classe, nous remarquons l'utilisation de raccourcis mathématiques par les enseignants et les élèves eux-mêmes. Nous qualifions ces raccourcis de « trucs mathématiques » (TM). Le présent article présente d'abord une analyse mathématique et didactique de deux TM que nous retrouvons très fréquemment en classe de mathématiques au secondaire. Notre objectif vise à mettre en évidence les propriétés et les concepts mathématiques auxquels ils se réfèrent. Nous positionnerons la problématique de leur utilisation en classe en nous questionnant sur le quand et le pourquoi de l'exploitation de ces TM avec les élèves du secondaire : quels sont les avantages et les inconvénients de l'utilisation de ces TM dans l'enseignement des mathématiques ? Quelles sont leurs limites et leurs portées dans l'enseignement des mathématiques au secondaire ? Comment devrons-nous les exploiter en classe ?

Introduction

Qu'est-ce qu'un truc mathématique ?

Un truc mathématique (TM) est un moyen, un procédé, une technique. C'est une astuce économique et facile pour résoudre une activité mathématique (Loock, 2006). En effet, en faisant référence aux différents champs mathématiques, nous parlerons de trucs arithmétiques, algébriques, géométriques, etc. (Adihou 2003). Les TM renvoient à un ensemble de techniques, de procédés ordonnés qui utilisent des méthodes issues de connaissances mathématiques ou simplement des méthodes dictées par la pratique mathématicienne. Ces méthodes (méthode de moindre carrée, « règle de trois », etc.) sont mathématiquement mises en évidence à travers des expériences et des recherches. Un des objectifs de la construction et de l'utilisation d'un TM étant économique, il prend souvent le statut de technique qui met en jeu plusieurs propriétés, invariants et opérations mathématiques, mais trop souvent de manière opaque.

Les trucs mathématiques en classe

Dans un contexte mathématique, ces TM sont à la fois produits et générateurs de raisonnements mathématiques. Ils sont donc pertinents dans l'avancement des recherches en mathématiques, mais qu'en est-il de leur exploitation en classe du secondaire ? L'objectif didactique de l'exploitation des TM serait-il de procéder à leur reconstruction ou encore tout simplement de les utiliser ? Comment traiter leur opacité en classe ?

En apprentissage et en enseignement des mathématiques au secondaire[1], les TM sont vus comme des raccourcis qui sont construits ou utilisés dans certaines activités par les enseignants ou par les élèves. Lorsque ces TM ne sont qu'utilisés, les élèves ignorent très fréquemment soit les contenus mathématiques qui sont à l'œuvre, soit leur origine. Lorsqu'au contraire, ils sont construits par les élèves, ils peuvent devenir des leviers didactiques pertinents et, par le fait même, source d'apprentissages mathématiques. Mais, selon nos observations tant en formation initiale que continue des enseignants, les TM sont majoritairement utilisés en classe et non construits et semblent créer des difficultés d'enseignement et d'apprentissage (Adihou et Arsenault, 2012; Adihou, Arsenault et Marchand, 2012; Adihou et Marchand, 2012-2014, 2010; Marchand, Adihou, Lajoie, Maheux, et Bisson, 2012).

Dans un tel contexte d'utilisation de TM en classe du secondaire, nous pourrions prendre la position d'éliminer ces derniers pour éviter les obstacles didactiques qu'ils semblent générer. Mais, le problème ne doit pas se poser en ces termes, car, d'une

1 *L'article porte sur l'enseignement secondaire, mais des TM existent à tous les niveaux scolaires.*

part, relativement à notre nature humaine, nous cherchons toujours des raccourcis et, d'autre part, un des objectifs en mathématiques est de trouver des stratégies et des méthodes expertes et économiques. C'est dire que les TM seront toujours présents dans l'environnement de la classe, même des élèves en élaborent à partir d'autres TM. Notre position est par conséquent d'envisager ces TM comme des occasions pour valoriser un enseignement basé sur la compréhension mathématique qui se cache derrière et de donner un sens aux concepts sous-jacents.

Nous pensons que l'exploitation des TM en classe de mathématiques tout en s'appuyant sur le potentiel mathématique[2] des élèves et sur la face cachée des TM en termes de raisonnement mathématique est pertinente. Ainsi, les TM ne devraient pas représenter l'objet d'apprentissage, mais davantage un moyen d'accéder aux structures mathématiques qui le sous-tendent. L'utilisation des TM est souvent proposée pour court-circuiter l'investissement mathématique des élèves et donc d'éviter l'exploitation de leur potentiel mathématique. Quels sont les contenus mathématiques qui structurent les TM exploités par les enseignants ? Ces TM sont-ils en adéquation avec les connaissances ou compétences mathématiques visées par ce niveau scolaire ? L'objectif principal de cet article s'inscrit dans une perspective de reconstruction des TM et non simplement de leur utilisation et consiste à étudier les raisonnements mathématiques sous-jacents aux TM afin d'en questionner leur pertinence et leur utilité dans les classes de mathématiques au secondaire.

Analyse mathématique et didactique de trucs mathématiques

Dans cette partie, nous donnerons deux exemples de TM liés aux notions abordées en classe du secondaire[3]. Le but de cette partie n'est pas de faire un répertoire des explications plausibles de chacun des TM, car nous pourrions assurément en trouver plusieurs. Nous voulons surtout rendre explicites quelques raisonnements mathématiques qui se cachent derrière ces TM afin de les démystifier en vue de pointer leur potentiel mathématique pouvant être exploité en classe du secondaire. Pour chacun des TM, nous retrouvons sa formulation et son analyse mathématique reprenant les étapes de Mason (1994), soit l'exemplification, la généralisation, la justification et l'identification du contenu.

Truc mathématique 1

Lorsque nous divisons deux nombres décimaux ayant une partie entière et une partie fractionnaire, nous enlevons la virgule au diviseur pour qu'il devienne un nombre entier et nous décalons la virgule du dividende en conséquence. Ensuite, nous réalisons la division avec ces nombres.

Exemplification[4]

$$12{,}345 \div 6{,}78 = \frac{12{,}345}{6{,}78} \times 1$$

$$= \frac{12{,}345}{6{,}78} \times \frac{100}{100} = \frac{12{,}345 \times 100}{6{,}78 \times 100}$$

$$= \frac{1234{,}5}{678} = 1234{,}5 \div 678$$

En multipliant par 1, l'égalité est conservée, car 1 est l'élément neutre de la multiplication. La partie fractionnaire du diviseur étant de l'ordre des centièmes, l'élément neutre 1 est remplacé par 100/100. Le recours à l'élément neutre permet ici de faire un lien avec un raisonnement proportionnel. Ce raisonnement peut être verbalisé en ces termes : je pars avec un nombre 100 fois plus grand que je divise par un nombre 100 fois plus grand que le diviseur initial; mon résultat demeure donc le même.

---

2 Le potentiel mathématique de l'élève est l'ensemble des forces, des capacités, des ressources mathématiques dont dispose en puissance l'élève (Barabé, 2011).

3 Voir Adihou et Marchand (2010) pour des TM liés aux classes élémentaires.

4 Pour ne pas alourdir le texte, un seul cas de figure est considéré dans l'étape d'exemplification, mais cette étape implique nécessairement l'analyse des différents cas de figures pouvant être générés.

Généralisation

Soit l'opération suivante :

$$N_1 \div N_2 = \frac{abc,def}{u,vw}$$

($\bar{a}$, b, c, d, e, f, u, v et w € IN)

$$\frac{abc,def}{u,vw} = \frac{abc,def \times 100}{u,vw \times 100}$$

$$= \frac{abcde,f}{uvw} = abcde,f \div uvw$$

Justification et contenus

Les transformations qui sont généralement effectuées dans l'algorithme de division d'un nombre décimal par un nombre décimal non-nul, invitent à rendre le diviseur entier. Cet apprêt résulte aussi du sens qui est donné à la division, le sens de groupement ou de partage. En ce qui concerne les nombres entiers, l'algorithme de division est structuré autour de la numération de position et ce sens peut être poursuivi si le diviseur est entier. Pour que le diviseur soit un nombre entier, plusieurs contenus mathématiques permettent des transformations. Entre autres, celui qui nous permet d'avoir une équivalence entre les opérations est la propriété de l'élément neutre de la multiplication et le résultat d'une division d'un nombre par lui-même ou encore la proportionnalité.

Il est aussi possible d'écrire les nombres décimaux N_1 (dividende) et N_2 (diviseur), sous la forme d'une fraction, soit :

$$N_1 = abc,def = \frac{abcdef}{1000}$$

$$N_2 = u,vw = \frac{uvw}{100}$$

On pourra ensuite mettre en évidence l'équivalence des écritures, c'est-à-dire l'écriture sous forme fractionnaire et avoir recours à la multiplication de fractions :

$$N_1 \div N_2 = \frac{abcdef}{1000} \div \frac{uvw}{100} = \frac{abcdef}{1000} \times \frac{100}{uvw}$$

Nous pourrions poursuivre le raisonnement pour prouver que ce processus est vrai pour la division de deux nombres décimaux quelconques (bien entendu avec un diviseur non-nul).

Dans les deux cas, nous exploitons de manière explicite des contenus mathématiques visés au secondaire, soit une des propriétés de la division (l'élément neutre), la proportionnalité et la multiplication de fractions. Le TM devient par conséquent un moyen de traiter ces contenus avec les élèves et du même coup de leur fournir un exemple de leur utilité, ici, mathématique.

Truc mathématique 2

Pour diviser des fractions, nous multiplions la première par l'inverse de la deuxième.

Exemplification

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{4 \times 2} = \frac{21}{8}$$

Généralisation

Ce truc peut être généralisé comme suit : « Pour diviser une fraction A/B par une fraction C/D, on multiplie la fraction A/B l'inverse deC/D ».

Justification et contenus

Observons d'abord ce qui peut être fait pour justifier cette égalité. Voici une façon parmi d'autres de l'interpréter par le biais des techniques de transformation.

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{\frac{A \times D}{B \times D}}{\frac{C \times B}{D \times B}} = \frac{A \times D \times (\frac{1}{B \times D})}{C \times B \times (\frac{1}{D \times B})}$$

$$= \frac{A \times D}{C \times B} = \frac{A \times D}{B \times C} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

Les transformations opérées pour justifier la généralisation ont un potentiel didactique. Ici, les diverses transformations plausibles peuvent travailler l'équivalence des fractions, la proportionnalité, la simplification des fractions, le recours à l'élément neutre ou la régularité de la multiplication. Des techniques en lien avec la résolution des équations ou la relation d'égalité auraient également pu être exploitées en introduisant l'inconnue de la réponse, soit x et en réalisant des transformations sur l'égalité pour obtenir la multiplication de la fraction inverse. L'analyse du TM en classe peut ainsi permettre l'exploitation de notions mathématiques et de les lier entre elles. En ce sens, nous considérons qu'il s'agit d'une piste prometteuse à exploiter en classe.

Réflexion sur le quand et comment exploiter ces trucs mathématiques en classe

Dans cette dernière partie, nous reprenons les deux TM et nous explorons différentes avenues d'exploitation en classe du secondaire.

Truc Mathématique 1

Nous pouvons penser à effectuer un retour à la division d'un nombre décimal par un nombre entier avec les élèves. Il se fera par un jeu de transformation tout comme nous l'avons fait précédemment dans l'exemplification, avec une centration sur la transformation du diviseur. La technique de rééquilibrage sera utilisée à l'aide de la propriété de l'élément neutre de la multiplication ou de la proportionnalité.

Un retour aux fractions décimales avec les élèves peut être également une bonne piste d'intervention en classe. On pourrait aussi être amené au secondaire à travailler la technique de la réduction au même dénominateur lors de la division des fractions, mais aussi la priorité des opérations et toute une variété de transformations. Nous illustrons nos propos avec l'exemple précédent : 12,345 ÷ 6,78

$$=\frac{12345}{1000} \div \frac{678}{100} = \frac{\frac{12345}{1000}}{\frac{678}{100}} = \frac{12345 \times \frac{1}{1000}}{678 \times \frac{1}{100}}$$

$$=\frac{12345}{678} \times \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{100}} = \frac{12345}{678} \times \left(\frac{1}{1000} \div \frac{1}{100}\right)$$

$$=\frac{12345}{678} \times \frac{1}{10} = \frac{12345}{6780}$$

Cet exemple met en évidence des problématiques selon lesquelles les nombres décimaux ont des représentations décimales et fractionnaires, et ce n'est pas la virgule qui définit un nombre décimal. C'est l'occasion de mentionner aux élèves qu'un nombre décimal est rationnel, mais qu'un nombre rationnel n'est pas nécessairement décimal (ex. : 1/3). L'enseignant pourra ainsi insister sur le fait que ce n'est pas la virgule qui confère à un nombre le statut de nombre décimal.

Une troisième avenue est également possible : procéder à une estimation de la réponse, réaliser ensuite le calcul comme s'il s'agissait d'entier et replacer la virgule au bon endroit dans la réponse selon l'ordre de grandeur du résultat estimée au départ.

Ces trois méthodes n'ont cependant pas la même richesse mathématique ou même didactique. La première conserve la logique qui sous-tend la division des décimaux, logique selon laquelle on veut que le diviseur reste un nombre entier (le sens du partage). La deuxième propose une méthode hybride où nous modifions les nombres tout en gardant un contrôle sur cette dernière et qui permet de faire un travail sur les fractions décimales. La troisième, en contrepartie, ne tient pas compte de la division des nombres décimaux puisqu'il y a un retour aux nombres entiers pour les deux nombres de la division, mais elle permet tout de même de conserver un certain contrôle sur la grandeur du résultat, ce que le TM ne permet pas. Alors, à vous de choisir les compromis mathématiques et didactiques que vous voulez faire dans votre classe, tout en ayant en tête les répercussions que cette perte de richesse peut entraîner chez vos élèves à court et à long termes!

Truc Mathématique 2

Nous pouvons penser à effectuer un retour à l'écriture d'une division avec les élèves en réalisant des transformations tout comme nous l'avons fait précédemment dans l'exemple : avec la transformation des fractions (dividende et diviseur) pour obtenir des fractions ayant les mêmes dénominateurs, en nous référant aux fractions équivalentes (numérateur et dénominateur) et en isolant la fraction unitaire (numérateur et dénominateur). La simplification trouve un écho dans la propriété de l'élément neutre de la multiplication ou de la proportionnalité. Reprenons l'exemple de ce TM :

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{3\times 7}{4\times 7}}{\frac{2\times 4}{7\times 4}} = \frac{3\times 7\times(\frac{1}{4\times 7})}{2\times 4\times(\frac{1}{7\times 4})} = \frac{3\times 7\times(\frac{1}{28})}{2\times 4\times(\frac{1}{28})}$$

$$= \frac{3\times 7}{2\times 4} = \frac{3\times 7}{4\times 2} = \frac{21}{8} = \frac{3}{4}\times\frac{7}{2} = \frac{21}{8}$$

Cette méthode est d'une grande richesse mathématique et didactique, tant sur la réécriture d'une division que sur les fractions équivalentes et l'équivalence des expressions. Elle conserve la logique qui sous-tend la division et la simplification. Elle permet une relecture de l'opération et donne un sens au terme inverse. Les diverses justifications des trucs sont d'une grande richesse mathématique, mais elles n'ont pas les mêmes valeurs didactiques. Certaines s'appuient sur des techniques, mais ici, les choix dans la simplification des fractions sont primordiaux et en même temps pas évidents pour les élèves. Ce facteur vient d'ailleurs alimenter le côté « magique » de ce TM et le fait qu'il faille le démystifier avec les élèves.

Synthèse

L'enseignement articule les expériences et savoirs des apprenants en contexte, qui sont appelés à être décontextualisés (dualité contextualisation/décontextualisation). Ceci permet d'institutionnaliser les savoirs. Par ailleurs, plusieurs recherches ont montré que l'apprentissage des mathématiques passe par le développement de raisonnements mathématiques et devra s'articuler autour de la recherche de sens afin d'élargir la vision des apprenants qui habituellement se limitent à l'application des règles et de faits mémorisés (Adihou, Arsenault et Marchand, 2006; Charnay, 1999). Or, tels qu'ils sont définis, les TM sont des procédés qui permettent d'appliquer des règles. Nous constatons que dans la formation initiale et continue plusieurs enseignants utilisent des TM, sans en connaître la construction. Conne (1997, 1999) a mis en évidence les rapports dialectiques entre la construction des connaissances et le contenu de savoir en insistant sur l'expérience. Si les TM sont construits ou analysés par les élèves, alors ils peuvent être considérés comme un moyen pouvant générer un apprentissage riche de sens. Dans le cas contraire, les TM participeraient à renforcer la perception selon laquelle les mathématiques représentent une série de règles à apprendre par cœur (Charnay, 1999). Ainsi, les TM ne devraient pas être des recettes à appliquer dans le but de contourner des difficultés ou des apprentissages mathématiques. Dans ce cas, les élèves ne seraient pas conscientisés aux contenus mathématiques sous-jacents et donc passeraient à côté de la richesse des mathématiques en termes de système interne structuré et cohérent.

D'autres pistes didactiques pourraient être envisagées pour valoriser une exploitation riche de sens pour ces TM, tout en s'assurant que les élèves possèdent les connaissances mathématiques nécessaires à la justification de ces derniers : 1) amener les élèves à la découverte de régularités dans les opérations ou formules ou encore 2) provoquer des moments déclencheurs en explorant le TM et en recherchant le sens caché.

Notons que dans le cadre d'un projet (Chantier 7[5]) de formation d'enseignants et d'orthopédagogues (Adihou et Marchand, 2012-2014), nous avons analysé le concept de TM et leur exploitation en classe sous différents points de vue. Cinq catégories de TM ont émergé : le TM en lien avec 1) le vocabulaire et les conventions (trucs mnémotechniques) ; 2) les algorithmes ou formules ; 3) les propriétés des objets mathématiques ; 4) le concept en soi et 5) des faits mathématiques. Lorsque nous avons envisagé leur exploitation en classe, trois types d'activités ont été identifiés, reflétant les pistes envisagées précédemment dans l'article : 1) faire autrement ; 2) à la recherche de régularités et 3) pourquoi ça marche ?

5 Projet de formation d'enseignants et d'orthopédagogues. En cours.

Conclusion

Étant donné qu'il est irréaliste d'envisager un enseignement sans l'utilisation des TM[6], surtout dans l'optique où les mathématiques sont par leur nature même à la recherche de régularités et de méthodes plus efficace pour résoudre des problèmes, nous voyons un intérêt certain pour une exploitation judicieuse de ces derniers en classe de mathématiques. Mais, il s'agit d'un couteau à double tranchant. Une exploitation réfléchie des TM en classe du secondaire peut être une excellente occasion d'alimenter les concepts mathématiques et d'élargir la vision mathématique, mais le danger de tomber dans une utilisation technique est très grand tant de la part des enseignants que des élèves. Un retour centré sur la reconstruction et l'analyse des TM amène les apprenants à une meilleure compréhension mathématique, à un développement des raisonnements mathématiques et à une intégration des liens entre les divers concepts entourant les TM.

Références

Adihou, A. (2003). *Étude des phénomènes didactiques liés à la méthode de résolution de problèmes arithmétiques par la mise en équations en 9ème secondaire*, Thèse de doctorat, Université de Genève.

Adihou, A. et Arsenault, C. (2012). Dispositif de formation mathématique pour les enseignants du primaire : choix, caractéristiques, résultats et impacts. In J. Proulx, C. Corriveau, & H. Squalli. (éd.), *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques, Québec :* Les Presses universitaires du Québec

Adihou A., Arsenault C., Marchand P. (2012) Dispositif de formation mathématique pour les futurs maîtres. In J.-L. Dorier, S. Coutat (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21esiècle – Actes du colloque EMF2012*. (pp. 260 -279). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

Adihou, A., Arsenault, C., Marchand, P. (2006). Réflexion sur un dispositif de formation pour le développement de compétences en mathématiques chez les futurs maîtres. *In N. Bednarz, C. Mary (Eds.) Acte du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*(pp. 1-11). [Cédérom]. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Adihou, A., Marchand, P. (2012-2014). Regard didactique et pratique sur les activités de classe mettant en jeu les trucs mathématiques. *Chantier 7 : Projet de formation d'enseignants et d'orthopédagogues.* En cours.

Adihou, A., Marchand P. (2010). Trucs mathématiques. *Bulletin de l'association mathématique du Québec (AMQ) 50*(3), 37-51.

Barabé, G. (2011). *Une étude du développement professionnel par l'intégration dans la pratique d'enseignement d'une approche visant le développement du potentiel mathématique des élèves.* Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke.

Charnay, R. (1999). À la recherche du sens... *Grand N*, 64, 59-63

Conne, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne,. In G. Lemoyne & F. Conne (Éd.). *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Montréal : Presses de l'Université de Montréal, (pp. 31-69).

Conne, F. (1997). L'activité dans le couple enseignant/enseigné, In M Bailleul (Éd.) *Actes de la 9e École d'été de didactique des mathématiques à Houlgate,* Grenoble : La pensée sauvage.

Loock, M.-F. (2006). *L'encyclopédie des trucs – Des milliers d'astuces de A à Z.* Paris : Édition J'ai lu, Vie quotidienne.

Marchand, P., Adihou, A., Lajoie, C., Maheux, J.-F. et Bisson, C. (2012). Les jeux de rôles en formation initiale : Mettre les compétences professionnelles en action dans la formation didactique, *Actes du 27e Congrès de l'Association internationale de pédagogie universitaire (AIPU)*, 198-208.

Mason, J. (1994). *L'esprit mathématique*. Collection La Spirale. Éditions Modulo.

6 Au delà de la définition donnée dans cet article, la question de savoir ce qu'est un TM demeure entière. Cet aspect fait l'objet d'une réflexion et nous espérons le clarifier dans un autre article.

Math-Ecole n°222 Numéro spécial thématique en version papier

Comité éditorial

Thème : Enseignement de la géométrie de l'école primaire à l'Université

Cette thématique se veut très large et englobe, pour la scolarité obligatoire, ce que l'on trouve dans les MSN[1] 11, 21 et 31 du Plan d'Etudes Romand relativement à l'« Espace », à savoir, les figures géométriques planes, les solides, les transformations géométriques et le repérage dans le plan et dans l'espace. Les propositions d'articles au niveau Post-Obligatoires sont aussi les bienvenues.

Les textes pourront aborder l'une des grandes questions suivantes (liste non exhaustive) :

1- Continuité/discontinuité de l'enseignement de la géométrie au cours de la scolarité : en quoi ou comment la géométrie pratiquée au primaire, orientée vers la perception et le sensible, est-elle articulée avec la géométrie du secondaire, plus théorique, s'appuyant sur le raisonnement déductif ?

2- Interaction de la géométrie avec les autres cadres mathématiques et les autres disciplines : quels peuvent être les effets sur les connaissances des élèves de l'interaction de la géométrie avec d'autres cadres mathématiques ?

3- Pertinence ou intérêt de l'utilisation des outils (règles, compas, logiciels, planchette à clous) pour l'apprentissage de la géométrie.

Ces pistes de réflexions ne sont pas exhaustives et nous vous invitons à en proposer d'autres par exemple autour de la géométrie dans l'espace, le repérage dans le plan ....

1 *Mathématiques et Sciences de la nature* (http://www.plandetudes.ch/web/guest/mathematiques).

Quelques références

Berthelot, R. & Salin, M-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N, 53,* 39-56.

Berthelot, R. & Salin, M-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N, 65,* 37-59.

Berthelot, R. & Salin, M-H. (2001). L'enseignement de la géométrie au début du collège, *Petit x, 56,* 5-34.

Brousseau, G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : étude de l'espace et de la géométrie. Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques du Département des Sciences de l'éducation de l'Université de Crète à Réthymon http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/51/51/10/PDF/Les_proprietes_didactiques_de_la_geometrie_elementaire.pdf consulté le 5 mai 2014.

Dronne, G., Sauvy, S. (1975). Planchettes à clous et géométrie spontanée d'enfants de *9 à 11 ans. Math-Ecole* 69, 2-13.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 11*, 175-216

Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques, *In Bailleul, M. (ed.), Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques,* Houlgate : IUFM de Caen, 203-213.

Laborde, C. et Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques 14(1),* 165-210

Appel d'offres

Comme vous pouvez le constater en vous référant à la politique éditoriale, la Revue Math-Ecole est publiée deux fois par année sous forme électronique et une fois tous les deux ans en version papier, avec un numéro spécial thématique. Six mois après leur parution dans la revue papier, les numéros sont disponibles en ligne sur le site de la Revue à l'adresse http://www.math-ecole.ch.

Si vous souhaitez contribuer au prochain numéro, merci d'envoyer votre texte à mathecole@ssrdm.ch au plus tard le 20 aout 2014 en répondant aux conditions décrites dans la politique éditoriale.

En espérant que vous serez nombreux à contribuer au prochain numéro.

Math-Ecole, pour ceux qui s'intéressent à l'enseignement des mathématiques !

Chacun est invité à proppposer des textes, témoignages, comptes rendus, en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences.

Les articles doivent parvenir en version électronique, par email adressé à la rédaction (mathecole@ssrdm.ch). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et un ou deux membres du comité.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Contact : mathecole@ssrdm.ch

Site internet :

http://www.math-ecole.ch/mathecole/

Pour commander d'anciens numéros de Math-Ecole vous pouvez adresser vos demandes à mathecole@ssrdm.ch

- CHF 5.- de n° 150 à 218 (n° 136, 152, 153, 178,179 et 186 épuisés)
- CHF 3.- de n° 1 à 149 (nombreux numéros épuisés)

Tous les numéros sont consultables en ligne à partir du n° 50 depuis la rubrique *Consultation en ligne*.

Couverture

Détail d'un oeuf géométrique pavé réalisé par Alessia, Collège de Delémont.