ÉDITORIAL

UNE NOUVELLE PAGE S'OUVRE POUR MATH-ÉCOLE

Céline Maréchal[1]

En décembre 2006 le dernier numéro de Math-Ecole (217) paraissait après 45 années de « loyaux services ». L'éditorial rédigé par le comité de rédaction s'intitulait alors « une page se tourne ». Des perspectives pour la revue, bien qu'incertaines à cette époque, restaient toutefois ouvertes : proposition d'éditions électroniques, reprise de l'édition par une nouvelle équipe ou une institution intéressée. L'optimisme d'alors n'a pourtant pas suffi ! C'est donc en l'honneur de l'ancien comité de rédaction, volontaire et enthousiaste, que nous proposons de lancer ce numéro spécial : premier pas vers la renaissance de la revue Math-Ecole ! A ce propos nous tenons à remercier chaleureusement la Société Suisse de Recherche en Didactique des Mathématiques (SSRDM) qui grâce au financement de ce numéro spécial nous permet de mener à bien cette entreprise et qui, comme nous, œuvre à favoriser des échanges sur l'enseignement des mathématiques en Suisse romande.

Se pose toutefois la question de la justification d'une telle démarche. Pourquoi les facteurs ayant conduit à la suspension de la revue ne feraient plus obstacle aujourd'hui ? Quelles causes ont été à l'origine de cette interruption et en quoi nous pensons qu'une remise en activité de Math-Ecole, suite à une latence de cinq années, est aujourd'hui justifiée ? Deux raisons principales peuvent être mentionnées comme décisives dans l'interruption de la revue en 2006 : difficulté de trouver de la relève pour l'association Math-Ecole et surabondance de nouvelles ressources à destination des enseignants (notamment Internet) entrainant une diminution de l'intérêt pour des articles sur les mathématiques scolaires et leur enseignement. Concernant le premier des points mentionnés, la motivation de l'équipe actuelle à remettre sur pied une revue qui permette un dialogue entre enseignants et chercheurs à propos de l'enseignement des mathématiques y répond sans aucun doute. Quant au deuxième point, il implique une réflexion sur le contexte scolaire actuel afin de s'y ajuster et répondre aux attentes.

Quelles propositions seraient dès lors pertinentes et porteuses de sens pour les enseignants suisses romands ? Voici quelques pistes de réflexion qui, nous l'espérons, nous permettront de contribuer à notre projet de faire renaître Math-Ecole :

- comme l'usage des moyens d'enseignement de mathématiques ne se fait pas sans mal au primaire et au secondaire I, Math-Ecole pourrait mettre à disposition des scénarii d'utilisation des moyens, des suggestions d'évaluation, etc. ;
- Math-Ecole pourrait proposer des activités nouvelles qui permettraient aux enseignants de varier leur enseignement au gré de l'actualité didactique et pédagogique ;
- comme un manque de moyens et de propositions d'activités adaptés au public spécifique de l'enseignement spécialisé est parfois pointé, Math-Ecole pourrait proposer quelques articles apportant des idées d'activités pour ce secteur particulier ;
- Math-Ecole pourrait permettre de développer des échanges entre les didacticiens des mathématiques des diverses institutions de formation en Suisse romande;
- Math-Ecole pourrait constituer un support à la publication de mémoires d'étudiants ;
- par la publication d'anciens articles, Math-Ecole pourrait permettre d'entretenir la mémoire collective ;
- Math-Ecole pourrait mettre à disposition diverses informations d'actualité (parution de livres, de revues, congrès, etc.) actuellement éparpillées ;

1 Chargée d'enseignement, FEP, Université de Genève, celine.marechal@unige.ch

- Math-Ecole pourrait faire le lien avec d'autres revues francophones traitant d'enseignement des mathématiques.

C'est au regard de ces différents éléments que le nouveau comité de rédaction espère avoir mis toutes les chances de son côté afin d'ouvrir une nouvelle page pour la renaissance de Math-Ecole !

Et finalement nous saluons ici les participants au colloque EMF2012 à Genève à qui nous remettons un exemplaire de cette revue afin de leur présenter quelques travaux représentatifs de ce qui se fait en Suisse romande dans ce domaine.

Bonne lecture!

POUR MÉMOIRE

Luc-Olivier Pochon

Le premier numéro du Bulletin Cuisenaire de Suisse romande, « Les nombres en couleur », paraît en avril 1962. Son rédacteur est Samuel Roller, docteur en philosophie, co-directeur des Etudes pédagogiques à Genève. Neuchâtelois « monté » à Genève à la suite d'illustres prédécesseurs (Pierre Bovet, Jean Piaget), cet ancien instituteur va marquer par son enthousiasme et son charisme un mouvement d'innovation contrôlée de la pratique pédagogique dans les écoles de Suisse romande. « Les nombres en couleur » constitue une des premières pierres du processus.

A ses débuts, le Bulletin est encarté dans « L'école valaisanne », honneur dont ce journal est « fier » selon les mots de Marcel Gross alors Conseiller d'Etat valaisan en charge du Département de l'Instruction publique.

En 1964, dans la mouvance de la création de la discipline universitaire « Sciences de l'éducation », un Service de la recherche pédagogique (SRP) est créé à Genève. Samuel Roller devient le premier directeur de cette institution qui va donc héberger « Les nombres en couleur » à partir de son 15e numéro. Dans ce nouvel environnement, le bulletin, après s'être nommé « La MATHématique à l'ECOLE », devient Math-Ecole dès le 26e numéro. La revue se dote également d'un comité de rédaction romand à partir du 31e numéro. Celui-ci est composé, outre du rédacteur, de Arlette Grin, Berthold Beauverd, Léo Biollaz, Gaston Guélat, Laurent Pauli, Nicolas Savary, puis Raymond Hutin l'année suivante.

Samuel Roller prenant la direction de l'Institut romand de recherche et de documentation pédagogique (IRDP) nouvellement créé, c'est sous cette nouvelle adresse que paraît le numéro 46 de la revue en janvier 1971. Dans un comité de rédaction légèrement remanié apparaissent les noms de François Brunelli, André Calame et Frédéric Oberson.

Après 15 ans d'existence, le numéro 75 de la revue est le dernier dont Samuel Roller est le rédacteur. Il rédige à cette occasion un éditorial qui se trouve être l'un des premiers textes faisant allusion à l'évaluation de l'enseignement renouvelé des mathématiques. Avec son goût de la métaphore, le rédacteur compare alors le processus d'innovation à la vie d'un iceberg. Attaché à la banquise, il est inoffensif. C'est quand il descend vers les zones chaudes qu'il devient dangereux jusqu'à qu'il se dissolve, dissolution correspondant à un climat de mutuelle compréhension entre innovateurs et « innovés ».

Raymond Hutin directeur du SRP devient le nouveau rédacteur, dès 1977, de Math-Ecole qui réintègre le SRP à Genève. Le comité de rédaction connaît à nouveau un remaniement. A quelques anciens se joignent quelques autres collègues que l'on peut encore rattacher aux temps héroïques : Françoise Waridel, Théo Bernet et Jean-Jacques Walder[2].

2 On trouvera dans les numéros 76 (janvier 1977), 151 (janvier 1992), 200 (décembre 2001), 217 (décembre 2006), le nom d'autres personnages impliqués dans l'aventure.

Le nouveau rédacteur va conduire la barque pendant 15 autres années (75 numéros). Dans cette aventure, il saura profiter pour alimenter la revue de l'équipe d'animatrices et animateurs mathématiques, enthousiastes et compétents, dont il a pu s'entourer au SRP.

Dès le numéro 151, l'administration de la revue retourne à l'IRDP. Le nouveau rédacteur, François Jaquet, auteur de manuels, compositeur de problèmes, infatigable organisateur de rencontres et joutes mathématiques, entre autres activités, est en effet collaborateur scientifique dans cette institution. Contrairement aux rédacteurs précédents, il n'est pas directeur et si l'IRDP offre un toit à la revue et un petit secrétariat, la situation n'est plus la même, la revue est moins dépendante d'une institution officielle. Par ailleurs, les abonnements offerts par certains Départements de l'Instruction publique aux enseignants ou aux écoles deviennent plus rares. François Jaquet va donc devoir peu à peu « professionnaliser » l'organisation de la revue. Les travaux bénévoles de mise en page, de relecture et de relation avec l'imprimerie Fiorina, assurés pendant 20 ans par François Brunelli et plus de 5 ans par Yvan Michlig, sont alors rétribués puis confiés à des professionnels.

Dès le numéro 151, la revue adopte un format et une présentation moins austères. Le rédacteur quittant l'IRDP, Math-Ecole est accueilli par l'Institut de mathématiques de l'université de Neuchâtel dès le numéro 201. Dès le numéro 206, la couleur est plus largement utilisée. Quatre numéros annuels plus consistants sont proposés à la place des cinq livraisons traditionnelles.

François Jaquet, comme les rédacteurs précédents mais dans des conditions plus difficiles, a mené (parfois tiré) la barque durant 15 années (jusqu'au numéro 217). Il a été aussi, dès le numéro 70, l'un des contributeurs les plus féconds. Son engagement remarqué est tel qu'aucun des membres du comité n'estime posséder le temps, l'énergie et les ressources nécessaires pour reprendre le flambeau. Une version électronique est ébauchée, mais les membres du comité de rédaction étant pris par d'autres travaux, l'alimentation en articles s'avère insuffisante, sans sous-estimer les autres tâches ô combien essentielles : gestion du fichier des abonnés, tenue de la boutique qui permet un apport financier indispensable, etc.

De fait, l'ancienne équipe sentait qu'un cycle était accompli. Inutile de rappeler le nombre de changements qui ont marqué l'école et la société durant les 45 années pendant lesquelles Math-Ecole accompagnait, entre pratique et théorie pédagogiques, le renouvellement de l'enseignement des mathématiques. Il semblait nécessaire de repenser forme et fond d'un organe de liaison entre les collègues de tout bord concernés par l'enseignement des mathématiques. Un moment de respiration et de prise de recul s'avérait nécessaire. Cinq ans après, une nouvelle équipe reprend le relais dans une forme adaptée à l'esprit et aux besoins du temps. Il nous reste qu'à souhaiter longue vie à cette initiative. Si dans le cadre de celle-ci une référence à l'histoire de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande devait se faire, il n'y a aucun doute que l'ancien Math-Ecole y occupera une place de choix.

REPRISE NUMÉRIQUE DE QUELQUES ARTICLES « MARQUANTS » DE MATH-ECOLE

consultables sur le site www.math-ecole.ch

Les articles référencés ci-dessous ont été sélectionnés par la rédaction à partir de propositions de membres de l'ancien et du nouveau comité de rédaction.

- *MATH-ECOLE.* Samuel Roller. *N° 26 (1967).*
- *De l'idée d'échange à la notion de division.* Raymond Hutin*. N° 52 (1972).*
- *Remarques sur l'éducation mathématique.* Jean Piaget*. N° 58 (1973). Repris dans le N° 201.*
- *La multiplication.* Nadia Guillet*. N° 82 et N° 83 (1978).*
- *A propos de la didactique des mathématiques.* Jean Brun*. N° 100-101 (1981). Repris dans le N° 205.*
- *Dix principes méthodologiques particulièrement importants pour l'enseignement des mathématiques.* Jean-Marie de Ketele*. N° 100/101 (1981).*
- *Faire un compte rendu d'une leçon de mathématique, Est-ce utile? Intéressant? Risqué?* Jean François Perret et al*. N° 127 (1987).*
- *La formule de Pick.* A. Calame*. N° 144 (1990).*
- *Une activité de recherche dans l'espace.* Serge Lugon*. N° 144 (1990).*
- *Bribes d'histoire et perspectives d'avenir.* Raymond Hutin*. N° 151 (1992).*
- *Utilisation de la calculette dans la formation du concept de multiplication dans l'enseignement spécialisé.* Jean-Michel Favre*. N° 156 (1993).*
- *La conseillère fédérale Ruth Dreifuss interpelle les mathématiciens. N° 166 (1995).*
- *Est-ce la fin des maths modernes ? (Editorial)* François Jaquet*. N° 174 (1986).*
- *Présentation des "Espaces de liberté, lignes directrices et points de convergence".* A. Scheibler*. N° 188 (1999).*
- *Espaces de liberté, lignes directrices et points de convergence.* CDIP, Groupe mathématique*. N° 188 (1999).*
- *Quelques instruments de pensée en géométrie.* Thérèse Guibert*. N° 193 (2000).*
- *Histoire des mathématiques en Suisse.* Lucia Grugnetti*. N° 194 (2000).*
- *Devons-nous encore enseigner les quatre opérations écrites.* Yvo Dallagana*. N° 198 (2001).*
- *Analyse et exploitation en classe du problème « Décoration » du 9e RMT.* Michèle Vernex*. N° 198 (2001).*
- *La mise en commun, enjeu des innovations actuelles dans l'enseignement des mathématiques.* François Jaquet*. N° 199 (2001).*
- *Art islamique et mathématiques.* Floriane Pochon et Luc-Olivier Pochon*. N° 206 (2003).*
- *L'utilisation de la calculette à l'école élémentaire.* Luca Del Notaro et Ruhal Floris*. N° 215 (2005).*
- *Quelques idées et des activités en cohérence pour un enseignement des mathématiques avec la calculatrice.* Laura Weiss*. N° 215 (2005).*
- *Suivi des nouveaux moyens d'enseignement des mathématiques au niveau secondaire II.* Aldo Dalla Piazza*. N° 216 (2005).*
- *La calculatrice dans les écoles de Suisse romande –quelques repères historiques.* François Jaquet, Luc-Olivier Pochon*. N° 216 (2005).*
- *Variations sur un problème connu. Luc-Olivier Pochon. N° 217 (2006).*

L'ESCALIER – UNE ACTIVITÉ SUR LES MULTIPLES ET DIVISEURS EN FIN DE PRIMAIRE

Lucie Passaplan et Sébastien Toninato[1]

Dans le but d'observer les stratégies usitées dans la résolution d'un problème mathématique, nous avons proposé à des élèves de 7ème Harmos, âgés de 10-11 ans, l'activité « l'escalier » qui prend place dans le domaine numérique des nombres naturels, sous le thème « multiples et diviseurs ».

Cet exercice comporte deux parties de résolution : la première définissant la longueur de l'escalier et la deuxième, comportant plusieurs items, décline différentes façons de gravir ledit escalier.

ANALYSE A PRIORI

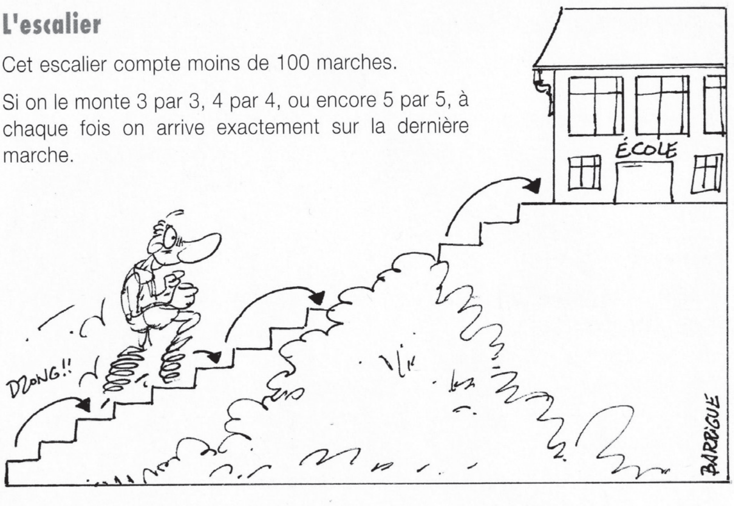
Connaissances pré-requises

Les connaissances en jeu pour la réalisation de cette activité touchent à l'établissement de suites numériques de multiples et à leur utilisation. Ainsi, afin d'être capables de résoudre ce problème, les élèves doivent connaître les livrets et savoir établir une liste de multiples. Ils peuvent également utiliser leurs connaissances des règles de divisibilité. En outre, cette activité exige aussi de leur part la compréhension du problème, l'élaboration d'une stratégie, ainsi que la communication et l'explication du résultat ; plus encore que les connaissances mathématiques mobilisées sur les multiples, elle permet de tester la recherche et la mise en œuvre d'une démarche de résolution.

11. L'escalier

Cet escalier compte moins de 100 marches.

Si on le monte 3 par 3, 4 par 4, ou encore 5 par 5, à chaque fois on arrive exactement sur la dernière marche.



Arriverait-on exactement sur la dernière marche de cet escalier si on le montait :

a) en sautant 6 marches à la fois ?

b) en sautant 8 marches à la fois ?

c) en sautant 5 marches, puis 7, à nouveau 5, puis 7, et ainsi de suite ?

d) en sautant 3 marches, puis 4, à nouveau 3, puis 4, et ainsi de suite ? et en sautant d'abord 4 marches ?

1 Etudiants FEP (Formation enseignement primaire) – Université de Genève.

Description des variables didactiques et leurs effets attendus
En étudiant l'activité, nous avons pu dégager plusieurs variables didactiques :

- le nombre de marches de l'escalier : dans l'énoncé, il est spécifié que le nombre de marches est inférieur à 100. Cette variable peu élevée permet d'entreprendre une démarche additive et n'incite pas les élèves à utiliser la multiplication et la division, ni les règles de divisibilité. Le choix de limiter la grandeur de l'escalier à 100 marches restreint également le nombre d'escaliers possibles. Ici, en particulier, il n'y a qu'une seule possibilité.

- le nombre de marches à monter par enjambée : il correspond au nombre de marches enjambées à chaque pas et représente, mathématiquement, la donnée qui sert à l'établissement de la liste des multiples, ces derniers permettant, in fine, de définir le nombre de marches de l'escalier grâce à la recherche du multiple commun.

La première partie de l'exercice demande l'établissement de listes de multiples, afin de trouver un multiple commun répondant aux critères, c'est-à-dire un multiple commun à 3, 4 et 5. A noter que ces trois nombres sont premiers entre eux, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas de diviseur commun (mis à part 1). Ainsi, leur plus petit commun multiple (ppcm) est leur produit, c'est-à-dire 60, qui correspond au nombre de marches de l'escalier. Les élèves de 10 – 11 ans n'ont probablement pas les connaissances pour appréhender cette stratégie experte, qui d'ailleurs ne leur sera pas expliquée. Ils peuvent par contre travailler à partir de listes des multiples communs ; dans ce cas, le facteur 5 facilite la recherche du multiple commun, étant donné qu'il ne peut s'agir que d'un nombre se terminant par 0 ou par 5 ; aussi, comme les multiples de 4 sont toujours pairs, ils peuvent déduire que le nombre de marches d'escalier se terminera par un 0. De ce fait, le champ de la recherche se retrouve déjà bien limité et ne nécessite pas, s'ils s'y prennent bien, l'écriture complète des trois listes de multiples.

Concernant la 2ème partie, pour les items a) et b), la réponse peut être trouvée en effectuant simplement une division euclidienne, à savoir 60 : 6 et 60 : 8 ; si le reste est zéro, cela signifie qu'il est possible de gravir les marches et d'atteindre la dernière ; par contre, si le reste n'est pas nul, cela signifie qu'il n'est pas possible de parvenir à la dernière marche en montant par enjambée ce nombre de marches. Cette méthode est valable pour n'importe quelle autre valeur de la variable « nombre de marches à monter par enjambée ». Une autre façon de faire est de chercher si 60 est dans la liste des multiples de 6 (respectivement de 8) ; c'est une méthode valable, mais plus longue, plus risquée (possibilité d'erreurs dans les livrets) et moins experte.

L'item c) présente une nouvelle difficulté, puisqu'il faut effectuer une suite inégale de pas, 5 puis 7, toujours dans cet ordre. Une première approche consiste à ne considérer que la succession, c'est-à-dire l'addition, des deux enjambées. Ainsi, s'il est possible de monter l'escalier de 12 en 12 (5 + 7), et c'est le cas, la réponse est oui. Dans cette situation, n'importe quel choix de deux nombres dont la somme égale 12 (ou à tout autre diviseur de 60) peut être résolu par ce même raisonnement et l'ordre des nombres à additionner ne porte pas à conséquence.

Par contre, dans le cas où la somme des deux nombres n'est pas un diviseur de 60, comme pour l'item d), il n'est pas correct de répondre immédiatement par la négative : il faut, en effet, vérifier s'il est possible d'atteindre ou non la dernière marche avec un nombre impair d'enjambée. Par exemple, pour les valeurs 3 puis 4, la somme faisant 7, nous constatons qu'il n'est pas possible d'arriver sur la 60ème marche, car 7 n'est pas un diviseur de 60. Par contre, après huit enjambées de 3 et de 4, la 56ème marche (8 x 7 = 56)est atteinte, mais le pas suivant étant 3, ceci nous amène sur la

59ème : il ne sera donc pas possible d'arriver exactement sur la 60ème marche. En revanche, si l'enjambement est d'abord de 4 marches, après 8 enjambées de 4 et 8 enjambées de 3, la 56ème marche est atteinte et l'enjambée de 4 mène exactement sur la dernière marche.

Néanmoins, cet item peut aussi être résolu en effectuant des additions successives des termes, en respectant, comme déjà mentionné, l'ordre des enjambées ; cette stratégie est possible, car 60 est un nombre assez petit. A noter qu'au niveau des élèves interrogés, ce sera sûrement le seul moyen correct mis en œuvre.

Le fait de choisir ces valeurs (3 + 4 et 4 + 3) est très judicieux. En effet, il n'y a que peu de nombres possibles qui permettent une réponse affirmative et une réponse négative à la question avec deux diviseurs de 60. Un autre couple possible aurait été 6 et 2, mais l'écart est plus grand : 3 et 4 sont donc le meilleur choix.

- l'organisation sociale : cette tâche peut être présentée aux élèves de manière individuelle ou en groupe. Nous avons opté pour la deuxième solution, qui permet une confrontation des stratégies résultant d'un conflit cognitif des élèves du même groupe.

CONTEXTE DE L'EXPERIMENTATION

Notre expérimentation a eu lieu avec 10 élèves, séparés en trois groupes homogènes quant à leur niveau mathématique. Précisons que ce genre d'exercice avec la recherche d'un ppcm avait déjà été exercé en classe auparavant. Pendant l'observation, qui s'est déroulée dans la salle de travaux manuels libre à ce moment, et en l'absence de l'enseignante titulaire, chaque étudiant a pris en charge un groupe et recueilli des informations sur son fonctionnement. Nous avions convenu d'intervenir le moins possible durant la résolution de l'exercice. A noter que nous avons donné des pistes pour les élèves qui ne comprenaient pas l'exercice, mais sommes restés en retrait pendant leurs discussions pour ne pas biaiser leurs recherches. Nous avions informé les élèves que, faisant suite à la résolution de l'exercice, une présentation de leur travail au rétroprojecteur était prévue, suivie d'une institutionnalisation.

ANALYSE A POSTERIORI

Avant tout, nous remarquons que les trois groupes ont rapidement compris qu'il s'agissait d'un problème concernant les multiples, ceci étant en plus favorisé par la connaissance du thème (thème 5 : multiples et diviseurs).

Pour la suite, nous analysons, en premier, les sources des erreurs ; puis, nous exposons les stratégies effectives des élèves.

Observation des erreurs

Les erreurs que nous avons constatées proviennent principalement d'une mauvaise lecture de l'énoncé et plus rarement de l'utilisation de stratégies erronées. Par exemple, un groupe n'a pas identifié que le nombre de marches de l'escalier n'était pas donné : pour eux, l'escalier comptait 100 marches. Dans ce cas particulier, l'observateur n'a rien précisé de suite, espérant qu'un élève se rende compte de cette mauvaise interprétation de l'énoncé ; comme ceci n'a pas été le cas, une intervention a été nécessaire pour la bonne réalisation de la suite de la tâche. Dans le même sens, certains élèves n'ont pas écrit les multiples jusqu'à 100 ; par chance pour eux, cet oubli n'a pas eu de conséquence, puisque le nombre de marches à trouver avait déjà été listé. De plus, d'autres élèves n'ont pas remarqué immédiatement que l'item d) comprenait deux questions ; cet oubli a été réparé lors de la mise au net précédant la présentation orale. Certains élèves n'ont pas saisi que le nombre de marches devait être commun à toutes les enjambées (3, 4 et 5) et n'ont identifié que $M3 \cap M4$, $M3 \cap M5$ ou $M4 \cap M5$ Cette erreur de lecture s'est corrigée d'elle-même par la coopération active au sein du groupe.

Nous pouvons aussi signaler quelques erreurs de calcul qui n'ont pas permis aux élèves une bonne réalisation de la tâche, spécialement pour les items c) et d) qui demandaient l'addition de termes successifs.

Stratégies effectives
Pour la résolution de la 1ère partie de l'exercice, les élèves ont établi les listes de multiples de 3, 4 et 5. Ensuite, ils ont repéré les multiples communs. Seul un groupe a sélectionné, dans les multiples de 3 et 4, ceux se terminant par 5 et 0, économisant ainsi l'établissement de la liste des multiples de 5 et de fait, des erreurs possibles.

Pour la 2ème partie, nous indiquons les stratégies employées pour chaque item :

a) Ils ont écrit une liste des multiples de 6 et contrôlé si le nombre 60 était dans cette liste. Il est intéressant de noter que lors de l'écriture sur le transparent, les groupes ont proposé une justification (6x10=60) se rapprochant plus de la stratégie visée : diviser 60 par 6.

b) Tous les élèves ont établi une liste des multiples de 8 et contrôlé si le nombre de 60 était dans cette liste. Par sa justification notée 7x8=56+8=64, un groupe s'est approché de la stratégie visée : diviser 60 par 8. En effet, par ce calcul, ils ont montré que 60 n'est pas un multiple de 8. A noter que cette écriture de justification est incorrecte, mais c'est une erreur classique qui porte sur la signification du signe « = ».

c) Ils ont additionné les termes 5 + 7 à plusieurs reprises, jusqu'à obtenir si possible 60. Aucun n'a pensé à additionner les deux enjambées et à résoudre cet item avec le nombre 12.

d) Ils ont additionné les termes 3+4 à plusieurs reprises, jusqu'à obtenir si possible 60. Ils ont fait de même pour 4+3.

Mise en commun – présentation des groupes
Comme prévu, les groupes ont présenté leurs résultats au rétroprojecteur les uns après les autres. Il n'y a pas eu de question, étant donné qu'ils avaient tous procédé de la même manière.

Mise en commun
L'un de nous s'est chargé de la mise en commun ayant lieu devant l'ensemble des élèves.

Les stratégies de chaque groupe utilisées pour la résolution de la 1ère partie ont été validées, à savoir établir la liste des multiples de 3, 4 et 5 et définir ceux qui sont communs (en l'occurrence 60). L'étudiant a également mis en évidence l'erreur d'un groupe qui avait compris que l'escalier faisait 100 marches et souligné l'importance d'une lecture précise de l'énoncé. Il a aussi discuté du fait qu'il n'y avait pas besoin d'écrire tous les multiples ; il suffisait d'écrire les multiples de 5, qui sont les plus faciles, puis d'entourer dans cette liste les multiples de 3 et ensuite ceux de 4: cette stratégie était moins coûteuse et il y avait moins de risque de faire une erreur.

a) Pour la deuxième partie de l'exercice, l'étudiant a d'abord validé les stratégies employées par les groupes, à savoir : établir la liste des multiples de 6 et voir si 60 y apparaît. Il a également mis en avant le risque de faire des erreurs en écrivant la liste. Puis, il a demandé aux élèves s'ils pensaient nécessaire d'établir la liste des multiples jusqu'à 100. Les élèves ont répondu que non alors que, dans l'exercice, la plupart l'ont fait. Il a aussi souligné que certains groupes avaient écrit une autre justification sur leur transparent que lors de la résolution : « c'est possible, car 10x6 = 60 ». En partant de cette justification, il a alors demandé aux élèves de chercher une stratégie de résolution moins coûteuse que l'établissement de la liste de tous les multiples; mais les élèves n'y sont pas parvenus. Il a donc montré qu'en divisant le nombre de marches par la valeur des enjambées on peut savoir si c'est possible : « si on prend 60 et qu'on divise par 6, on trouve 10 et un reste de 0. Cela signifie qu'en 10 enjambées, on arrivera pile sur la dernière marche ». Les élèves ont semblé comprendre cette stratégie.

b) Après une validation des stratégies proposées, l'étudiant a amené les élèves à transférer la technique institutionnalisée en a). Ceux-ci sont parvenus à dire qu'il suffisait de diviser 60 par 8 et voir si cela donne un reste de 0 ; si c'est le cas, cela fonctionne. Il a alors effectué la division au tableau en se faisant dicter le calcul par les élèves ; le reste étant de 4, ils ont conclu que le b) n'était pas possible.

c) L'étudiant a, une nouvelle fois, validé la stratégie des élèves tout en soulignant que le risque d'erreur était élevé. Il leur a ensuite demandé comment il était possible d'utiliser la nouvelle stratégie vue en a) et b) pour cet exercice. Les élèves ont proposé de diviser par 5 et de diviser par 7 et d'observer les restes. Cette stratégie n'étant pas correcte, l'étudiant a mis en évidence que faire une enjambée de 5, puis une enjambée de 7 correspond à faire une longue enjambée de 12. Les élèves n'ont pas compris cette affirmation. Il a alors noté la liste des sauts au tableau : 5, 12, 17, 24, 29, 36, 41, 48, 53, 60. Puis, il a entouré les multiples de 12 pour montrer qu'ils étaient tous présents. Finalement, il a ramené cela à la stratégie vue pour les items a) et b) : faire des sauts de 5, puis des sauts de 7 revient à faire des sauts de 12; alors, si le reste de la division de 60 par 12 est 0, on arrive pile sur la dernière marche. La plupart des élèves n'ont pas du tout compris cette stratégie. L'étudiant a alors pris un autre exemple : « un saut de 8, puis un saut de 4, puis un nouveau saut de 8, etc. Est-ce qu'on arrive sur la dernière marche ? » Il a demandé à un élève de répondre à cette question en utilisant la stratégie qui venait d'être expliquée. Ce dernier est parvenu à trouver la réponse avec un peu d'aide de la part de ses camarades.

d) Faute de temps, cette partie de l'exercice n'a pas pu faire l'objet d'une mise en commun. Nous pensons qu'il aurait été difficile pour les élèves de comprendre la stratégie adéquate : 3+4 ou 4+3 valent 7 et vu que le reste de la division de 60 par 7 est non-nul, les élèves auraient sans doute conclu qu'il n'était pas possible d'arriver sur la dernière marche. Nous estimons qu'il aurait été intéressant de réécrire la liste des sauts et d'entourer les multiples de 7 pour montrer qu'on passait bien par ces nombres. Toutefois, la stratégie optimale, qui consiste à s'approcher de la dernière marche par une multiplication, puis à rajouter l'enjambée aurait été difficile d'accès pour ces élèves en si peu de temps. De plus, il aurait fallu soulever le fait que le nombre de la première enjambée a une influence.

Synthèse
Les élèves ont su travailler seuls pour trouver le bon raisonnement et ont employé, la plupart du temps, la stratégie de base (à savoir l'établissement des listes de multiples). L'un des groupes a même utilisé la stratégie visée pour l'item a) (c'est-à-dire la division du nombre total de marches de l'escalier par le nombre de marches enjambées à chaque saut), mais au moment de la présentation, ils ont choisi de justifier leur réponse par la stratégie de base. Ceci démontre que la stratégie visée n'était peut-être pas encore très bien acquise. Au moment de la présentation, tous étaient d'accord sur les résultats, qui avaient été validés par l'ensemble du groupe avant le report sur l'acétate. Ainsi, ils ont été capables d'expliquer leur manière de procéder. Ils se sont écoutés et ont aidé leurs camarades qui avaient des difficultés; cela montre une réelle implication des élèves dans la tâche.

Durant la mise en commun, les élèves ont eu de la peine à comprendre les stratégies expertes que l'étudiant a proposées; elles n'avaient que peu de sens pour eux, car leurs méthodes de résolution étaient déjà bien intégrées et il était difficile, à ce moment, de leur en faire accepter d'autres. De plus, leurs méthodes avaient parfaitement fonctionné et les élèves ne cernaient donc pas l'utilité d'en changer. Si nous souhaitons les forcer à mobiliser une stratégie « experte », il convient d'agir sur les valeurs des variables de cet exercice : il serait tout à fait pertinent d'augmenter le nombre de marches de l'escalier tout en gardant les mêmes sauts. Avec un escalier de 600 marches par exemple, les élèves comprendraient que l'établissement de la liste des multiples est une stratégie trop coûteuse. En effet, ils réaliseraient qu'elle demande trop de temps et seraient contraints de trouver une autre façon de faire ; c'est de cette manière que les élèves vont, peu à peu, se rapprocher d'une stratégie « experte ».

CONCLUSION

L'exercice « l'escalier » est pensé dans une certaine progression et les valeurs des différentes enjambées sont parfaitement pertinentes. Par contre, un escalier de seulement 60 marches n'oblige par les élèves à chercher, ni à mobiliser d'autres stratégies que celles qu'ils maîtrisent déjà. Il serait donc intéressant de refaire l'activité dans les mêmes conditions, mais avec un escalier plus long, afin d'observer l'émergence de nouvelles stratégies.

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

JEU D'ANNIVERSAIRE (CAT. 5,6,7)

Pour son anniversaire, Corinne invite cinq amies : Amandine, Béatrice, Danielle, Émilie et Francine.

Après le repas, elles décident de former des équipes de deux pour jouer aux cartes. Mais...

- Amandine ne veut être ni avec Francine ni avec Bétrice,
- Béatrice ne veut pas faire équipe avec Émilie,
- Corinne demande de faire équipe avec Francine ou avec Béatrice,
- Danielle n'accepte de faire équipe qu'avec Béatrice ou avec Corinne,
- Francine ne s'entend qu'avec Amandine, avec Corinne et avec Danielle.

Constituez les équipes de deux joueuses respectant les volontés de chacune.
Y a-t-il une seule façon de constituer les équipes ?
Expliquez votre réponse.

©ARMT.2009

RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN, LE VINGTIÈME !

Thierry DIAS[1]

Cette année sera un anniversaire remarquable pour le rallye mathématique transalpin : le vingtième. Qu'on se le dise, le rallye est toujours sur les routes. Vingt ans pour un projet pédagogique, c'est un sacré record. De manches en manches, les *bolides* toujours plus nombreux sautent, virent en épingles à cheveux, freinent ou dérapent, et restent toujours dans la course ! Mais la métaphore s'arrête ici, car le rallye mathématique transalpin est tout sauf une compétition. Pas de lutte pour un podium, pas de sponsors sur les portes des classes, pas de coup vache entre les participants, pas de dopage non plus. Le bruit du rallye ce ne sont pas les moteurs et les crissements de pneus, le bruit du rallye, ce sont les exclamations de ceux qui sont heureux de découvrir et d'apprendre.

Pas de grande vitesse ni de voiture polluante donc. Le RMT c'est surtout des élèves qui cherchent, qui débattent, qui confrontent leurs essais, leurs idées et leurs démarches. En tant qu'apprentis scientifiques ils osent remettre en question les certitudes, s'exposer aux difficultés et aux incompréhensions, mutualiser des résultats et «ferrailler dur» quand il s'agit de défendre une hypothèse ou un processus expérimental. Car il faut en effet s'entendre sur la réponse que l'on va envoyer : il n'en faut qu'une pour toute la classe. Pas question de faire autrement, c'est l'une des règles du rallye. Des élèves qui attendent ensuite la communication des résultats afin de savoir si leurs correspondants étrangers se sont avérés plus ou moins perspicaces dans leurs explications. Et oui, ils savent que dans le RMT ce n'est pas seulement la justesse de la réponse qui est récompensée, mais surtout la qualité des argumentations qui accompagnent les solutions. Ils peuvent ensuite retravailler les différents problèmes de la manche précédente grâce aux documents d'accompagnement fournis par les organisateurs. Faire des mathématiques, ce n'est pas résoudre une série de problème en 50 minutes puis plus rien. Ce n'est pas un «one shot» !

Le RMT c'est aussi des enseignants enthousiastes, motivés et toujours plus nombreux. Ce sont des observateurs privilégiés des expériences mathématiques de leurs élèves. Ils utilisent l'environnement propice de l'activité de recherche pour faire le point sur les connaissances, les attitudes et les savoir-faire de leurs élèves. Ils assurent également toutes les préparations pédagogiques de leurs troupes. Eux aussi ont compris que l'apprentissage par la résolution de problème est une valeur sûre pour réussir en mathématiques. Ils savent qu'au delà des épreuves chronométrées ce sont toutes les étapes d'entraînement qui sont la clé de la réussite de leurs élèves. Parce qu'ils sont bien conscients que discuter, argumenter, prouver ou expliquer sont des compétences qui s'apprennent. Ils ont aussi compris que les objets mathématiques sont particulièrement appropriés pour mettre en œuvre ces apprentissages langagiers qui accompagnent irrémédiablement l'activité mathématique.

Et bien entendu le RMT c'est une équipe de formateurs (parfois même chercheurs !). Des pères et des mères pour innover, construire et analyser un projet en constante évolution, il en faut ! Ce sont également les garants d'une certaine éthique dans le fonctionnement de cette grande affaire comme en témoigne cette petite phrase extraite en ligne du dossier de présentation du rallye :

«Le rallye, soit on le fait bien, soit on ne le fait pas !»

1 Responsable du rallye mathématique transalpin de la section de Lyon, Professeur formateur à la HEP Vaud.

Enfin le RMT c'est aussi (et surtout) une association culturelle internationale capable d'organiser chaque année des rencontres réunissant tous les acteurs du projet. Des rencontres bilingues qui s'installent partout en Italie, en France, en Suisse ou ailleurs. A chaque édition ont lieu des travaux de recherche en didactique, des confrontations scientifiques et pédagogiques. Le sommet a même été atteint avec l'organisation d'une manche internationale ayant réuni des élèves de tous les pays participants à Brigue à l'automne 2008. A l'issue de chaque colloque, des actes sont publiés et distribués à tous ses participants.
Le RMT n'est pas une start-up ! Il n'a pas de date de péremption. C'est tant mieux pour les élèves et pour les enseignants qui font ainsi vivre une autre image des mathématiques : celle du plaisir de découvrir et d'apprendre.

LE RMT EN QUELQUES CHIFFRES :
6 pays participants Argentine, Belgique, France, Italie, Luxembourg, Suisse
24 sections (dont 15 en Italie)
2500 classes inscrites pour l'édition 2010-2011
15 rencontres internationales pour des journées d'études
4 manches par an : manche d'essai, manche 1, manche 2, finale
50 minutes de recherche par manche
3 bonnes raisons de participer : développer le débat scientifique, observer ses élèves en situation de résolution de problèmes, changer le point de vue sur les mathématiques
1 site comportant toutes les réponses aux questions : http://www.armtint.org/

Voici l'exemple d'une énigme du crû RMT (17ème rallye, manche 2) extraite d'un contexte réel lors de la finale internationale.

FINALE INTERNATIONALE (Cat. 4, 5)

Voici pour chaque pays le nombre des élèves qui ont participé à la Finale des finales du 16e Rallye mathématique transalpin qui s'est tenue en 2008 à Brigue, en Suisse.

- Belgique : 19
- France : 43
- Italie : 110
- Luxembourg : 21
- Suisse : 55

Parmi ces participants, il y avait 121 garçons.
Parmi les filles, 80 ne venaient pas d'Italie.

Combien y avait-il de garçons venant d'Italie ?
Donnez le détail de vos calculs.

©ARMT.2009

NB: Vous trouverez d'autres énigmes sélectionées par Thierry Dias en pages 10, 17, 45, 49 et 63 de ce numéro.

ENGAGER DES ÉLÈVES ET DES ENSEIGNANTES DE CLASSES SPÉCIALES DANS DES PRATIQUES MATHÉMATIQUES (1ÈRE PARTIE)

Jean-Michel Favre[1]

PRÉAMBULE

Le texte qui suit a été rédigé en 2005, à la demande de la direction de la Fondation de Vernand[2] qui souhaitait rendre compte à l'ensemble de ses collaborateurs du travail qui se menait dans les classes d'enseignement spécialisé où je me rendais une matinée par semaine. Il devait en premier lieu être diffusé dans le bulletin interne de la Fondation, mais n'a finalement fait l'objet que d'un tiré à part, en raison de sa longueur jugée trop importante. Ce texte illustre déjà, à sa manière, les idées de «jeux de tâches» et de «narration» que nous développons au sein du groupe ddmes[3]. Pour la présente publication, il a été scindé en deux parties : la première figure dans ce numéro spécial de Math-école et l'on retrouvera la seconde dans le prochain numéro.

INTRODUCTION

Il y a bien longtemps que j'enseigne dans les classes de la Fondation de Vernand, mais cela fait seulement trois ans que je n'y enseigne que les mathématiques, qui plus est, dans un dispositif assez particulier, puisque je le fais à raison d'une fois par semaine et en présence des enseignantes[4] titulaires des classes. Ce dispositif, qui, à son origine, est le fruit des hasards d'un réaménagement des charges d'enseignement des enseignantes du Centre Thérapeutique de Jour (CTJ) de Nyon, a rapidement fait ses preuves, dans le sens où à chaque fois qu'il a été mis en place, il a semblé fort bien convenir à l'ensemble des acteurs présents dans la classe.

Les enfants, dans leur grande majorité, se réjouissaient de rencontrer chaque semaine une personne externe à l'institution qui venait en classe pour une période de mathématiques. Les enseignantes disaient apprécier le fait de pouvoir se mettre de côté et porter un regard parfois différent sur les élèves qu'elles côtoyaient chaque jour. Quant à moi, j'étais tout joyeux de pouvoir être attendu et accueilli pour faire faire des mathématiques à tout ce petit monde. Cela représentait de plus un gain important pour les activités de formation[5] et de recherche[6] que je mène conjointement, lesquelles se nourrissent substantiellement du travail que j'accomplis dans les classes.

Deux ans de cette expérience positive au CTJ de Nyon m'ont conduit à vouloir exporter le dispositif dans d'autres lieux de la Fondation, avec l'avantage manifeste de m'occasionner des rencontres avec d'autres enseignantes et d'autres élèves. Et c'est donc ainsi que je me suis retrouvé, au début de l'année scolaire 2004-2005, dans les classes de Chavannes.

DES « MATHÉMATIQUES » EN CLASSE SPÉCIALE ?

Une question qu'il n'est pas inutile de poser lorsqu'on prétend, comme je viens de l'écrire,

1 CFPS. du Château de Seedorf, groupe ddmes, jmfavre@cfps-seedorf.ch.

2 La Fondation de Vernand est une fondation d'utilité publique au service de près de six-cents enfants et adultes présentant une déficience intellectuelle et/ou des troubles de la personnalité. Son siège social est à Cheseaux-sur-Lausanne (http://www.fondation-de-vernand.ch).

3 Le groupe ddmes (didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé) est un groupe composé de chercheurs de formateurs et d'enseignants. Il est aujourd'hui subventionné par l'AVOP : Association vaudoise des organismes privés pour personnes en difficulté (http://www.avop.ch).

4 J'attribuerai le féminin au substantif « enseignant » tout au long de ce texte puisque, à une seule exception près, ce sont des enseignantes qui m'ont, depuis trois ans, accueilli dans leur classe.

5 A la HEP-Vaud à Lausanne, dans le domaine de l'enseignement spécialisé.

6 Au sein du groupe ddmes, que je co-anime avec François Conne.

que vouloir faire faire des mathématiques en classe revient précisément à s'interroger sur ce que sont les mathématiques. C'est évidemment une question profonde et très complexe, et je n'aurai nullement la prétention de vouloir ici en faire le tour. Il n'en reste pas moins qu'il est important d'ouvrir le débat, ne serait-ce que pour apporter quelques éléments de réponse aux curieux - ils sont assurément plus nombreux qu'on le pense - qui se demandent bien ce que l'on peut faire faire comme mathématiques à des élèves de l'enseignement spécialisé.

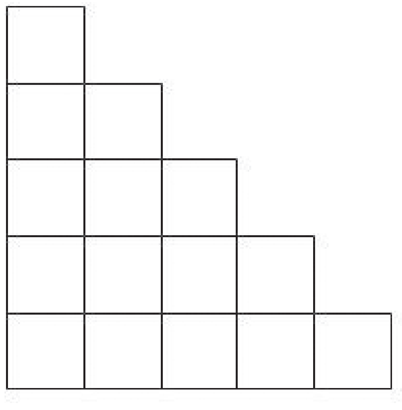
Car si d'aucuns, à de très rares exceptions près, ne sauraient s'avancer publiquement à discuter de ce que sont mathématiques, tout le monde a pourtant sa petite idée là-dessus. Tout le monde en effet a été à l'école et l'école est un endroit où l'on fait des mathématiques. Mes deux filles, par exemple, très peu de temps après avoir débuté l'école primaire, savaient déjà toutes sortes de choses au sujet des mathématiques. Elles avaient fait des jeux, des activités et des fiches de « maths » et les mathématiques avaient donc bel et bien commencé à exister pour elles : « les maths, c'est des calculs ; c'est quand on fait des jeux, des fiches… ». Ce n'étaient évidemment pas tout à fait les mêmes idées que leur papa se faisait des mathématiques, alors même que ses idées à lui ne correspondent assurément pas non plus à ce qu'en pensent ceux qui ont fait des mathématiques leur profession, les mathématiciens.

Dans le chapitre d'un livre concernant l'intervention auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage (Conne, Favre & Giroux, 2006), nous avons cherché à définir en quoi consistent les mathématiques, en déclarant que nous les considérions sous trois aspects :

- un domaine universel de connaissance : ce monde si intriguant constitué par les nombres, les formes, leurs propriétés et leurs structures ;
- un champ de savoirs et de représentations supportant la connaissance de ce monde que sont les formes communes de connaissance du monde mathématique, comme les algorithmes de calcul, la symétrie ou les fonctions ; (…)
- une forme de l'intelligence de l'homme : la pensée logicomathématique (au sens de Piaget).

Nous poursuivions en affirmant que : le principal enjeu de tout enseignement des mathématiques, que ce dernier ait lieu dans l'enseignement spécialisé ou dans l'école ordinaire, est de faire connaître ce domaine, d'y donner accès. Les savoirs élaborés par l'histoire et la culture sont des moyens pour le faire, car ils donnent toujours quelque chose à connaître de cet univers, mais ils ne constituent pas la fin de l'enseignement. Le fait que ces savoirs, et plus généralement ces accès à la connaissance des mathématiques soient transmissibles et partageables s'explique en définitive par la forme même de l'intelligence et de la pensée.

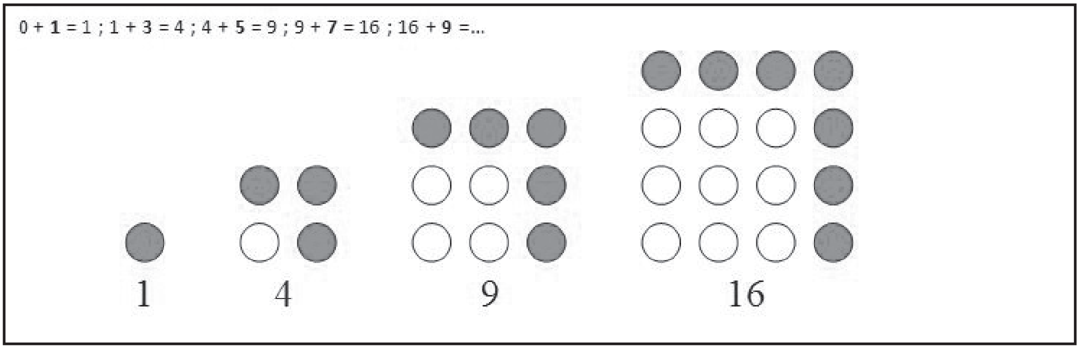
D'après ces propos, l'enjeu principal de l'enseignement des mathématiques est de favoriser des accès au domaine des nombres et des formes, autrement dit de chercher diverses manières pour amener élèves et enseignants à entrer en interaction avec ce domaine, partir à sa découverte et l'explorer grâce à l'exercice de leur pensée. Prenons un exemple pour l'illustrer. Voici une forme :



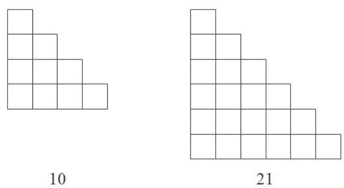
On peut chercher à décrire cette forme, en disant, par exemple, qu'elle a plus ou moins l'allure d'une autre forme qu'on appelle un triangle, mais qu'elle fait également penser à un objet que l'on rencontre dans de nombreuses maisons et qu'on appelle un escalier. On peut remarquer que cette forme est aussi haute que large et qu'elle est composée du même nombre de lignes verticales que de lignes horizontales qui s'entrecroisent les unes les autres de manière régulière. On peut dire aussi que cette forme est constituée d'un certain nombre de petites formes, toutes pareilles, qu'on appelle des carrés, que l'on a superposés les uns sur les autres de manière tout aussi régulière. On pourrait évidemment dire des tas d'autres choses encore, comme se demander ce que deviendrait cette forme si on l'agrandissait, la rapetissait ou si on la faisait pivoter (et dans ce cas, on préférerait peut-être la comparer à d'autres objets comme un bateau, un verre ou encore un chapeau).

DES RACINES LOINTAINES

Il y a très longtemps que l'humanité manifeste de la curiosité à l'égard des nombres, des formes et des nombreux liens qui les unissent. Les Grecs - l'école de Pythagore en particulier - se sont beaucoup intéressés aux rapports qui pouvaient exister entre les nombres et les formes. On dit, par exemple, qu'ils aimaient représenter les nombres en dessinant des points sur le sable et qu'ils les classaient ensuite selon la forme que prenait leur arrangement. Certains nombres pouvaient ainsi prendre la forme d'un carré, d'un rectangle ou d'un pentagone, alors que d'autres ne le pouvaient pas. Cette idée de représenter les nombres par des formes s'est vite révélée fructueuse, dans le sens où elle a permis de découvrir, en les visualisant, les propriétés de certains nombres. Ainsi, sur la figure ci-dessous, on peut « voir » que pour dresser la suite des nombres carrés, il suffit de procéder à l'addition successive des nombres impairs :



A l'image des nombres carrés, on pourrait dès lors considérer la forme de l'exemple qui précède, non plus comme une simple forme, mais bien comme un nombre[7]. Ce nombre serait le nombre 15 (car composé de 15 carrés) et il appartiendrait à la classe des « nombres triangulaires » ou « nombres escaliers » (selon que la forme fasse plutôt penser à un triangle ou à un escalier). On pourrait là aussi chercher à dresser la suite des nombres triangulaires/escaliers en commençant par celui qui précède le nombre 15 et celui qui le suit directement. On verrait alors que le nombre triangulaire/escalier qui vient juste avant 15 (et qui comprend une ligne de moins) est le nombre 10, alors que celui qui vient juste après (et qui comprend une ligne de plus) est le nombre 21.



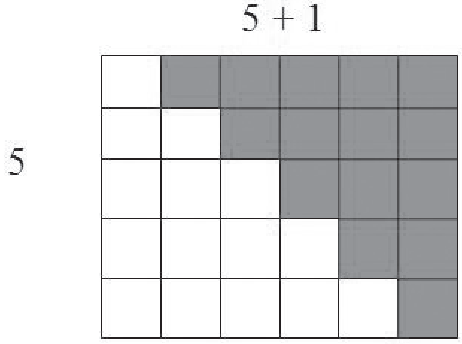
7 On trouve (entre autres) cette idée dans : GREM (1995).

En poursuivant de la sorte et en classant tous ces nombres du plus petit au plus grand, on obtiendrait la suite des nombres triangulaires/escaliers : 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55,… qui, contrairement à la suite des nombres carrés, s'obtient par addition successive de la suite des nombres entiers :

0 + 1 = 1 ; 1 + 2 = 3 ; 3 + 3 = 6 ; 6 + 4 = 10 ; 10 + 5 = 15 ; 15 + 6 = 21 ; 21 + 7 = 28 ; 28 + 8 = 36 ; 36 + 9 = 45 ; 45 + 10 = 55 ; 55 + 11 = …

En outre, dans le cas où notre intérêt pour les nombres triangulaires/escaliers ne tarirait pas, on pourrait même se demander, sachant que l'on connaît maintenant les dix premiers nombres de la suite, quel pourrait bien être le millième ou mieux encore le millionième nombre de cette sorte. Car s'il est manifestement impossible de le représenter avec des ronds dans le sable ou des carrés sur une feuille de papier, rien ne nous empêche pourtant de le rêver, ni de le calculer.

Les Pythagoriciens avaient découvert un moyen élégant de calculer n'importe lequel de ces nombres. Un moyen qui utilise naturellement les nombres, les formes et les rapports qu'ils entretiennent. Si l'on peut en effet trouver le cinquième nombre triangulaire/escalier en additionnant 1, 2, 3, 4 et 5 (soit les nombres successifs de carrés figurant sur chaque ligne), on peut également le faire d'une autre façon. Il suffit d'associer deux fois ce nombre triangulaire/escalier pour en faire un nombre rectangle. Il reste ensuite à calculer le nombre rectangle nouvellement formé, ce que l'on sait bien faire en multipliant 5 par 5 + 1, ce qui donne 30 ; puis à partager le résultat obtenu par 2, ce qui donne 15.



Or, si ce procédé ne rend pas plus aisée la tâche consistant à représenter un nombre triangulaire/escalier de dimension mille ou million[8], on peut en revanche parvenir à en conserver l'idée. Et avec une telle idée, on peut imaginer qu'il sera également possible d'associer deux nombres triangulaires/escaliers de dimension mille ou million pour en faire un nombre rectangle, puis de calculer ce nombre rectangle ainsi formé :

1000 x (1000 + 1) = 1001000 / respectivement 1000000 x (100000 + 1) = 1000001000000 et enfin de partager le résultat par 2 : 1001000 : 2 = 500500 / respectivement 1000001000000 : 2 = 500000500000[9].

FAIRE FAIRE DES MATHÉMATIQUES AUX ÉLÈVES ET AUX ENSEIGNANTES[10]

Arrivé à ce stade de mon propos, il est possible, voire même probable que quelques lecteurs aient décroché. Certains auront passé outre

7 L'opération consistant à vouloir dénombrer, à raison d'une case par seconde, l'ensemble des cases du millionième nombre triangulaire/escalier prendrait environ 15 844 ans !

8 Plus généralement, on dira que l'on obtient le n-ième nombre triangulaire/escalier en cherchant la moitié du produit du nombre n avec son successeur n + 1.

9 Il m'importe que non seulement les élèves, mais également les enseignantes se mettent à la tâche. Il s'agit de leur permettre d'appréhender par elles-mêmes certains objets ou certaines tâches qui peuvent a priori leur paraître dénuées de mathématiques, mais aussi et surtout de les engager dans des pratiques qui peuvent ensuite leur permettre de mieux lire ce qu'en feront les élèves et leur occasionner d'éventuelles surprises. Pour certaines d'entre elles, ce sera d'abord et surtout découvrir que l'on peut avoir du plaisir à faire des mathématiques.

quelques paragraphes, mais se seront peut-être laissés attirer par quelques mots ou quelque illustration. D'autres encore se seront emparés d'un crayon pour tracer quelques traits ou effectuer quelques calculs. On ne sait finalement jamais trop la portée de ce qu'on engage, quand on essaie d'aménager des accès au domaine des nombres et des formes. Et c'est pourtant bel et bien le travail que j'essaie de réaliser quand je me rends dans les classes de la Fondation de Vernand et qui me fait souvent dire que je m'y amuse beaucoup. Chercher des accès, aussi bien pour les élèves que pour les enseignantes, mais des accès, cela est d'importance, qui soient à la mesure de leurs intérêts, de leurs capacités et de leur âge.

A SUIVRE…

RÉFÉRENCES

Conne, F., Favre, J.-M. & Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In P.-A. Doudin & L. Lafortune (Eds), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ?* Québec : Presses de l'Université du Québec.

GREM (1995). *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans. Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques.* Groupe de recherche pour l'enseignement des mathématiques (Eds), Nivelles (B), pp.44-46.

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

LE RÉVEIL (CAT. 5, 6)

Mon réveil avance de 10 minutes par heure. Je l'ai mis à l'heure hier soir à 22 h 00. Quand je me suis réveillé ce matin, il indiquait 08 h 30.

Quelle heure était-il réellement ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

©ARMT.2009

VIVRE UNE DÉMARCHE D'INVESTIGATION : UN PROJET DE FORMATION POUR RÉNOVER ENFIN L'ENSEIGNEMENT DES SCIENCES

Laurent Dubois[1]

CONTEXTE GÉNÉRAL

Le projet « Dans la peau d'un chercheur » organisé par 5 institutions, l'Université de Genève, le CERN[2], le DIP[3] du canton de Genève, le Ministère de l'éducation nationale et le Physiscope, permet depuis le printemps 2011, à 30 classes de 6ème à 8ème Harmos du canton de Genève et de CE2, CM1 et CM2 du département de l'Ain (Pays de Gex) de prendre part à une activité scientifique originale.

Ce projet vise d'une part, en regard des enjeux liés à l'apparition de la démarche d'investigation dans les plans d'études et les instructions officielles des sciences de la nature, à élaborer des activités innovantes permettant de placer, élèves et enseignants, dans une situation de recherche et de porter une réflexion sur l'enseignement des sciences, et d'autre part, dans une perspective de formation, à offrir aux enseignants, des ressources et un accompagnement leur permettant de mettre en pratique une démarche d'investigation avec leurs élèves. En outre, la création d'une communauté d'apprentissage, prenant la forme d'un site internet (http://danslapeauduncher cheur.ning.com), sert de plaque-tournante au projet. En effet, cet espace numérique accueille tout au long du projet, ressources, commentaires, expériences, publiés tant par les participants que par les organisateurs.

> « La démarche d'investigation s'oppose aux démarches de *présentation* et *d'illustration*. Elle valorise l'expérience, l'éducation sensorielle et motrice par opposition à l'exposé des lois. La modélisation et la conceptualisation sont essentielles dans cette démarche. En effet, la connaissance n'est pas engendrée par l'expérience, mais par des allers et retours entre modèles, conceptions et expériences ou observations. »

«Dans la peau d'un chercheur» réunit ainsi, au sein d'une même communauté, des enseignants, des élèves, des formateurs, des enseignants universitaires et des chercheurs provenant d'un même bassin de population, la région franco-genevoise.

DESCRIPTION DE LA SITUATION

« A Genève, 10 000 physiciens du CERN mènent l'enquête. Ils poursuivent des recherches sur des particules élémentaires tellement infimes et fugaces qu'elles ne peuvent pas être étudiées directement. A quelques kilomètres de là, à l'Université de Genève, d'autres physiciens explorent des phénomènes mystérieux. Comment font-ils ? »

« Dans la peau d'un chercheur » propose aux enseignants et à leurs élèves de vivre ensemble une démarche d'investigation similaire à celle des physiciens. Chaque classe a reçu des boîtes mystérieuses qu'il est impossible d'ouvrir[4]. Les classes doivent alors mettre en place une démarche pour identifier ce qu'elles renferment en procédant par hypothèses et expériences successives.

La situation proposée aux élèves s'appuie sur une ***analogie*** : la structure de la matière – une boîte en carton contenant différents objets.

1 Directeur du Laboratoire de didactique et d'épistémologie des sciences : http://www.ldes.unige.ch/, Chargé d'enseignement à l'Université de Genève - Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Laurent.Dubois@unige.ch.

2 Organisation européenne pour la recherche nucléaire.

3 Département de l'Instruction Publique.

4 Selon une idée de Stéphan Petit - CERN.

Photo 1: Premières investigations

En effet, les physiciens, pour appréhender la structure de la matière, ne peuvent pas la visualiser directement. Ils doivent donc faire appel à des modèles qu'ils doivent tester en imaginant des dispositifs technologiques permettant, grâce aux traces issues des accélérateurs du CERN, d'en savoir plus sur les caractéristiques et sur les comportements des éléments les plus infimes de la matière.

La consigne proposée aux élèves tente de recréer ces mêmes conditions :

> « Voici une boîte en carton. Sans endommager la boîte et sans l'ouvrir, vous allez identifier ce qu'il y a à l'intérieur le plus précisément possible. »

Ces contraintes empêchent donc de pouvoir identifier visuellement le contenu de la boîte et orientent les élèves vers la mise en place de dispositifs permettant d'explorer les caractéristiques et les comportements des objets présents dans la boîte. Ainsi, d'une activité de *devinette*, tentation première des élèves, correspondant à un contrat didactique présent dans bien des situations, les élèves sont amenés à changer de posture, à redéfinir leur projet de recherche. Ils se voient donc forcés de renoncer à leur envie d'identifier le nom des objets et doivent donc recourir à diverses stratégies et imaginer des dispositifs qui leur permettront d'appréhender certaines caractéristiques des objets contenus dans la boîte.

CONTENU DE LA BOÎTE

Afin de susciter des démarches d'investigation diversifiées, le contenu de la boîte a été mûrement réfléchi. Quelques principes nous ont conduits à sélectionner des objets permettant de pouvoir mettre en évidence différents concepts scientifiques, par exemple en lien avec des propriétés de la matière, avec des notions de forces et de mouvement, avec des caractéristiques du vivant, ou mobilisant certains sens comme l'odorat ou l'ouïe (entre autre un objet sphérique, un objet en acier, une épice, des grelots, un caillou, une carte sur laquelle est inscrit un message, ...).

Différents dispositifs peuvent ainsi être imaginés afin d'investiguer sur le contenu de la boîte, par exemple en travaillant sur les sons, les déplacements des objets, les odeurs ou l'aimantation des objets métalliques.

Afin de placer les enseignants dans la même situation que leurs élèves, nous avons décidé de ne pas leur divulguer le contenu de la boîte.

DÉROULEMENT

Le dispositif de formation se déroule en 6 phases.

Phase 1 - Observation

Dans un premier temps, les élèves, sur simple observation, sans toucher la boîte, doivent émettre des suppositions concernant son contenu. Dans la plupart des cas, les élèves citent une liste d'objets, une gomme, une montre, une paire de ciseaux, un bouchon, … Seuls indices donc, la taille de la boîte, permettant d'énoncer des objets de dimension inférieure, ou encore la matière de la boîte, du carton, permettant d'exclure toute forme de liquide.

Phase 2 - Manipulation

Un second temps autorise la manipulation de la boîte. Se dégagent alors d'autres stratégies reposant sur des représentations en lien avec la perception des objets se déplaçant dans la boîte et leurs bruits, ainsi que sur l'odeur dégagée. « Il y a un objet rond, qui roule » ; « Ce n'est pas très lourd » ; « Il y a plusieurs objets » ; « Ca sent une odeur d'épice » ; « Les objets sont de poids différents » ; « On entend le bruit d'une clochette ou d'un grelot » ; …

Phase 3 - Dispositifs

La troisième phase consiste à imaginer des dispositifs permettant d'en savoir plus, de voir si les suppositions énoncées pourraient être validées ou invalidées par une ou plusieurs « expériences ». Les élèves ont une grande latitude quant à la mise en place des dispositifs. Ils disposent du matériel de classe habituel et peuvent amener à l'école du matériel qu'ils trouveront chez eux. Une boîte en carton, de même taille que la boîte mystérieuse, leur est fournie.

Phase 4 - Expériences

La réalisation des expériences constitue la quatrième phase de la séquence.

Phase 5 – Analyse et validation des dispositifs

Une cinquième phase incite à un travail d'analyse, de validation des différents dispositifs et un apprentissage de la distinction entre «*données brutes*» (ce que l'on peut percevoir - sens - et/ou mesurer), *constats et/ou déductions* (ce que l'on peut déduire en s'appuyant directement sur les données) et *interprétations* (ce que le faisceau d'indices permet d'imaginer et/ou d'expliquer). Pour ce faire, les enseignants peuvent utiliser les différents journaux de bord que les autres classes publient sur le site. Ce travail incite les élèves à requestionner la question de la « preuve scientifique » par des

Photo 2: Mise en place des dispositifs

allers et retours entre leurs dispositifs et les certitudes ou incertitudes qui en découlent.

Phase 6 - Communication

Les classes vont ensuite à la rencontre de physiciens pour comparer leur démarche expérimentale avec celles mises en œuvre au CERN ou à l'Université de Genève. Le projet se termine par une conférence de ces « chercheurs en herbe », à la manière des scientifiques. Les élèves y présentent leurs propres résultats ou expériences, sous la forme d'un poster.

Photo 3: La conférence

UN DISPOSITIF DE FORMATION EN ALTERNANCE

Le dispositif de formation imaginé dans le cadre de ce projet allie journées de formation, activités pédagogiques à mettre en œuvre en classe, relations avec des scientifiques et avec des institutions actives dans la recherche fondamentale, accompagnement à distance par des formateurs et des enseignants universitaires et espace numérique de travail prenant la forme d'un réseau social conçu spécialement pour le projet et constituant une véritable communauté d'apprentissage.

Les deux demi-journées de formation permettent d'une part, de donner les informations nécessaires à la conduite du projet et d'autre part, d'initier les enseignants à la démarche d'investigation grâce à une mise en activité et par des apports théoriques.

Ainsi, dans un premier temps, lors de la première journée de formation, les enseignants

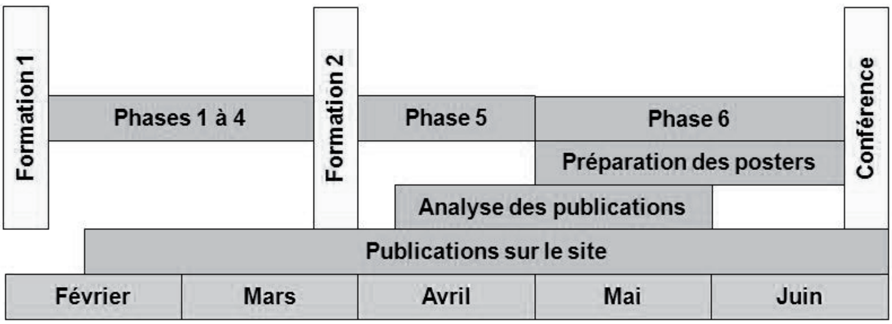


Figure 1: Dispositif de formation

sont placés en situation d'investigation en effectuant les trois premières phases de la séquence, mais de manière accélérée. Un deuxième temps permet de présenter les fondements théoriques, pédagogiques et épistémologiques de la séquence. Un troisième temps a été prévu afin de présenter les différentes étapes du projet.

La deuxième demi-journée de formation insiste sur les apprentissages en jeu dans le cadre de cette séquence d'enseignement, notamment ceux en lien avec les principes fondamentaux d'une démarche d'investigation. Des journaux de bord de certaines classes ont été utilisés afin de les analyser et afin de travailler sur la distinction entre "*données brutes*», *constats et/ou déductions* et *interprétations*.

EN GUISE DE CONCLUSION...

A l'heure actuelle, l'enseignement des sciences reste le parent pauvre de l'enseignement primaire. Comme le confirment de nombreuses recherches, l'évolution de la didactique des sciences et les réformes institutionnelles successives engagées ces dernières années, n'ont eu que peu d'incidences sur les pratiques et sur les représentations des enseignants. La démarche d'investigation nécessite en effet un changement radical de paradigme, puisqu'il s'agit de passer, pour la plupart des enseignants, d'un enseignement où seul le savoir scientifique importe à une conception mettant également en avant la construction d'attitudes et de savoir-faire.

Les premiers résultats de la recherche mise en place pour évaluer ce dispositif de formation montrent que ce dernier permet de déplacer quelque peu les participants dans leurs représentations de la démarche d'investigation en sciences et, de manière plus générale, leur perception de l'enseignement des sciences. La recherche de cette année cherchera à confirmer ces résultats prometteurs.

RÉFÉRENCES

Coquidé, M., Fortin, C., & Rumelhard, G. (2009). *L'investigation : fondements et démarches, intérêts et limites*, INRP, no. 49

Cariou, J.-Y. (2010). Tentative de détermination de l'authenticité des démarches d'investigation, *Actes des journées scientifiques DIES 2010*, 24-25 novembre 2010, Lyon © INRP 2010 www.inrp.fr/editions/dies, Lyon.

De Hosson, C., Mathé, S. & Méheut, M. (2010). La « démarche d'investigation » dans les collèges français. Démarche d'investigation et formation, In: C. Loisy, J. Trgalova & R. Monod-Ansaldi, *Actes des Journées scientifiques DIES 2010 : Ressources et travail collectif dans la mise en place des démarches d'investigation dans l'enseignement des sciences,* (pp.19-29). Lyon: INRP Editions.

Dubois, L. (2010). Enseignement des sciences : entre confusions et clarifications ! Martigny : *Résonnance n°8*, Mensuel de l'école valaisanne.

Giordan, A. (1999). *Une didactique pour les sciences expérimentales*. Paris: Belin.

Gueudet, G. (2010). Travail collectif des professeurs et démarches d'investigation dans l'enseignement des sciences, In: C. Loisy, J. Trgalova & R. Monod-Ansaldi, *Actes des Journées scientifiques DIES 2010 : Ressources et travail collectif dans la mise en place des démarches d'investigation dans l'enseignement des sciences,* (pp.191-199). Lyon: INRP Editions.

Mathé, S. (2010). *La "démarche d'investigation" dans les collèges français - Élaboration d'un dispositif de formation et étude de l'appropriation de cette nouvelle méthode d'enseignement par les enseignants.* Thèse de doctorat, Paris : Université Paris Diderot.

Henri, F. (2010). *Apprendre avec les technologies.* Sous la direction de Bernadette Charlier et France Henri. Paris : Presses universitaires de France.Riel, M. & Polin, L. (2004). Online learning communities : common ground and critical differences in designing technical environments, In S. A Barab, R. Kling, J.H. Gray (Eds.), *Designing for virtual communities in the service of learning* (pp. 16-50). London :

Cambridge University Press.
Roccard, M. & al. (2007). *L'enseignement scientifique aujourd'hui : Une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Bruxelles: Commission Européenne.
Thouin, M. (2006). *Résoudre des problèmes scientifiques et technologiques au préscolaire et au primaire. Sainte-Foy* : Multimondes.Triquet, E. & Guillaud J.-C. (2011). Démarches scientifiques et démarches d'investigation : point de vue d'enseignants stagiaires de l'IUFM. In *Les démarches d'investigation dans l'enseignement scientifiques. Pratiques de classe, travail collectif de l'enseignant, acquisitions des élèves*. Lyon : Ecole normale supérieure de Lyon.

Photo 4: Le poster d'une classe de 7ème Harmos des Grottes

LES MODÈLES RÉDUITS : COMMENT DES CONSIDÉRATIONS SUR LA MASSE D'UN OBJET PERMETTENT D'APPROFONDIR LA RÉFLEXION SUR LA PROPORTIONNALITÉ.

Laura Weiss[1]

LE PROBLÈME

Le problème proposé ci-dessous est conçu pour des élèves de 9e année (11e HarmoS) dans le cadre du cours de mathématiques. Il est lancé par une petite question-amorce qui s'appuie sur une carte postale de la tour Eiffel et d'un modèle de celle-ci : pourquoi les modèles réduits de la tour Eiffel sont-ils toujours aussi peu élégants ? Il continue avec la distribution de l'énoncé ci-dessous :

La tour Eiffel mesure 324 m et pèse 10'000 tonnes dont 7'300 tonnes de charpente métallique[2]. On en a fait un modèle réduit métallique de 30 cm de hauteur.[3]

1. **Combien pèserait ce modèle réduit de la tour Eiffel ?**
2. **Quelles remarques ce résultat appelle-t-il ?**

Fig. 1 : La tour Eiffel[4]

Fig. 2 : Un modèle réduit de la tour Eiffel[5]

1 Laura.weiss@unige.ch
2 http://fr.wikipedia.org/wiki/Donn%C3%A9es_techniques_de_la_tour_Eiffel
3 Nous avons trouvé mention de ce problème, présenté autrement, sur le site http://www.etab.ac-caen.fr/le-castillon/IMG/pdf/Agrandissement_Reduction_-_Cours.pdf (théorie) et http://www.etab.ac-caen.fr/le-castillon/IMG/pdf/Pyramides_et_Cones_-_Agrandissement_et_reduction_-_Serie_0.pdf (exercices) Dans les deux cas, la question n'est pas la même. Le site mentionne justement que la question inverse (trouver la hauteur du modèle réduit à partir d'un modèle réduit pesant 1 kg) a fait l'objet d'un « concours Kangourou » et que le taux de réponses correctes diminue avec le degré scolaire des élèves : 11 % en 6ème (12 ans), 10% en 5ème (13 ans), 7% en 4ème (14 ans) et seulement 6% en 3ème (15 ans). Relevons que, dans la théorie, il est commenté que puisque le modèle réduit pesant 1 kg mesure 1,5 m, la tour Eiffel est très légère.
4 http://fr.wikipedia.org/wiki/Tour_Eiffel
5 http://eu.art.com/products/p8112534241-sa-i5197670/posters.htm

En voici la solution attendue :

1. En arrondissant la hauteur de la tour Eiffel à 300 m, le modèle réduit de 30 cm est 1000 fois plus petit, sa masse sera donc $(10^3)^3$ fois inférieure, ce qui donne $7{,}3\ 10^6 : 10^9 = 7{,}3\ 10^{-3}$ kg = 7,3 g.
2. Il est difficile de faire un objet métallique de 30 cm de haut pesant 7 grammes, voilà pourquoi les modèles réduits sont toujours si peu élégants ! En particulier les poutrelles métalliques qui mesurent quelques dizaines de centimètres d'épaisseur devraient dans le modèle réduit être épaisses de quelques dixièmes de millimètre ce qui pose, entre autres, un problème de facture et de rigidité.

GESTION EN CLASSE ET DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES

Ce problème de proportionnalité a été proposé plusieurs fois en tant que situation-problème au CO genevois, dans le chapitre proportionnalité, après l'enseignement des volumes. Il a aussi été traité au cours de physique avec des élèves de 9e année, dans le chapitre portant sur la masse volumique[6].

La gestion de classe s'est déroulée selon un schéma classique pour des situations-problèmes : après un moment de lecture et d'appropriation individuelle du problème, avec possibilité pour les élèves de poser des questions d'explicitation, l'enseignante les a placés en petits groupes de trois ou quatre avec la consigne de chercher ensemble la solution. Comme on le verra dans la description des difficultés rencontrées, ce problème se prête particulièrement bien à la démarche de travail de groupe, car c'est souvent un élève dans un groupe qui réagit au résultat trouvé et qui remet en cause les calculs. C'est au moment où au moins un groupe a trouvé le résultat de 7,3 grammes que la classe est remise en grand groupe pour mettre en commun les réponses puis mener une discussion collective sur la plausibilité du résultat.

La première difficulté rencontrée par les élèves est liée au changement d'unités entre mètres et centimètres : par exemple, un groupe a considéré que le modèle réduit était dix fois plus petit que l'original (de 300 à 30) et a trouvé comme résultat 730 tonnes. Cette valeur leur apparaissant impossible, ils ont rapidement trouvé leur erreur dans l'oubli de la cohérence des unités. Hélas, la division par 1000 (de 30000 cm à 30 cm) les a amenés, comme la majorité des autres groupes, à la réponse 7,3 tonnes, qui n'était pas plus plausible aux yeux de la majorité[7]. Face à ce résultat, beaucoup d'élèves se sont mis à la recherche d'une erreur de calcul (ou d'unités de masse dans la transformation des tonnes en kilogrammes), sans grand succès.

A ce moment, l'enseignante fait circuler un modèle de tour Eiffel parmi les élèves. Cela suffit à certains pour réaliser que ce n'était pas seulement la hauteur qui avait été réduite, mais aussi les deux autres dimensions, largeur et longueur de la base. Ils ont alors divisé les 7300 tonnes par $(1000)^3$ et ont obtenu 7,3 grammes. La majorité des élèves est alors très satisfaite d'avoir rempli le contrat, à savoir trouver la masse du modèle réduit, et arrête là son travail. Parfois quelques élèves montrent leur étonnement et revérifient les calculs en écrivant tous les zéros et en faisant un tableau de transformation d'unités pour passer des kilogrammes aux grammes : 7'300'000 kg : 1'000'000'000 = 0,0073 kg = 7,3 g.

La classe est alors invitée à une phase de travail collectif. D'abord chaque groupe présente son résultat et sa démarche. Si certains groupes en sont restés au premier résultat de 7,3 tonnes, le raisonnement sur le volume convainc généralement toute la classe. On pourrait alors

6 On se réfère ici à des expérimentations datant d'avant le nouveau curriculum de physique du CO de 2003 (pour les 9e années).

7 Selon les années, il se trouvait des groupes se considérant tout à fait satisfaits du résultat de 7,3 tonnes, au point qu'il était difficile d'obtenir une poursuite de la réflexion suite à l'injonction « êtes-vous sûrs de votre résultat ? ». Dans ces cas, ils découvraient lors de la mise en commun que leurs camarades avaient considéré que ce résultat était impossible.

considérer que le problème est clos, comme dans le texte du site cité en note 2, en se contentant de ce résultat parfaitement correct du point de vue de la proportionnalité, mais pour le moins surprenant du point de vue de la réalité.

Pour travailler avec les élèves non seulement l'application de la proportionnalité entre la masse et le volume mais aussi, dans ce cas, la réalisabilité concrète de la proportionnalité entre objet réel et son modèle, l'enseignante fait à nouveau circuler le modèle réduit apporté (et qui ne mesure qu'environ 10 cm de haut) et un poids calibré de 10 g en demandant aux élèves de soupeser les deux. Il n'y a alors pas de doute, le petit modèle réduit pèse plus que 10 grammes. La discussion s'engage et l'observation de la photo de la tour Eiffel et du modèle réduit permet de constater l'élégance de l'une et la lourdeur de l'autre. Certains élèves soulignent alors la quantité de vide de la charpente métallique de la tour Eiffel qui ne se retrouve pas dans le modèle réduit. Une observation plus fine de la photo de la tour Eiffel permet aux élèves de constater que celle-ci est constituée de poutrelles métalliques dont l'épaisseur de quelques dizaines de centimètres ne peut être réduite de 1000 fois au risque de devenir aussi fine qu'un cheveu. Cette réflexion peut se prolonger par l'observation d'autres modèles réduits, typiquement de voitures, qui font apparaître, quand on y pense, qu'il n'est pas possible de réduire l'épaisseur de la tôle d'acier des portières dans la même proportion que la longueur de la voiture.

LES CLASSES DE PHYSIQUE

Les élèves des classes de physique ne réussissent pas mieux ce problème que leurs camarades en mathématiques. En effet, l'appel à la notion de masse volumique vient compliquer la résolution du problème plutôt que de leur permettre de mieux s'en sortir. Typiquement deux autres démarches apparaissent : certains élèves inventent une nouvelle grandeur, la masse par hauteur, qu'ils pensent pouvoir substituer à la masse volumique. Ils calculent donc le rapport de la masse à la hauteur de l'original, c'est-à-dire 7'300 tonnes divisées par 300 m, puis multiplient ce rapport par la hauteur du modèle et trouvent … 7,3 tonnes, pour autant qu'ils ne fassent pas d'erreur de transformation d'unités. D'autres, oubliant l'original, partent la masse volumique de l'acier ou du fer de 7860 kg/m^3 mais n'ont pas moyen d'estimer le volume du modèle. Les plus imaginatifs qui proposent une estimation basée sur une pyramide de 30 cm de hauteur de base carrée de 10 cm (la tour Eiffel a une base de soutènement carrée de 125 m de côté) donnant un volume de 1000 cm^3 et une masse de 7,86 kg, se trouvent ensuite empruntés pour faire le lien avec la masse de l'original. Qui plus est, le résultat semble à tous trop important. S'il a l'intérêt de faire revenir sur la légèreté de la construction de la tour Eiffel, il ne mène toutefois pas à une valeur réaliste pour la masse du modèle réduit.

CONCLUSION

Comment caractériser ce que les élèves ont appris de cette activité ? Tout d'abord, ils n'ont pas perfectionné leur technique de calcul des situations proportionnelles : le rapport de l'original au modèle a volontairement été choisi simple pour que d'éventuelles difficultés de calcul ne viennent pas se substituer à la réflexion sur les résultats. Dun coup, il est logique d'utiliser le rapport entre grandeurs de même nature, de l'original au modèle, mais cela induit peut-être la première hypothèse abusive de proportionnalité, à savoir que le rapport des hauteurs est égal au rapport des masses, ce qui est renforcé par le fait que la tour Eiffel a une dimension privilégiée, sa hauteur.

Le premier résultat trouvé ainsi a réellement un effet de choc sur les élèves : 7,3 tonnes ne peut être la masse d'un modèle réduit de 30 cm ! Mais leur première réaction est la recherche d'erreurs de calcul et non de raisonnement. Notre constat est que c'est vraiment l'observation de l'objet physique qui déclenche le raisonnement sur la proportionnalité masse-volume. L'enseignante avait d'ailleurs, lors d'une utilisation de cette activité en classe, ajouté l'information sur la base de soutènement carrée de 125 m de côté de la tour Eiffel dans l'idée que les élèves penseraient qu'il y avait d'autres dimensions en jeu à côté de la hauteur. Non seulement cet ajout de données n'avait pas eu d'impact, mais il avait compliqué, pour certains élèves, le choix des données pertinentes. En effet comme ils n'avaient pas les dimensions de la base du modèle réduit, cette information supplémentaire ne leur était pas utile. Or si le choix des données à prendre en compte pour résoudre un problème est l'un des objectifs importants du cours de mathématiques au CO, il ne faut pas vouloir poursuivre trop d'objectifs à la fois avec une activité donnée. En outre, la relative concision de l'énoncé nous semble un point fort de ce problème.

Le deuxième résultat obtenu, 7,3 grammes, est quant à lui, mathématiquement correct, mais à notre avis, il est important d'en discuter la réalisation pratique, pour poursuivre un autre objectif de l'enseignement des mathématiques, à savoir l'exercice « d'un regard critique sur le résultat obtenu » (PER, p. 19). Ici un questionnement surgit relativement facilement à cause de la valeur excessivement faible du résultat. Selon le Plan d'Etudes Romand, le domaine mathématiques et sciences de la nature « fournit à l'élève des instruments intellectuels d'appréhension et de compréhension du réel et d'adaptation à ce dernier ». Pour ce faire, il s'agit bien que les élèves apprennent non seulement des règles ou des principes - qui seraient, dans le cadre de ce problème : « Dans des dessins à l'échelle : lorsque les longueurs sont multipliées par n (ou divisées par n), les aires le sont par n^2 ; les volumes le sont par n^3 » (Bodin, 1989, p.39) - ainsi que leur application – puisque la hauteur est réduite mille fois, le volume et donc la masse le seront un milliard de fois – mais encore à analyser l'effet de l'application de ces règles. Si la modélisation d'une situation peut être vue comme la mise en correspondance de deux systèmes (Dorier & Burgermeister, 2012), qui sont ici, d'une part le monde réel de la tour Eiffel et de son modèle et, d'autre part le monde abstrait mathématique des règles de la proportionnalité dans lequel le problème peut être résolu, c'est au moment où le résultat mathématique est réinjecté dans le monde réel comme une réponse qu'il faut s'interroger à nouveau sur son adéquation à la situation. Ainsi, le cas proposé ci-dessus nous semble un banc d'essai pertinent pour amener les élèves à porter un regard critique sur les limites de la modélisation choisie.

RÉFÉRENCES

Bodin, A. (1989). *Les échelles, préparation d'une situation d'enseignement en classe de cinquième*. Accès : http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/20/20x3.pdf, consulté le 9.11.2011.

Dorier J.-L. & Burgermeister P.-F. (2012). *Modelling: a federating theme in the new curriculum for mathematics and sciences in Geneva compulsory education (age 4 to 15).* Communication à présenter à ICME -12. The 12th International Congress on Mathematical Education. Séoul, Corée, 8-15 juillet 2012.

Plan d'études romand (PER). *Domaine mathématiques et Sciences de la nature. Cycle 3*, version 2.0/ 27 mai 2010. CIIP 2010. Accès : http://www.plandetudes.ch/web/guest/specification?domainId=68&&courseId=283&&cycleId=36&&thematicId=453&&objectiveId=1548 consulté le 9.11.2011

ANALYSE D'ACTIVITÉS À PROPOS DE LA DIFFÉRENCIATION ENTRE AIRE ET PÉRIMÈTRE (MOYENS COROME[1] 3P À 6P[2])

Audrey Daina[3]

Nous présentons dans cet article l'analyse d'activités des Moyens d'enseignement COROME qui permettent de travailler la différenciation entre aire et périmètre dans les degrés de la 3P à la 6P. Ces analyses ont été réalisées dans le cadre d'un travail de thèse de doctorat visant à décrire et analyser de quelles manières des enseignants genevois utilisent les ressources pour préparer et réaliser en classe une suite d'activités à propos de la notion d'aire[4].

Nous commençons par donner quelques éléments théoriques que les recherches en didactique sur le sujet ont pu mettre en évidence et qui permettent de guider nos analyses. Nous présentons ensuite deux activités de 3P et 4P en faisant des liens avec d'autres activités similaires d'autres degrés.

1 Pour les lecteurs étrangers, rappelons que c'est ainsi que l'on désignait les diverses ressources officielles de l'enseignement primaire en mathématiques pour la Suisse Romande (COROME : Commission Romande des Moyens d'Enseignement).

2 Dans tout cet article, nous utiliserons l'ancienne nomenclature pour les degrés de l'école primaire soit 2 années d'enfantines (1E, élèves de 4-5 ans et 2E élèves de 5-6 ans) et 6 années de primaire (1P, élèves de 6-7 ans, à 6P, élèves de 11-12 ans). Nous avons fait ce choix pour faciliter la compréhension du texte car c'était le système en vigueur lors de nos observations et que, par ailleurs, les activités que nous analysons sont issues des moyens d'enseignement COROME, qui n'ont pas encore été réédités selon les nouvelles nomenclatures.

3 audrey.daina@unige.ch

4 Nous ne présentons pas dans cet article la globalité de notre recherche (en cours) mais une petite part portant sur l'analyse de quelques activités.

DU CÔTÉ DES RECHERCHES EN DIDACTIQUE

Les recherches en didactique des mathématiques ont mis en évidence depuis les années 80 que l'enseignement des notions d'aire et de périmètre tel qu'il était dispensé dans la plupart des classes était problématique (Perrin et Douady 1989, Baturo et Nason, 1996). D'une manière générale, on observe que l'enseignement est souvent trop centré sur la mesure par pavage et l'application de formules d'aires ou de périmètres au détriment de la compréhension du lien entre l'objet (la surface), les grandeurs (l'aire ou le périmètre) et les nombres (qui représentent la mesure de cette grandeur).

La recherche de Perrin et Douady (1988, 1989), par exemple, permet de se faire une première idée des difficultés qui peuvent être observées en classe autour des notions d'aire et de périmètre. Ces chercheuses ont construit et expérimenté une séquence d'apprentissage du concept d'aire de surface plane dans deux classes (9-10 ans et 10-11 ans). Elles montrent, par exemple, que pour certains élèves l'aire est indissociable des autres caractéristiques d'une surface, ce qui conduit aux fausses conceptions suivantes :

- Si le périmètre d'une surface augmente, son aire aussi (et réciproquement).
- Si deux surfaces ont le même périmètre, elles ont la même aire (et réciproquement).

Dans leur travail, ces auteurs proposent de distinguer trois pôles dans l'enseignement de la notion d'aire : surfaces, grandeurs et nombres, distinction sur laquelle elles vont baser la construction de leur ingénierie didactique :

« Ceci nous amène d'une part à construire la notion d'aire comme grandeur autonome en faisant des comparaisons directes d'aires (par inclusion, par découpage-recollement) et des mesures directes d'aires avec des unités variées, d'autre part, d'établir des relations entre aires et longueurs en s'intéressant à diverses transformations. Les unes sont choisies pour pointer qu'aires et longueurs (périmètre par exemple) peuvent varier indépendamment l'une de l'autre, les autres pour établir des relations entre aires et longueurs (calcul d'aire de surfaces usuelles, bidimensionnalité : si les longueurs sont multipliées par un nombre K, l'aire est multipliée par K^2). » (Perrin et Douady, 1988, p. 162)

Les propositions de ces recherches ont été prises en compte par les concepteurs de ressources pour les classes et notamment les auteurs des Moyens COROME. Les activités que nous proposons dans cet article concernent le premier type de transformations citées, pour pointer qu'aire et périmètre varient indépendamment.

PLUSIEURS ACTIVITÉS QUI PEUVENT ABORDER CE SUJET DE LA 3P À LA 6P

Nous proposons d'analyser dans ce qui suit un choix d'activités des Moyens COROME qui font travailler la distinction entre aire et périmètre en confrontant ces deux grandeurs dans deux types de problème :

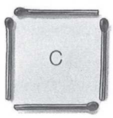
- Trouver des surfaces de même périmètre mais dont les aires sont différentes. Nous analysons l'activité « Barrière » (3P) et proposons un lien avec les activités « Avec 30 allumettes » (5P) (annexes) et « Quadrilatère articulé » (6P).
- Trouver des surfaces de même aire mais dont les périmètres sont différents. Nous analysons l'activité « Quinze » (4P) et proposons un lien avec l'activité « Des rectangles équivalents » (5P) (annexes)

Barrière

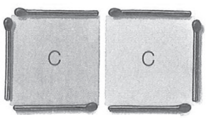
Tâche

- Dans un réseau quadrillé, rechercher des surfaces d'aires différentes, mais de périmètres égaux.

Barrière



Avec 4 allumettes, on forme une barrière qui entoure un carré C.



Avec 6 allumettes, on forme une barrière qui entoure 2 carrés C.

Combien de carrés C peut-on entourer avec une barrière de 18 allumettes placées horizontalement ou verticalement?
Dessine le plus possible de réponses sur une feuille quadrillée.

17

Nombre d'élèves

- 2

Matériel

- LE p. 17
- 18 allumettes, cure-dents, etc.
- Papier quadrillé

Déroulement

Relance

- Aux élèves qui ne placent pas les allumettes les unes à la suite des autres et ne forment donc pas un domaine simple et fermé, l'enseignant précise qu'il faut entourer les carrés avec une seule barrière.

Mise en commun

- Les élèves recensent leurs solutions et débattent de leur validité. Ils poursuivent la recherche jusqu'à l'exhaustivité des solutions.

Prolongement

- L'activité peut être reprise en recherchant le minimum et le maximum d'allumettes permettant d'entourer exactement 12 carrés C.
- L'activité peut être reprise en recherchant sans allumettes les aires minimales et maximales que l'on peut déterminer avec 30 segments.

L'ACTIVITÉ « BARRIÈRE »

Pour cette activité, selon le matériel à disposition (18 allumettes et du papier quadrillé), les élèves peuvent soit réaliser effectivement les constructions en utilisant les allumettes, soit représenter les allumettes sur le quadrillage en les dessinant (1 allumette = 1 côté de carré). Notons que les deux solutions de positionnement des allumettes proposées sur le dessin de la consigne induisent fortement la construction de rectangles. Nous verrons cependant dans ce qui suit qu'il est important que l'élève expérimente la question en construisant divers polygones. Il est donc recommandé de rendre attentif l'élève au fait que toutes les constructions sont possibles.

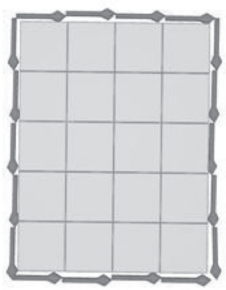
Dans le premier cas, où les constructions sont effectivement réalisées, les élèves prennent 18 allumettes et les assemblent avec comme contrainte de les positionner horizontalement ou verticalement. Le fait que la dernière allumette doive rejoindre la première, pour fermer le contour, peut s'ajuster par essais successifs, en déplaçant éventuellement des groupements d'allumettes ensembles. Notons qu'il est important que le papier quadrillé corresponde à la taille des allumettes. Comme solution alternative, il est également possible de préparer des carrés C prédécoupés aux dimensions des allumettes de manière à permettre un pavage des surfaces.

Dans le deuxième cas, où les élèves dessinent, ils doivent en plus compter le nombre de segments et si ça ne ferme pas à la fin, ils doivent effacer des traits, voire reprendre depuis le début. Cela demande de pouvoir anticiper sur la construction pour faire le dessin. On voit donc que le travail avec des allumettes est plus souple à gérer.

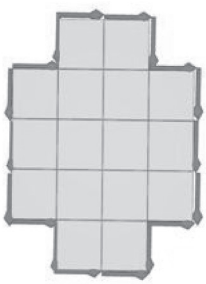
Une première procédure de résolution, « par essai-erreur », consiste à construire un premier polygone avec 18 allumettes et à compter combien de carrés C il contient (on ne parle pas encore ici de mesure car nous sommes en 3P et que la notion de mesure d'aire n'est pas encore au programme, il s'agit de pré-mesure). Une fois un premier polygone construit, l'élève peut :

- recommencer tout le processus.
- se baser sur la figure construite et la décomposer-recomposer de manière à trouver d'autres surfaces d'un périmètre de 18.

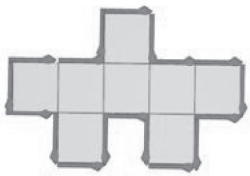
La première procédure est peu efficace si on cherche à avoir une certaine exhaustivité, mais peut permettre de trouver au départ quelques solutions radicalement différentes. La deuxième procédure est plus efficace si l'on veut trouver différentes solutions, voire toutes les solutions possibles, car l'élève peut alors anticiper sur le résultat (si on déplace telle ou telle allumette cela ajoute/enlève tant de carrés C). L'élève peut alors se rendre compte que, avec un périmètre constant, plus une surface est allongée plus l'aire est petite et que, pour les rectangles, plus la forme se rapproche de celle d'un carré plus l'aire est grande. Ils peuvent aussi sentir que des vides ou des excroissances qui rompent la convexité diminuent l'aire à périmètre constant, comme illustré dans les exemples ci-dessous :



Aire = 20 carrés C



Aire = 16 carrés C

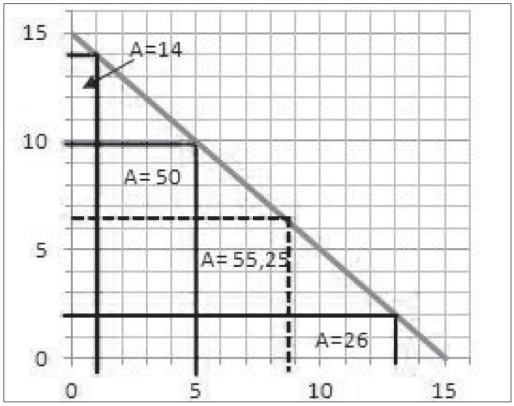


Aire = 8 carrés C

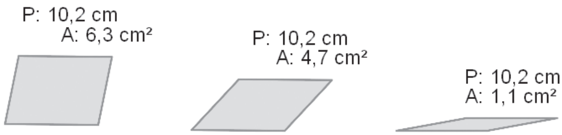
Cette première analyse concerne ce qui peut être fait selon les objectifs de 3P. Cependant ce type d'activité est encore d'actualité dans les degrés supérieurs de 4P, 5P et 6P, en adaptant les énoncés (le nombre d'allumettes, le matériel à disposition) et en faisant évoluer les procédures de résolution.

A partir d'une activité comme « Barrière », l'enseignant peut par exemple mettre en évidence une troisième procédure plus systématique qui consiste à construire tous les rectangles possibles (en faisant le lien avec la formule de calcul pour le périmètre du rectangle et la recherche des décompositions additives de 9). Cette étape permet d'obtenir l'aire minimale (de mesure 8 carrés C) et maximale (de mesure 20 carrés C) et de partir de ces rectangles pour construire d'autres surfaces par décomposition-recomposition, selon la logique que nous venons de décrire pour trouver toutes les solutions possibles. On peut ainsi vérifier expérimentalement que l'on ne peut construire que des surfaces dont les aires ont des mesures comprises entre 8 et 20 carrés C (la démonstration théorique est hors de portée des élèves).

L'activité « Avec 30 allumettes » (annexes) est un exemple d'activité du même type que l'on trouve dans le livre de 5P (dans ce cas on ne cherche que les rectangles formés avec 30 allumettes). Dans le livre du maître, on suggère de prolonger la recherche afin de trouver d'autres rectangles qui ont un périmètre de 30 unités, avec des côtés de mesures non entières, en imaginant que l'on peut casser les allumettes. Ceci conduit à introduire une dernière procédure : la réalisation d'un graphique sur lequel il est possible de pointer d'autres rectangles possibles (comme le rectangle 6,5 x 8,5 d'aire 55,25). Ceci permet finalement d'envisager un changement continu de la mesure d'aire entre les deux valeurs extrêmes.



Dans le même esprit, on trouve l'activité « le quadrilatère articulé » en 6P qui permet, elle aussi, de mettre en évidence les variations d'aires possibles dans le cas d'un parallélogramme de mesures de côtés fixes mais dont on « rapproche » deux côtés opposés pour arriver à la position limite du parallélogramme aplati d'aire nulle. Cet aspect dynamique permet de mettre en évidence la variation de l'aire grâce aux transformations de la figure.



L'ACTIVITÉ « QUINZE »

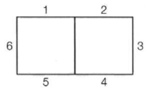
Cette activité, illustrée à la page suivante, ressemble beaucoup à l'activité que nous venons d'analyser, si ce n'est qu'il s'agit ici de construire des surfaces d'aire constante mais de périmètres différents. Ici travailler avec du matériel (des carrés prédécoupés) ou en dessinant sur du papier quadrillé impliquent les mêmes stratégies.

Quinze

Tâche
- Comparer les périmètres de surfaces d'aires équivalentes.

Quinze

Cette forme est constituée de 2 plaquettes assemblées.



Son périmètre est de 6.

Quel peut être le périmètre d'une forme constituée de 15 plaquettes assemblées?
Cherche le plus possible de périmètres différents.

64

Nombre d'élèves
- 2

Matériel
- LE p. 64
- MC: 15 plaquettes carrées
- Papier quadrillé

Mise en commun
- Les élèves comparent leurs solutions et les valident à l'aide des plaquettes ou de leurs dessins. Ils recensent les périmètres obtenus.

Variable
Matériel
- L'activité est menée avec d'autres nombres, mais sans matériel. Ainsi, les élèves doivent prendre à leur charge la représentation de la situation et s'appuyer davantage sur leurs dessins et leurs raisonnements.

Prolongement
- L'enseignant propose la consigne suivante:
  "Construis un rectangle de 2 x 10 plaquettes carrées.
  Cherche son aire et son périmètre.
  Modifie cette figure:
  - *en enlevant des plaquettes, mais en augmentant le périmètre,*
  - *en ajoutant des plaquettes, mais en diminuant le périmètre."*

Une première procédure, « par essai-erreur », consiste à construire un premier polygone et à mesurer son périmètre (on peut parler de mesure pour le périmètre car il s'agit d'une longueur et la mesure de longueur est au programme de la 4P). Le périmètre peut être mesuré soit en comptant les unités « côté d'un carré » soit en comptant les unités sur quadrillage (selon le quadrillage un côté de carré ne correspondra pas à un côté du « carré unité », il sera donc nécessaire de procéder à des changements d'unités) soit en utilisant une règle.

Une fois ce premier polygone construit l'élève peut soit recommencer le processus, soit entrer dans une procédure plus systématique de décomposition-recomposition de la surface construite pour créer une surface qui ait même aire mais un périmètre différent. Comme dans l'activité précédente, dans l'application de cette technique des connaissances géométriques peuvent entrer en jeu. Si on demande par exemple le périmètre le plus grand, il faudra construire la surface la plus allongée et étroite possible (ce qui donne un périmètre de 32 si on demande à ce que les carrés se touchent par un côté ou un périmètre de 60 si les carrés peuvent être assemblés par un sommet). Si on demande la surface avec le plus petit périmètre, il faut se rapprocher de la forme de type carrée (ici il s'agit du rectangle 3x5 qui donne un périmètre de 16). Néanmoins une justification rigoureuse de ce résultat est assez complexe à rédiger.

Cette activité peut également être reprise dans les degrés supérieurs. L'activité « Rectangles équivalents » (annexe) nous donne un bon exemple d'activité similaire en 5P.

Dans ce cas on ne cherche que des rectangles et il n'est pas précisé si les dimensions doivent être en nombres entiers. Pour cette activité deux procédures nouvelles apparaissent :

- Une procédure qui implique l'utilisation de techniques numériques : connaissant l'aire trouver les dimensions possibles. Ici la technique consiste à résoudre l'équation : axb=30 c'est-à-dire, si on se restreint aux nombres entiers, à trouver les diviseurs de 30 (1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30) ce qui nous permet de trouver les périmètres de tous les rectangles dont les dimensions sont en nombres entiers.
- En 5P ce travail peut-être approfondi en cherchant d'autres rectangles possibles, dont les dimensions ne se mesurent pas en nombres entiers. Pour cela, l'utilisation d'un graphique est possible. Comme suggéré par l'énoncé, il faut dessiner les différents rectangles sur un système d'axes et montrer ensuite sur la ligne continue du graphique les dimensions possibles des rectangles.

CONCLUSION

L'analyse de ces deux activités nous a permis de mettre évidence de quelle manière il est possible d'aborder la question de la différenciation entre aire et périmètre dans les différents degrés de l'enseignement primaire. Nous avons montré qu'à partir d'un même type d'activité il était possible, en variant le matériel, les énoncés et les questions, de faire évoluer les procédures. Cette évolution est importante car elle permet de passer d'une perception de la variation de l'aire en termes discrets à une variation continue où toutes les valeurs sont possibles. Cette évolution permet d'introduire une vision de l'aire en rapport avec les transformations de la figure et de mettre en évidence que périmètre et aire varient indépendamment.

Notons aussi que le travail sur un logiciel de géométrie dynamique permet d'une autre manière de mettre en évidence cette question. Il est possible sur Cabri ou Geogebra, par exemple, de construire des figures avec plusieurs points déplaçables et d'afficher la mesure de leurs aires et/ou périmètres. En déplaçant les points, l'élève peut voir de quelle manière les mesures d'aire ou de périmètre varient indépendamment[5].

RÉFÉRENCES

Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student Teachers'Subject Matter Knowledge within the domain of Area Measurement. *Educational Studies in Mathematics 31 (*3), 235-268.

Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001). *Mathématiques cinquième année. Méthodologie-Commentaires.* Neuchâtel : COROME.

Douady, R. & Perrin-Glorian M-J. (1989). Un processus s'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics. 20* (4), 387-424.

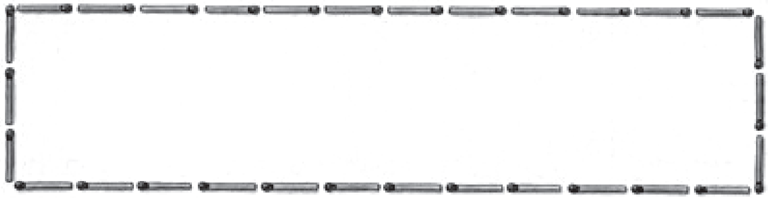
Douady R. & Perrin-Glorian M.J. (1988). Conceptions des élèves à propos d'aires de surfaces planes, *Actes du 1er Colloque Franco-Allemand de Didactique des Mathématiques et de l'informatique,* pp.161-172.

5 Pour plus d'informations sur les logiciels de géométrie dynamique, voir dans ce même numéro l'article de Sylvia Coutat.

ANNEXES

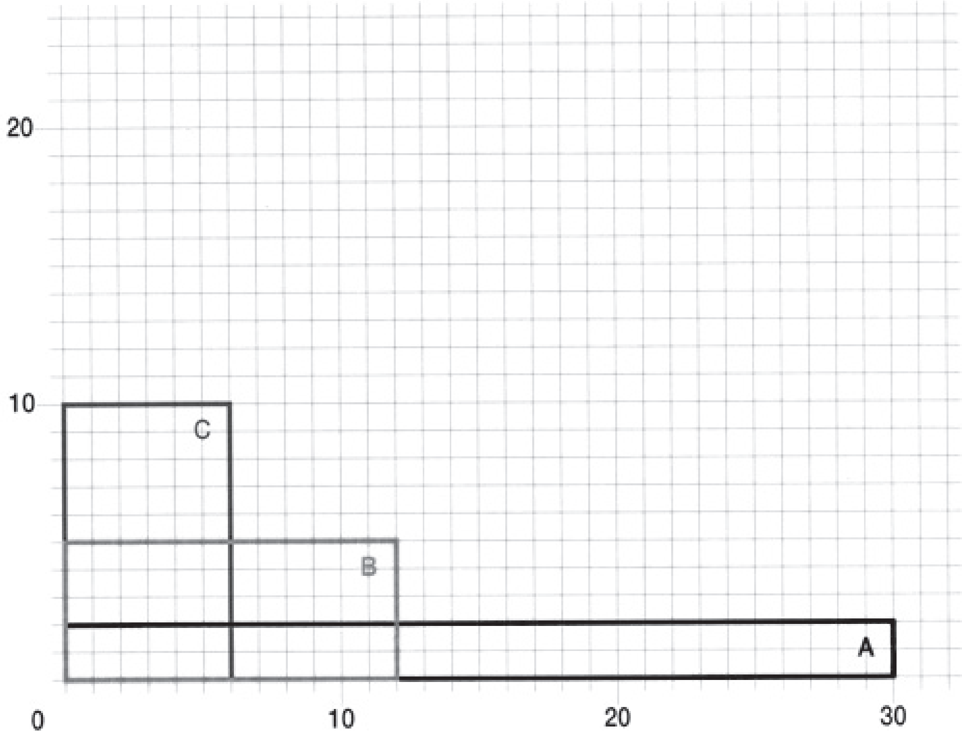
6. Avec 30 allumettes

Quel est le «plus grand» rectangle que tu peux former à l'aide de 30 allumettes?



3. Rectangles équivalents

Voici trois rectangles qui n'ont pas les mêmes dimensions.



Combien mesurent leur aire et leur périmètre?

Existe-t-il d'autres rectangles équivalents à ceux-ci?

SECTIONS DU CUBE ... EN VERSION GÉANTE

Jimmy Serment[1]

L'intention principale de cet article est de présenter une autre démarche d'enseignement peu fréquente en géométrie. Cette manière d'enseigner devrait permettre aux élèves de mettre en relation l'aspect théorique de certaines notions géométriques avec des objets réels de grande dimension. Les élèves seront ainsi plus actifs en construisant des objets, puis en les observant pour enfin en tirer des propriétés.

Ce qui va être narré fait partie d'une séquence didactique sur les constructions géométriques dans l'espace, avec des enfants en difficultés scolaires du Secondaire 1. Les élèves sont âgés de onze à quinze ans, ils sont intégrés au Secondaire 1 mais présentent un retard scolaire par rapport à leurs camarades.

RÉCIT DE L'EXPÉRIMENTATION

Pour découper des sections de cubes, les élèves découpent dans un premier temps les plus grands cubes possibles dans une plaque de polystyrène de 50 cm x 100 cm x 8 cm.

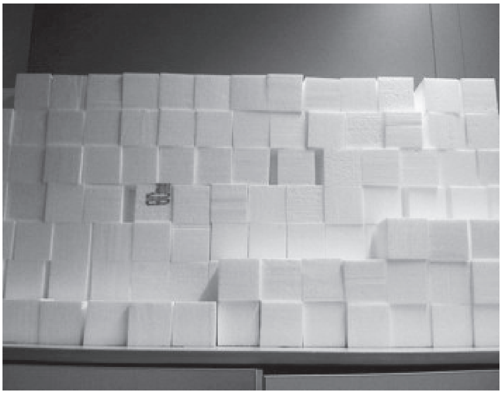


Figure 1- Mur de cubes découpés

1 étudiant HEP Lausanne.

Pour le faire, les élèves disposent de deux découpeurs à fil chaud. Ils découpent des bandes de 8 cm de large, puis découpent ces bandes en cubes de 8 cm d'arête.

Une fois cette première étape réussie, ils peuvent passer à l'étape suivante. Il s'agit de reporter sur les cubes en polystyrène trois points particuliers choisis sur un cube dessiné en perspective. Les élèves devront ensuite réaliser par découpe des sections planes passant par ces trois points.

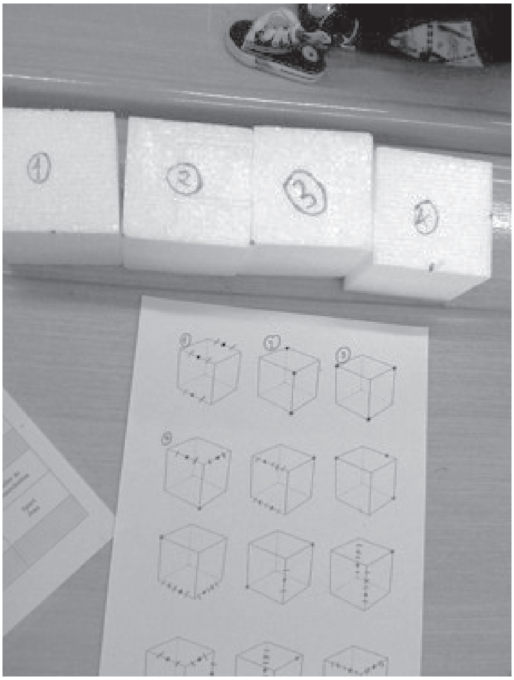


Figure 2 – Report des points sur les cubes

Enfin, les élèves découpent leurs cubes selon les points reportés, ils obtiennent ainsi douze polygones : triangles, quadrilatères, pentagones et hexagones.

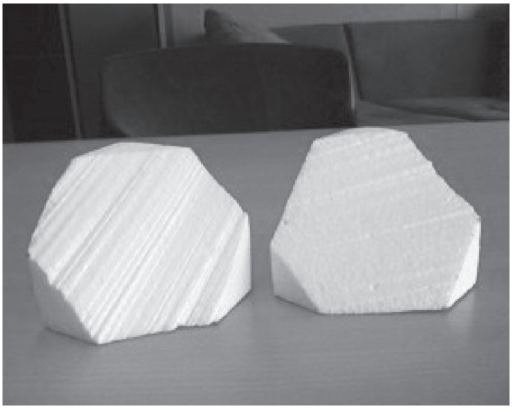


Figure 3 – Section hexagonale régulière

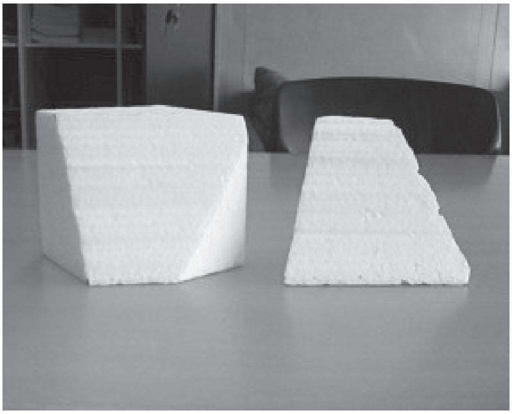


Figure 4 – Section trapézoïdale

On peut remarquer que la coupe selon un plan est remarquablement bien réalisée malgré les canaux caractéristiques de la découpe au fil chauffant et les élèves peuvent ainsi observer les faces planes obtenues.

Au terme de cette étape, une institutionnalisation est organisée sur les principales propriétés des triangles et quadrilatères. Les élèves doivent proposer des caractéristiques qu'ils observent sur leurs figures découpées, en se focalisant sur trois points d'observation demandés, les côtés, les angles et les axes de symétrie. Toutes les propositions des élèves sont notées au tableau noir sous la forme d'un tableau où chaque ligne est consacrée à un quadrilatère (ou à un triangle), les colonnes sont consacrées aux trois points d'observation demandés. Le tableau des résultats est ensuite analysé et complété par l'aide-mémoire. Les élèves recopient la synthèse du tableau noir dans leur cahier.

Je propose ensuite aux élèves de construire un cube d'arête 20 cm en utilisant des pailles et des raccords adaptés. A l'intérieur de ce cube, ils reproduisent le pourtour des sections du cube précédemment identifiées grâce à de la ficelle.

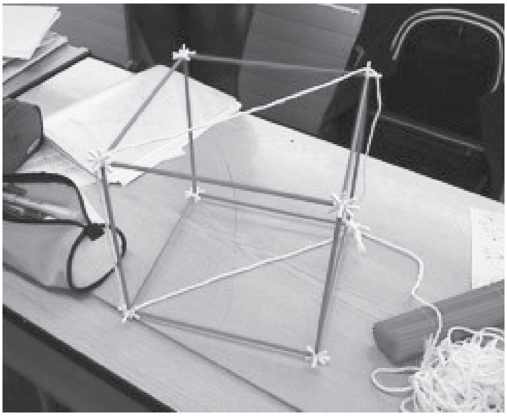


Figure 5 – Section rectangulaire

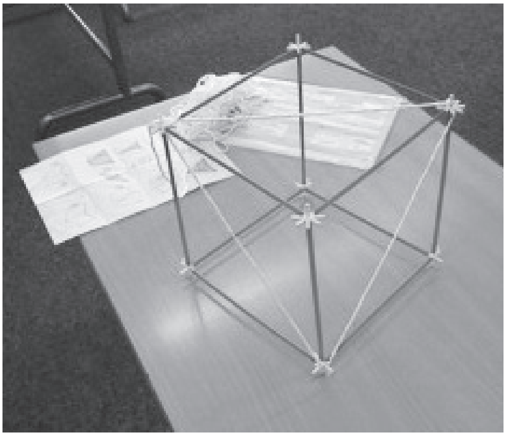


Figure 6 – Section triangulaire équilatérale

Après ces deux étapes vient l'activité phare. Les élèves construisent un cube géant de deux mètres d'arête, grâce à douze tuyaux en PVC ainsi que huit raccords en PVC bricolés à la main. Une fois le cube construit, les élèves ont la consigne de reproduire une nouvelle fois les sections toujours en utilisant de la ficelle.

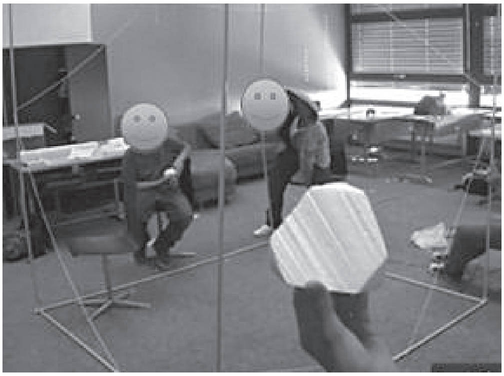


Figure 8 – Section grande, hexagone régulier

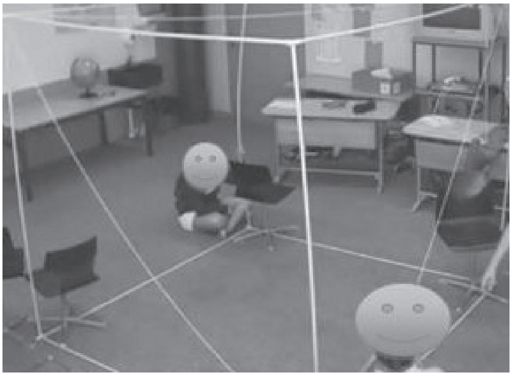


Figure 7 – Section grande, triangle équilatéral

LES RAISONS DE CETTE EXPÉRIMENTATION

Le plan d'étude en vigueur à ce jour, le Plan d'Etude Vaudois (PEV), demande de travailler une compétence visée en géométrie : « modéliser le plan et l'espace ». Le futur Plan d'Etude Romand (PER) ne donne aussi qu'une seule compétence générale en géométrie : « poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace ». Le PER précise toutefois les manières d'y arriver en proposant diverses méthodes, en voici deux :

« - en définissant des figures planes et des solides par certaines de leurs propriétés géométriques
- en utilisant des propriétés des figures et leur décomposition en figures élémentaires pour les construire et les reproduire »

L'activité effectuée me paraît viser ces compétences, en permettant aux élèves de passer de l'espace vers les figures planes et vice versa.
Dans l'enseignement général la notion de cube est habituellement abordée par la perspective cavalière réalisée sur papier.

Pourtant on peut concevoir les apprentissages selon plusieurs phases. Un premier principe des apprentissages en géométrie est de se baser sur la conception de l'intuition de l'espace présente dans chaque être humain. Cette conception d'une intuition semble être vérifiée par une étude récente (Izard & Pica, 2011). Les deuxième et troisième étapes dans le processus d'apprentissage sont le passage à l'expérience sensible et le croisement de ces différentes expériences, afin de construire un concept. Beaucoup d'auteurs, notamment Bachelard (1938), postulent qu'il faut passer par différentes expériences sensibles en géométrie pour appréhender un concept.

Dans la séquence présentée, les élèves peuvent conceptualiser la forme de certaines sections planes d'un cube grâce à différents types de représentations : d'abord en utilisant les petits cubes définis par leurs faces en polystyrène, puis avec la construction du cube géant défini par ses arêtes.

QUELQUES SURPRISES DIDACTIQUES

J'ai pu constater qu'aucun de mes élèves n'a rencontré de difficulté pour tracer les points sur les cubes (Figure 2). Ensuite, ces mêmes élèves ont relié aisément les points sur les cubes par des segments de droites, afin de pouvoir les sectionner.

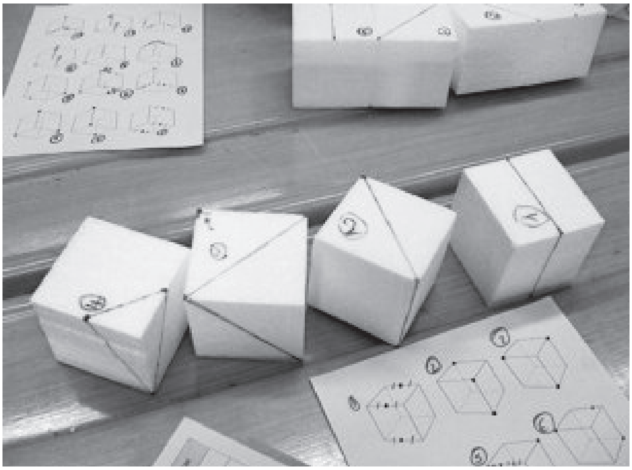


Figure 9 – Liaison des points sur un cube

Sans avoir eu de précisions sur comment faire, les élèves ont pris l'initiative de relier les points, quand cela était possible ; puis tous les élèves ont réussi à découper les douze sections demandées, certains avec une facilité déconcertante (Figure 3 et 4 comme exemples).

Après l'étape de découpe des sections du cube, un élève a même pris l'initiative de dessiner les sections sur la feuille de base, sans que j'en aie donné la consigne et surtout sans savoir comment faire. L'élève, grâce aux expériences proposées, a pu donc reconnaître les figures planes dans les sections du cube.

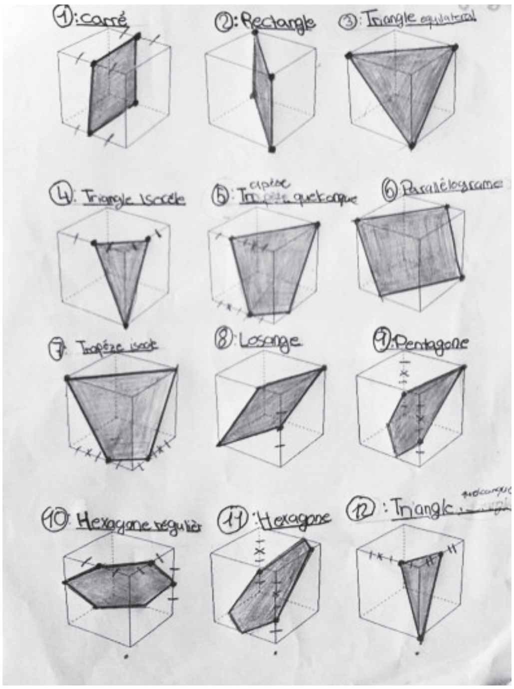


Figure 10 – Travail d'un élève sur les sections

En observant ce travail d'un élève d'une classe spéciale pour des enfants avec des difficultés scolaires, on constate qu'il a des conceptions déjà construites des différents quadrilatères et triangles.

Par exemple, il n'est pas évident de reconnaître un rectangle dans l'exemple du cube 2. L'élève qui reconnaît ces formes a probablement plus de chance d'arriver à les conceptualiser, il sera par conséquent plus facile d'institutionnaliser les propriétés des quadrilatères et triangles avec un tel élève.

Pour l'activité du cube géant relatée ci-dessus, mes constatations sont identiques : j'ai pu observer des élèves à leur aise dans l'espace, tous capables de produire les différentes sections, notamment l'hexagone régulier. A l'intérieur du cube géant et de la section hexagonale régulière, les élèves ont su répondre à ma question : « Que pouvez-vous me dire de cet hexagone ? »

Sans avoir abordé les propriétés de l'hexagone régulier, les élèves ont spontanément verbalisé et désigné les côtés parallèles de l'hexagone régulier. A la suite de cette démonstration, ils ont aussi montré les six axes de symétrie de ce même hexagone régulier à l'aide d'une droite formée de pailles assemblées :

Figure 11 – Désignation des axes de symétrie de l'hexagone régulier

CONCLUSION

Cette expérimentation m'amène à me poser une question : les élèves ont-ils réussi à transposer la théorie dans la pratique à travers une figure de plus de quatre côtés ?

La figure 8 montre, à mon avis, que les élèves se sont inspirés de l'expérience précédente sur les cubes en polystyrène, il y a probablement une dialectique entre les diverses expériences. Les liens entre expériences concrètes et théorie sont certainement aussi importants pour les élèves, afin qu'ils puissent, autant que possible, mieux conceptualiser, puis transposer les concepts dans d'autres situations. Cette dialectique, fort bien mise en évidence par Dias (2008), serait donc indispensable à la construction des concepts en géométrie.

RÉFÉRENCES[2]

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris: Vrin.

Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques: un levier pour l'enseignement et l'apprentissage.* Thèse de doctorat, Université Lyon 1.

Izard, V. & Pica, P. (2011). *Les intuitions en géométrie sont-elles universelles?* Consulté sur http://www.techno-science.net/?onglet=news&news=9177

Plan d'Etudes Romand (2011). Consulté sur http://www.plandetudes.ch/web/guest/home

Plan d'Etudes Vaudois (2003). Consulté sur http://www.vd.ch/fr/themes/formation/scolarite-obligatoire/plan-detude-vaudois/

2 Vous pouvez vous référez à un ancien article de Math Ecole (144) sur le site www.math-ecole.ch : « Une activité de recherche dans l'espace » par Serge Lugon (1990)."

Le carré partagé sensibilisation au thème « Recherche et stratégies » des nouveaux moyens d'enseignement de 9ème HarmoS

Ruhal Floris[1], Pierre-Alain Cherix[2], Laura Weiss[3]
Avec la contribution de l'équipe Primas-Dimage, Genève[4]

Introduction

La mise en place en Suisse Romande du Plan d'Etudes Romand (PER)[5] se fait simultanément[6] avec la révision des moyens d'enseignement en mathématiques pour le secondaire I. Dans cette discipline, les contenus du PER se situent autant que possible dans la continuité des programmes cantonaux. De plus, et afin de tenir compte de certaines demandes des enseignants[7], les ouvrages proposés aux élèves ont été réorganisés : livre et fichier annuels, nouvel aide mémoire. Le premier volume, destiné aux élèves de 9ème HarmoS (élèves de 12-13 ans) est utilisé pour la première fois lors de l'année scolaire 2011-2012. Il contient un nouveau chapitre intitulé « Recherche et stratégies ». Ce nouveau chapitre est associé à des contenus d'enseignement décrits dans le livre aide-mémoire distribué aux élèves qui tient lieu de théorie, celle-ci demeurant absente du-livre et du fichier d'activités. Cet article a pour but de présenter ce nouveau thème à travers l'analyse d'un problème selon nous représentatif. Nous souhaitons qu'il soit utile aux enseignants qui choisiraient de le proposer à leurs élèves.

Les éléments décrits dans l'aide-mémoire associés au thème « Recherche et Stratégies » sont les suivants :

Les règles du débat mathématiques

- **Problèmes** (Problèmes de recherche, Narration de recherche, Résolution, Stratégie, Procédure, Croquis, Conjecture, Contre-exemple, Contradiction, Si…Alors)
- **Résolution d'un problème** (Etapes de résolution d'un problème)
- **Stratégies de recherche** (Analogie, Tâtonnement, Chaînage avant, Chaînage arrière, Etude systématique de cas, Démarche scientifique, Modélisation)

Le projet de formation

A l'occasion de l'introduction des nouveaux moyens d'enseignement en 9ème (Harmos) à Genève, la direction du Cycle d'Orientation genevois a décidé d'organiser deux demi-journées de formation, obligatoires pour tous les enseignants de mathématiques concernés (par groupes de 20 pour un total d'environ 350 personnes). La conception et l'animation de cette formation a été confiée à l'équipe PRIMAS[8], de l'Université de Genève (IUFE et FAPSE). Cette équipe travaille dans le cadre d'une recherche européenne dont l'objectif est la promotion de la démarche d'investigation dans l'enseignement des mathématiques et des sciences. Ce groupe a choisi de consacrer une demi-journée au thème « Recherche et Stratégies » et l'autre à la « Modélisation », thème fédérateur du Domaine Mathématiques et des Sciences de la Nature dans le PER. Cet article traite du premier thème.

Pour la plupart des professeurs de mathématiques dans les écoles secondaires de Genève, la résolution de problèmes n'est pas une nou-

1 IUFE, Unige.
2 Section de Mathématiques, Unige.
3 IUFE, Unige.
4 Les autres membres de cette équipe sont, pour les mathématiques, Pierre-François Burgermeister (IUFE, Unige), Michel Coray (IUFE, Unige), Sylvia Coutat (FAPSE, Unige), Jean-Pierre Guex (DIP, Genève), Jean-Luc Dorier(FAPSE, Unige), Philippe Dubath (DIP, Genève), Claude Lecoultre (DIP, Genève) et Laurence Merminod (DIP, Genève).
5 www.plandetudes.ch
6 Cette simultanéité n'étant pas à l'origine intentionnelle.
7 http://publications.irdp.relation.ch/ftp/127787829110100l.pdf (2010) consulté le janvier 2012.
8 Voir www.unige.ch/fapse/dimage/SiteFR/dr_projets.htm

veauté. Pourtant, ils hésitent à l'enseigner parce qu'ils la trouvent chronophage et que grande est la pression pour terminer le programme, en ce qui concerne les savoir-faire habituels : calcul dans Z et Q, calcul littéral, proportionnalité, grandeurs et mesures.

L'équipe pilotant le projet a décidé d'axer la formation sur le rôle de l'enseignant dans le pilotage d'une activité de recherche en classe. Le but était de donner quelques outils utiles permettant de choisir, lors du déroulement d'une activité, le moment où il est nécessaire d'aider les élèves à organiser leur questionnement ou, au contraire, celui où il est essentiel de les laisser trouver leur propre cheminement, afin de maintenir le potentiel d'investigation de l'activité.

LE PROBLÈME CHOISI[9]

Après avoir tracé un carré de 6 cm de côté, Pierre demande à sa fille Nathalie de partager celui-ci en neuf morceaux carrés de côtés mesurés par un nombre entier de centimètres.
Nathalie trouve rapidement un partage et se demande s'il y en a d'autres.
Deux partages constitués des mêmes carrés mais placés différemment sont considérés comme identiques.
Combien y a-t-il de partages différents ?

Nous suggérons bien sûr au lecteur d'interrompre ici sa lecture et de résoudre lui-même le problème.

Nous présentons ci-dessous les analyses préalables effectuées par le groupe du pilotage de formation, analyses correspondant à celles que les enseignants ont proposées lors de la première demi-journée.

STRATÉGIES DE RÉSOLUTION POSSIBLES

L'énoncé induit une méthode géométrique : « trace », « partager », « morceaux », « côtés », « mesurés », « centimètres », « placés ».

- Dessiner des carrés à l'intérieur du grand carré de 6 sur 6.
- Découper le carré de 6 sur 6 en 36 petits carrés et reconstituer des carrés (puzzle).
- Décomposer 36 en sommes de carrés et compter le nombre de carrés obtenus. A noter que cette méthode uniquement numérique donne une solution supplémentaire qui ne convient pas du point de vue géométrique. Voir la résolution détaillée sur le site de Math-école[10].
- La stratégie plus efficace prend en compte les deux cadres géométrique et numérique pour ne pas « se perdre » dans les dessins et pour identifier la solution qui ne peut pas être dessinée.

OBJECTIFS

- Objectif général du domaine : mettre les élèves en situation de recherche.
- Concept de carré (2 significations) : cadre numérique et cadre géométrique et lien entre les deux cadres.
- Reconnaissance de solutions identiques qui ont un aspect différent : solutions obtenues par symétries ou rotations (avec différents axes de symétrie et différents centres de rotation).
- Mise en place d'une recherche systématique.
- Démonstration de l'exhaustivité des résultats.
- Si on modifie l'énoncé (en demandant de compter tous les partages possibles, sans considérer identiques des partages à une symétrie ou à une rotation près), on ajoute l'objectif de travailler le dénombrement et plus largement l'analyse combinatoire.

VARIANTES DE L'ÉNONCÉ (VARIABLES DIDACTIQUES)

- Ajouter une illustration

a) montrant le carré de 6 sur 6 prédécoupé en 36 carrés de 1 sur 1 ;
b) montrant un enfant en train de dessiner un carré (sans le prédécoupage).

- Changer la valeur du côté du carré.
- Changer le nombre de partages demandé.

9 Livre 9ème, chapitre « Recherche et Stratégies », problème RS1.

10 www.math-ecole.ch

(NB : l'intérêt du carré 6 sur 6 à partager en 9 carrés plus petits réside aussi dans la solution numérique non acceptable du point de vue géométrique : 4 solutions numériques et 3 solutions géométriques).

- Supprimer la demande de ne considérer que des solutions différentes à des symétries ou des rotations près (ouverture sur les dénombrements).

DESCRIPTION D'UNE RÉALISATION EN CLASSE

L'objectif principal de la formation étant d'étudier la façon dont un enseignant pourrait gérer une telle activité, nous avons demandé à une enseignante d'une école de la région de Rennes en France de proposer le problème à ses élèves dans une classe de 5ème (correspondant au degré 9 Harmos). Le déroulement dans la classe de l'enseignante a été le suivant:

1. Introduction de l'activité et première lecture individuelle (env. 4 min.)

L'enseignante présente l'activité et distribue l'énoncé, les élèves doivent le lire individuellement avant de poser des questions. L'enseignante passe dans les rangs, regarde les copies mais ne dit rien.

2. Questions sur l'énoncé (env. 3 min.)

Une fois que les élèves ont tous lu la consigne, ils peuvent poser des questions. L'enseignante essaie de ne pas répondre elle-même aux questions et de les renvoyer à la classe.

3. Organisation de la phase de recherche (1min.30)

L'enseignante choisit de faire travailler les élèves en groupes de 3, les élèves doivent produire des dessins.

Enseignante : (…) et j'aimerais bien que vous cherchiez ça en groupe et que vous preniez les mêmes groupes que la dernière fois quand on a fait le problème des disques de métal. Avant de déménager, je voudrais vous dire que chaque groupe doit produire des dessins pour chaque solution et chaque dessin doit être dessiné par quelqu'un de différent dans le groupe. D'accord ?
Élève : Donc on peut en faire trois au maximum.
Enseignante : Evidemment, dans la mesure du possible ; d'accord ?

4. Recherche par groupe (25 min.)

Les élèves cherchent en groupe, l'enseignante renvoie systématiquement les questions d'un élève aux élèves de son groupe. Lorsque les élèves sont bloqués, elle leur propose de commencer leur découpage par un carré de côté 3x3 ou 4x4 (selon les solutions déjà trouvées).

Enseignante : (Aparté) Tu as deux solutions là, bravo ! (…) 5 6 7 8 9 ça c'est une solution oui faut 6 cm (…)
Enseignante : Des bandes. Est-ce que ça marche des bandes ? Est-ce que l'on veut partager en bandes ?
Elève : des carrés.
Enseignante : des carrés. Allez-y essayez peut-être avec un carré heu avec un grand carré comme ça (dessine sur la feuille).

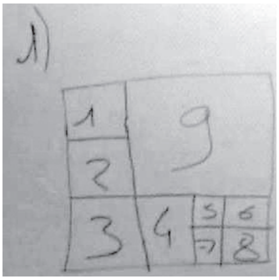
5. Suite de la recherche par groupe et préparation de la mise en commun (8 min.)

L'enseignante demande à deux élèves, qu'elle a repérés comme ayant trouvé toutes les solutions, de dessiner leurs solutions sur Geogebra[11] *pendant que les autres élèves continuent de chercher. Geogebra ne fonctionnant pas, elle leur demande de dessiner leurs solutions au tableau, comme illustré à la page suivante. (les autres élèves continuent de chercher).*

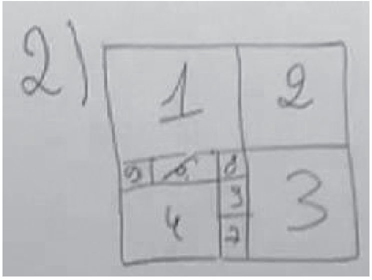
6. Mise en commun (env. 6 min.30)

Au début de la mise en commun un élève s'exclame : « c'est pas des carrés ! »
Le traitement par l'enseignante de cette remarque oriente la suite de la mise en commun : elle demande d'indiquer les cotes sur les dessins proposés et de les décrire.

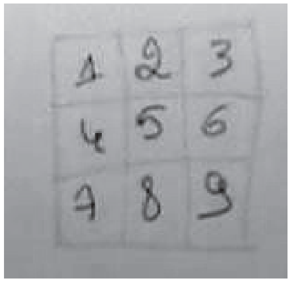
11 Geogebra est un logiciel de géométrie dynamique (se référer à l'article de Coutat dans ce même numéro).



Solution au tableau1



Solution au tableau 2



Solution au tableau 3

Enseignante : Alors Maël qu'est ce que tu veux dire ?
Maël : Ce n'est pas des carrés.
Élèves : Non, c'est pas des carrés, c'est des rectangles.
Enseignante : Alors tu parles de quelles solutions là, Maël ?
Maël : Des 3.
Enseignante : Des 3 ! Faut pas exagérer.
Enseignante : Si on commence par la troisième, est ce que quelqu'un - on va faire ça dans ce sens-là - est ce que quelqu'un n'est pas d'accord avec la troisième solution ? Alors en fait, quand c'est en vraie grandeur il s'agit de carrés qui ont quel nombre de centimètres comme côtés, il faut le préciser pour voir qu'ils sont bien entiers. Quentin ?
Quentin : 2 cm
Enseignante : 2 cm ? Tu vas l'écrire au tableau s'il te plait !

La fin de la mise en commun se termine par les remarques suivantes :

Enseignante : Bon alors est ce que quelqu'un a un commentaire pour une de ces 3 solutions ?
Théry lève la main.
Enseignante : Bon, alors Théry puis Killian.
Sonnerie
Enseignante : Aie, j'espère qu'il n'y a pas d'autres solutions.
Théry : Si on additionne l'aire de tous les carrés ça fait 36.
Killian : C'est pas un carré là-bas, c'est un rectangle.
Océane : Mais non, mais c'est parce ce qu'il n'y a pas de quadrillage.
Enseignante : C'est des schémas, c'est pas en vraies grandeurs. Vous pouvez ranger vos affaires.

COMMENTAIRES DE L'ENSEIGNANTE

Les commentaires de l'enseignante ci-dessous mettent en évidence un accent sur des objectifs transversaux : autonomie des élèves, communication, esprit critique et d'initiative.

« En général, je me bagarre toujours pour qu'ils réfléchissent, qu'ils soient actifs et engagés et non passifs, attendant toutes les réponses de moi sans effort, comme devant la télé ! J'essaye de faire en sorte qu'ils résolvent leurs questions et leurs problèmes au maximum tous seuls ou entre camarades pour développer leur autonomie, leur esprit d'initiative, leur esprit critique, leur capacité de réflexion et aussi pour me libérer et ainsi traiter les problèmes de compréhension plus aigus et mener le débat dans la classe.
Donc je ne réponds pas à la plupart des questions.
Dans la phase individuelle, j'ai répondu à leurs sollicitations en leur demandant de relire plusieurs fois l'énoncé et de réfléchir précisément à ce qui leur pose problème afin qu'ils soient capables de poser des questions claires pendant la deuxième phase (quand on commente l'énoncé, entre l'individuel et le collectif).
Dans la phase en groupe, j'ai renvoyé systématiquement chaque question aux camarades du groupe. Je n'ai répondu qu'ensuite si cela ne suffisait pas.
Certains partages proposés comportaient des rectangles.

Quand ils avaient trouvé une solution, je m'assurais qu'elle était partagée par tout le groupe puis je leur demandais de m'expliquer.
Quand il était nécessaire d'aider un groupe, je leur donnais l'idée de chercher un partage avec un carré de 4 cm de côté ou 3 cm.
J'ai choisi de demander à Océane et Théry de noter leurs dessins au tableau avant de commencer la mise en commun car ils avaient trouvé, bien compris et dessiné les trois solutions avant les autres groupes. Je leur ai donc demandé de présenter leurs solutions sur Geogebra pour qu'ils utilisent le logiciel mais le réseau fonctionnait mal ce jour-là et je me suis rabattue sur le tableau. Ils ont pris l'initiative de faire des schémas à main levée.
J'essaye d'entrainer les élèves à communiquer de façon compréhensible leurs productions par différents moyens, et à discuter et commenter les solutions présentées par les autres.»

DISCUSSION DE LA RÉALISATION OBSERVÉE ET ALTERNATIVES POTENTIELLES

Lors des sessions de formation, si les enseignants présents ont repéré les objectifs transversaux, ils ont en général estimé que ceux-ci n'étaient pas suffisants et que le problème devait être mené à son terme du point de vue mathématique. En outre, ils ont été surpris que dans la leçon filmée, l'enseignante n'ait pas demandé aux élèves la manière dont ils ont obtenu les résultats. Imaginant des déroulements dans leurs classes, ils étaient d'avis que le temps de recherche individuel aurait pu être plus long. La discussion a également porté sur la possibilité de démontrer qu'il n'y a pas plus de 3 solutions. Pour ce faire, l'approche numérique semble à portée des élèves de niveau 3 du PER (le plus élevé), mais comme l'approche géométrique est suggérée par l'énoncé, l'intervention de l'enseignant paraît nécessaire pour guider les élèves vers le cadre numérique. Une relance possible pourrait être :

Camille a trouvé une solution avec deux carrés de côté 3, quatre carrés de côté 2 et trois carrés de côté 1 ; Jean-Luc a trouvé une solution avec un carré de côté 5, 1 carré de côté 4 et sept carrés de côté 1.

Une autre possibilité serait de demander aux élèves d'expliciter les démarches qui les ont conduits à trouver les solutions. On peut faire l'hypothèse que des formulations du type « un carré de 4x4, 4 carrés de 2x2 et 4 carrés de 1x1 », avec médiation de l'enseignant peuvent initier une réflexion d'ordre numérique. De l'avis général des enseignants de 9ème année, deux séances de 45 minutes sont nécessaires.

CONCLUSION

En conclusion, de l'avis des participants aux séances de formation, le problème RS1 peut être proposé, en une leçon de 45 minutes, à différents types d'élèves, en tout cas en ce qui concerne la recherche des trois solutions, avec une perspective d'initiation à la recherche. La preuve de l'exhaustivité semble pouvoir être travaillée avec des élèves avancés, si l'on accepte d'y consacrer deux heures.

Du point de vue de la formation continue des enseignants, l'étude du problème choisi et d'un choix de déroulement a fourni des éléments favorisant la discussion des objectifs spécifiques aux mathématiques du thème « Recherche et Stratégies » en lien avec les options prises par l'enseignant : durée de la recherche individuelle, types de relance, organisation de la mise en commun, types de formulation demandées, etc.

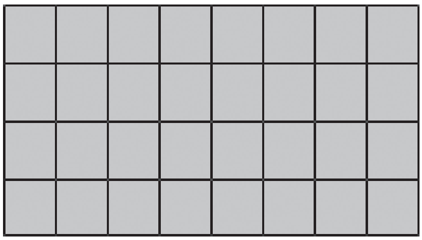
Lors des séances, il a aussi été mis en évidence que loin d'être circonscrits à un seul chapitre, les objectifs concernés se retrouvent aussi dans les problèmes d'autres chapitres du livre de 9ème année.
Cependant, même si le PER insiste sur ce type d'objectifs, la question du temps à prendre pour de telles activités et celle de leur évaluation reste encore très ouverte, ce qui constitue un obstacle important. Dès lors, on peut se demander comment ce nouveau thème « Recherche et Stratégies » sera réellement investi dans l'enseignement.

Quand au problème RS1, nous sommes vivement intéressés à prendre connaissance des observations et commentaires provenant des enseignants l'ayant proposé à leur élève. Ils peuvent nous les communiquer via la rédaction de Math-Ecole (mathecole@ssrdm.ch)

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

MOUSSE AU CHOCOLAT (CAT. 4, 5, 6)

Doris, Françoise et Ben ont besoin de 150 grammes de chocolat pour préparer chacun une mousse au chocolat.
Chacun prend une tablette de chocolat de 200 grammes comme celle-ci et décide de la couper en suivant ses lignes.



- Doris coupe sa tablette en trois parties dont l'une est un rectangle de 150 grammes.
- Françoise coupe sa tablette en deux parties seulement, dont l'une est aussi un rectangle de 150 grammes.
- Ben coupe aussi sa tablette en deux parties dont l'une est aussi un rectangle de 150 grammes, mais plus long que ceux de Doris et de Françoise.

Dessinez un rectangle comme celui de Doris, un rectangle comme celui de Françoise et un rectangle comme celui de Ben, en suivant les lignes de leur tablette Faites trois dessins différents.

Expliquez pourquoi chacun de ces rectangles pèse 150 grammes.

©ARMT.2009

DE L'EXPÉRIENCE À LA NARRATION

Groupe ddmes[1]

Au cœur des préoccupations du groupe ddmes se pose la question de l'*expérience* et de son rapport avec le *savoir mathématique*. Nous considérons en effet que l'on n'accède jamais directement aux objets mathématiques et que, par conséquent, la connaissance mathématique est toujours référée à quelque expérience tangible.

Dans l'enseignement spécialisé, nous espérons trouver, dans l'expérience, des moyens d'enseigner les mathématiques à des élèves qui ont accumulé des retards notables dans leurs apprentissages scolaires. Le défi est d'autant plus grand si l'on souhaite y parvenir sans faire trop injure à l'âge des élèves, leur pensée ou leurs intérêts.

Ainsi, dans les expérimentations que nous menons en divers lieux de l'enseignement spécialisé en Suisse romande, nous portons tout particulièrement notre attention aux événements inattendus ou provoqués susceptibles de nourrir les interactions sujet – milieu – expérimentateur: surprises des uns, relances des autres, dynamisme du milieu, etc. Peut-on analyser ces événements? Peuvent-ils se répéter? Se reproduire?

S'est donc rapidement inscrit au cœur de nos pratiques le besoin d'échanges d'expériences, nous entraînant tout naturellement à la recherche d'*interlocuteurs*, proches ou lointains. Si les données et les moyens scientifiques auxquels nous nous référons doivent nous aider à mieux comprendre nos actions et ce qu'il advient de nos expériences, nous nous faisons cependant prioritairement interlocuteurs les uns des autres, plus praticiens que scientifiques (*ddmes* est composé d'enseignants, formateurs et chercheurs), nous racontant nos expériences à l'intérieur de notre groupe, puis vers l'extérieur. La *narration* a ainsi pris une place importante dans notre pratique.

Toute personne en effet se narre des choses à elle-même et nos propres actions sont toujours saisies dans quelque narration à soi (puis parfois à d'autres). La narration peut donc être envisagée comme un support privilégié au mouvement interprétatif de notre pensée.

Du point de vue de nos pratiques, nous considérons la narration comme une forme de représentation des événements qui parsèment nos expérimentations et qui est vouée à être rapportée ailleurs. La narration ne reste pas seulement cantonnée à une reprise indéfinie d'histoires narrées, mais débouche souvent sur de nouvelles actions et de nouvelles expériences. Elle nous permet également de restituer la dynamique des liens que nous cherchons à promouvoir et possède à ce titre valeur d'argument et d'explicitation de nos raisonnements.

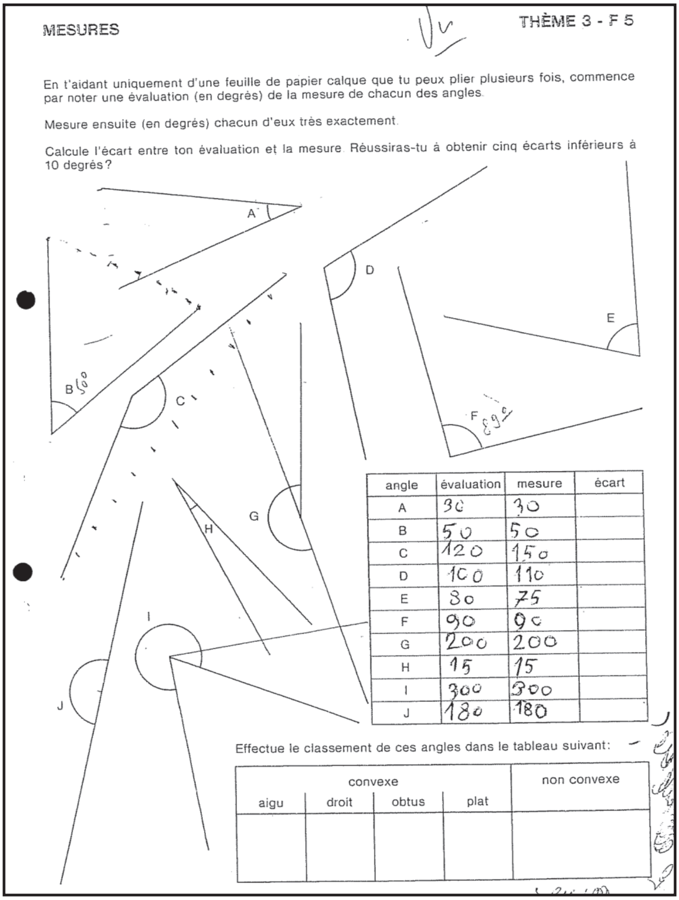
1 Le groupe de recherche ddmes (didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé) est composé de chercheurs, de formateurs et d'enseignants spécialisés : Christian Cange (Institut Pré-de-Vert, Rolle), François Conne (DIMAGE, FPSE, Université de Genève), Luca Del Notaro (Ecoles primaires, Genève), Philippe Depommier (Ecoles secondaires, Pully), Jean-Michel Favre (CFPS du Château de Seedorf, Noréaz), Delphine Jean Richard (CPHV, Lausanne), Céline Maréchal (DIMAGE, FPSE, Université de Genève), Jean-Daniel Monod, (Gymnase cantonal, Nyon), André Scheibler (groupe DDMES, Aigle).

FRAGMENT D'UNE NARRATION AUTOUR DE LA MESURE D'ANGLE

Christian Cange[2]

Contexte :
Il s'agit d'une classe de fin de scolarité de l'institution Pré-de-Vert située à Rolle (VD).
Il est dix heures trente un jeudi matin. A cette période j'enseigne à un groupe de 8 ou 9 jeunes composé d'un mixte d'élèves de ma classe et de l'autre classe de fin de scolarité de l'institution, en principe les plus avancés.
Je dois prendre en charge dans ce groupe, un élève dont le niveau en maths est en tout cas celui d'un élève de 7ème VSG[3], en vue d'une réintégration prochaine dans le circuit ordinaire. Pendant que je travaille avec celui-ci sur le programme officiel, le reste du groupe est en activité individuelle et travaille sur plusieurs fiches de consolidation concernant les mesures d'angles.

Le support en question est une fiche de 6ème année (ancien programme) que je vous joins ci-dessous.



MESURES THÈME 3 - F 5

En t'aidant uniquement d'une feuille de papier calque que tu peux plier plusieurs fois, commence par noter une évaluation (en degrés) de la mesure de chacun des angles.

Mesure ensuite (en degrés) chacun d'eux très exactement.

Calcule l'écart entre ton évaluation et la mesure. Réussiras-tu à obtenir cinq écarts inférieurs à 10 degrés?

angle	évaluation	mesure	écart
A	30	30	
B	50	50	
C	120	150	
D	100	110	
E	80	75	
F	90	90	
G	200	200	
H	15	15	
I	300	300	
J	180	180	

Effectue le classement de ces angles dans le tableau suivant:

convexe				non convexe
aigu	droit	obtus	plat	

2 Responsable Pédagogique Istitution Pré-de-Vert, Rolle.
3 VSG est l'abréviation de « voie secondaire générale » qui est une offre dès le degré 8 dans le canton de Vaud. La VSG permet aux élèves de poursuivre leur scolarité en vue d'accéder à des formations professionnelles, aux écoles techniques et écoles des métiers, à la maturité professionnelle et à l'école de diplôme du gymnase.

Consigne donnée aux élèves :
Je ne reprends pas celle de la fiche, mais propose celle-ci :
« Estimer la mesure de ces angles. L'inscrire dans la colonne « Evaluation » puis inscrire la mesure faite au rapporteur dans la 2ème colonne « mesure ». Comparez ».

Paul est un jeune qui est à Pré-de-Vert depuis 4 ans et qui a la particularité de vouloir, à chaque occasion, se démarquer de la consigne donnée. Il est un peu l'empêcheur de penser en rond. Son esprit de contradiction fait merveille. Si j'ai demandé d'estimer (à l'œil) la mesure de ces angles, il est clair qu'il ne pourra pas « seulement » l'estimer. Estimer est pour lui trop simple, il ne se trompe que rarement (je le cite).

Il commence donc par chercher une méthode qui lui permette de faire cette estimation sans se servir du rapporteur bien sûr (c'est la concession qu'il me fait) et sans utiliser sa seule perception. Je le laisse aller dans ses recherches. Puis, alors que je suis depuis un moment avec l'élève VSG, il s'écrie :

« Ah ! Ben oui c'est simple ». Il replonge dans ses mesures et au bout de 20 minutes m'appelle et me montre les résultats inscrits dans les deux colonnes.

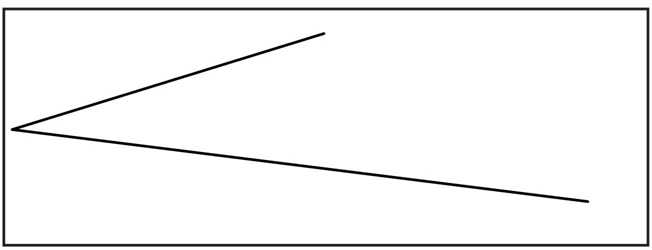
Voyant d'emblée plusieurs résultats qui concordent, je suis assez interloqué. Je ne comprends pas tout de suite ce qu'il a fait car je suis intéressé à savoir comment il a pu obtenir des résultats aussi précis. Ma surprise est sans doute tout à fait palpable. J'imagine dans un premier temps qu'il s'est quand même servi du rapporteur, mais pressentant mon doute, il s'insurge énergiquement : *« Je me suis pas servi du rapporteur, cela ne sert à rien, j'ai une méthode plus simple »*. Je lui demande donc de me l'expliquer. La voici : elle consiste à mesurer l'écartement entre les deux extrémités des côtés qui délimitent l'angle. S'il obtient 5 cm, il convertit cela en 50. S'il obtient 11 cm ce sera 110 etc. Je ne le questionne pas sur la raison pour laquelle il transforme 5 en 50 et 11 en 110, désireux de le laisser aller plus avant dans sa démonstration.

Pour les angles A, B, F, G, H, il est pile dans la plaque. L'angle J n'a pas eu besoin d'une estimation. J'ignore comment il est arrivé à 300 pour l'angle I et pour l'instant, je ne lui demande pas. Pour les angles D et E, il est tout proche. Seul l'angle C est mal estimé (si j'ose dire) avec un écart de 30, ce qui semble le tracasser un peu tout de même, car il dit - tout bas - en réfléchissant encore à l'origine possible de son erreur « *Ah j'ai peut-être eu un peu de bol !* »

Je reprends sa réflexion en m'exclamant *« c'est peut-être effectivement du bol »*, ce qui le fait réagir tout de suite et l'amène aussitôt à refaire devant moi la mesure de l'angle A puis de l'angle B.

Je l'arrête en lui confirmant que j'ai compris et que sa démarche m'intéresse. *« Ah ! Vous avez vu me dit-il, c'est pas mal hein, je vous avais dit que c'était possible autrement ».*

Je prends alors une feuille de brouillon et lui délimite un angle en traçant quelque chose qui ressemble à ce qui figure ci-dessous. (Je n'ai malheureusement pas pu récupérer la feuille, affairé à aller d'un groupe à l'autre et en étant fréquemment dérangé ce matin-là).



Suivant sa méthode, il mesure l'écartement et trouve 5 cm donc 50. Je lui demande s'il pense que l'angle fait effectivement 50°. Il admet qu'il est plus étroit, réfléchit et déclare au bout d'un moment « *C'est normal, il y a un côté qui est plus long que l'autre. Ma méthode marche quand les 2 côtés sont de la même longueur. Tenez regardez !* » Et il prolonge l'autre côté pour qu'il soit approximativement de même longueur. Il refait la mesure et cette fois trouve 4 cm transformé en 40. Il le mesure ensuite au rapporteur et trouve 30 « *Pas mal s'exclame-t-il 10 degrés d'écart c'est pas mal* ».

Je conviens que la façon de faire pose des questions intéressantes et je lui demande si on peut reprendre cela rapidement (demain ou après-demain). Il me répond positivement et l'heure de la récré arrive…

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

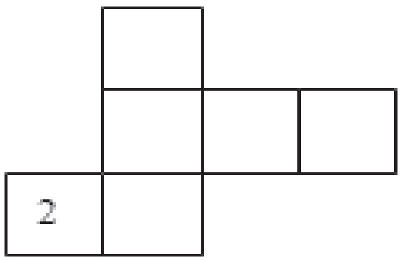
LES DÉS PERDUS (CAT. 5, 6, 7)

Marthe a perdu les dés de son jeu préféré.

Ces dés étaient spéciaux. Sur leurs faces :
- les nombres étaient tous différents
- et ils étaient tous pairs et inférieurs à 20.

Les nombres étaient en outre disposés de telle manière que sur deux faces opposées, un nombre était le double de l'autre : par exemple, si sur une face il y avait le nombre 2, sur la face opposée il y avait le nombre 4.

Afin de pouvoir encore utiliser son jeu, Marthe a décidé de construire les dés en carton et a préparé un modèle à découper, qui est représenté ici et sur lequel elle a déjà noté le nombre 2.



Quels autres nombres Marthe pourra-t-elle écrire sur le modèle de son dé ?
Dessinez toutes les possibilités de disposer les cinq autres nombres sur ce modèle, avec un dessin pour chaque possibilité.
Expliquez comment vous avez trouvé les nombres.

©ARMT.2009

VERS UNE ÉVOLUTION DE LA VISION EN GÉOMÉTRIE AU PRIMAIRE AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Sylvia Coutat[1]

CONTEXTE

En géométrie, on peut percevoir les formes de différentes façons. Dans un premier temps, les élèves développent une vision globale des formes, appelée vision iconique (Duval, 2005). C'est-à-dire que la forme est identifiée à travers des critères de forme, taille, orientation (MSN 11 du PER). Progressivement l'élève doit pouvoir identifier dans une forme les sous-objets qui la composent afin que l'identification s'appuie sur les propriétés de la forme. Par exemple, un rectangle est composé de quatre côtés qui se coupent perpendiculairement. Cette évolution dans la perception des formes n'est pas évidente et doit être prise en charge dans l'enseignement au cycle 2 (MSN 21 du PER). Cet article présente une recherche qui a permis de travailler sur cette évolution dans une classe de 6P (Harmos) avec un logiciel de géométrie dynamique (LGD pour la suite). Le LGD que nous avons utilisé dans cette recherche est un cahier numérique dans lequel l'élève peut avancer à son rythme. Chaque page de travail se compose d'une zone de texte (la consigne), d'une zone de dessin et d'une zone composée d'un ensemble d'outils choisis par le concepteur du cahier. On retrouve les caractéristiques d'un LGD, à savoir le déplacement des objets suivant leurs caractéristiques de construction (objets libres, liés, etc …). Les cahiers que nous présentons dans ce texte ont été créés spécifiquement pour la recherche que nous menons. Les activités que nous présentons ici sont tout à fait reproductibles avec n'importe quel LGD (Cabri géomètre, Géogebra[2], …).

PRÉSENTATION DES ACTIVITÉS

Le cahier que nous avons utilisé pour introduire le logiciel dans la classe (sur une période de 45 minutes) est le cahier « Les fourmis ». Une fourmi est présentée comme étant le point sur la page blanche. L'élève peut déplacer le point afin de retrouver sur quel chemin la fourmi se déplace. Il peut choisir de faire apparaitre les pas que la fourmi laisse sur son chemin en cliquant sur l'icône sous la fourmi (Figure 1). Cela lui apporte une aide car il peut visualiser des fragments du chemin.

Figure 1

Les chemins que nous avons choisis sont des objets géométriques : la droite, le segment, le cercle (Figure 1), le triangle et le carré. L'ensemble des pas de la fourmi peuvent être associés à un ensemble de points. On peut identifier les objets géométriques comme des ensembles de points. Nous n'avons pas formalisé cette définition des objets mais les élèves ont pu y être sensibilisés.

Cette première présentation du logiciel est directement suivie par une activité de reconstruction. Les élèves doivent reconstruire la maison des fourmis à partir d'un modèle donné (Figure 2).
Sur la Figure 2, si l'analyse s'appuie sur les

1 sylvia.coutat@unige.ch
2 http://www.geogebra.org/cms/

formes, on voit un carré avec ses deux diagonales, un toit en forme de triangle et un rond centré sur le sommet du toit. Si on regarde les relations entre les objets qui constituent le dessin, on peut voir que le triangle est isocèle, sa base est un côté du carré. Le cercle a comme centre le sommet du triangle isocèle et passe par les deux autres sommets du triangle, communs avec le carré. Comme nous sommes dans un LGD, nous pouvons déplacer les objets, nous obtenons alors la configuration de la Figure 3. Dans cette nouvelle configuration de points, certaines relations identifiées précédemment ont changé. Le carré semble rester un carré avec un côté en commun avec le triangle. Les diagonales restent des diagonales. Le triangle n'est plus un triangle isocèle mais un triangle quelconque. Enfin, le cercle a bien comme centre un sommet du triangle mais il ne passe que par un sommet du triangle (commun avec un sommet du carré). En déplaçant les objets, les formes sont modifiées, ce qui peut boulverser la perception que l'on en a. Dans un LGD ce qui est intéressant c'est que seules les relations utilisées dans la construction sont conservées.

Après un cahier sur l'alignement, et un cahier sur la reconnaissance de figures planes (que nous ne présentons pas ici), nous avons conçu un cahier sur le rectangle et le parallélogramme (Figure 4 et Figure 5). Pour terminer la construction du rectangle (respectivement parallélogramme) on doit construire le dernier côté pour obtenir le sommet manquant.

Pour terminer le rectangle, on peut utiliser l'outil parallèle (ou perpendiculaire) pour obtenir le dernier côté et le sommet manquant. La procédure est la suivante : cliquer sur l'outil parallèle (perpendiculaire), désigner un point par où passera la droite parallèle (perpendiculaire) puis désigner la droite qui sera parallèle (perpendiculaire) à la droite que l'on veut construire. La construction se conclut avec l'outil quadrilatère et le contour du rectangle en cliquant sur chaque sommet consécutif.

Pour terminer le parallélogramme, on peut

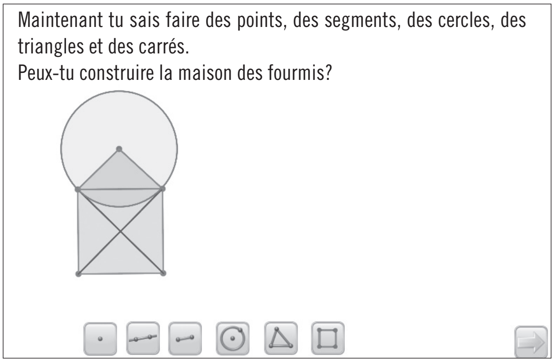


Figure 2

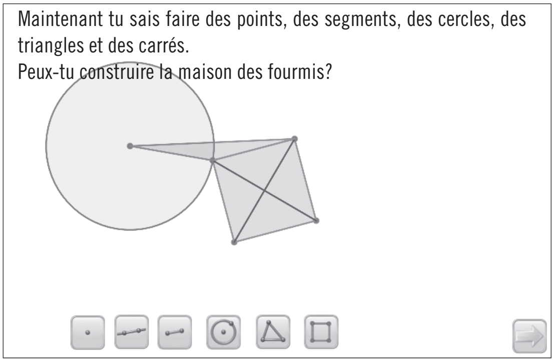


Figure 3

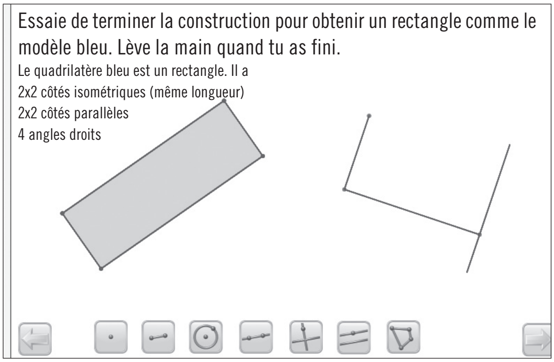


Figure 4

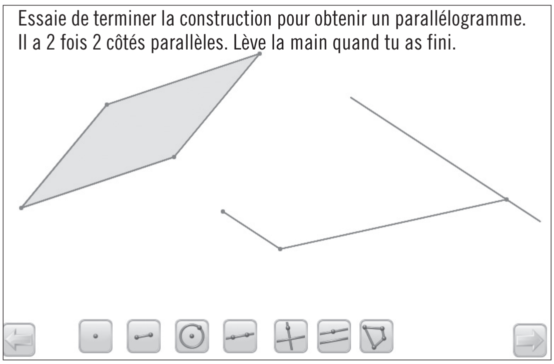


Figure 5

construire le dernier côté avec l'outil parallèle et obtenir le sommet manquant. On conclut avec l'outil quadrilatère. Dans les deux constructions, le sommet manquant n'apparaît pas automatiquement, il faut allonger, si besoin, les droites pour qu'elles se coupent, puis construire le sommet manquant avec l'outil point. Cette procédure de construction fait travailler sur les sous-objets de chaque quadrilatère : les côtés et les sommets. Une solution valide dans un LGD doit conserver ses caractéristiques lorsqu'on déplace les objets qui la constituent. Le rectangle (parallélogramme) doit rester rectangle (parallélogramme) lorsqu'on déplace les sommets. Une résolution qui ne s'appuie que sur la forme globale (vision iconique) et qui n'utilise pas les outils de construction du LGD ne permet pas d'obtenir une construction correcte dans le LGD.

QUE FONT LES ÉLÈVES ?

Dans la résolution des cahiers, les élèves travaillent par binôme, l'enseignant reste disponible pour répondre aux questions. Le scénario est sensiblement le même pour tous les cahiers, avec une introduction collective au cahier, des moments de travail en binôme séparés par des moments collectifs. Dans cette partie nous allons analyser un binôme plus finement que nous appellerons binôme A.

Dans le cahier « Les fourmis », avant la construction de la maison, une mise en commun a permis de revenir sur les éléments introduits (point, droite, segment, cercle, triangle, carré). Chaque élément géométrique est associé à un outil de construction du LGD. L'utilisation de chaque outil est discutée en classe. Après cette mise en commun les élèves reprennent leur activité sur la construction de la maison des fourmis. Une fois que les élèves ont tous essayé de la reconstruire, l'enseignant reconstruit la maison à l'aide des propositions des élèves au cours d'une mise en commun avec un vidéo projecteur. La validation finale de la construction s'appuie sur le déplacement du modèle et de la construction.

Dans ce premier cahier, les élèves se retrouvent dans une activité de reconstruction alors qu'ils découvrent le logiciel. Ils cherchent à reproduire la maison des fourmis à l'identique c'est-à-dire à reproduire une maison de la même forme, de la même taille, et alignée avec la maison modèle.

Pour sa première construction, le binôme A utilise la vision iconique et ne s'appuie que sur la perception de la forme du modèle pour faire sa reconstruction (Figure 6). Ainsi le triangle est dans la configuration d'un triangle isocèle et le cercle a pour centre un sommet du triangle et passe perceptivement par les deux autres sommets. Cette construction perceptive du cercle implique un nouveau point par lequel passe le cercle. Une des diagonales n'est pas accrochée au sommet. Cette construction de la diagonale est le résultat d'une difficulté dans l'utilisation de l'outil de construction segment et non dans la perception de la diagonale comme non « accrochée » au sommet du carré.

La validation de la construction avec l'enseignant s'appuie sur la perception mais en prenant en compte les différents points qui la composent. Ainsi, les élèves identifient immédiatement que leur construction possède deux points de plus que le modèle. Dans leur deuxième essai, les élèves du binôme A reprennent la construction du cercle en utilisant le sommet du triangle pour indiquer par où passe le cercle. Les diagonales sont construites comme « attachées » aux sommets du carré (Figure 7). La validation de leur construction passe cette fois-ci par le déplacement de leur construction afin d'identifier si leur construction bouge comme la solution proposée par l'enseignant dans la mise en commun.

Pour ce premier cahier, les élèves s'appuient principalement sur une vision iconique du modèle. Ils ne déplacent pas le modèle pour identifier les relations entre les sous-objets (sommets, côtés). L'utilisation de la perception permet tout de même des procédures intéressantes. Les élèves peuvent parfaitement reproduire la maison des fourmis en s'appuyant sur une analyse perceptive du modèle, mais cette analyse ne peut pas se limiter à la forme, les points qui composent le modèle sont aussi à prendre en compte.

Dans le cahier sur les rectangles et les parallélogrammes, les élèves travaillent en binôme les outils de construction parallèle et perpendiculaire. Ensuite, ces pages du cahier sont retravaillées en collectif avec l'enseignant. Une fois que la classe s'est familiarisée avec l'utilisation de ces outils de construction, les élèves doivent terminer en binôme un rectangle, puis un parallélogramme (Figure 4, Figure 5).

Le binôme A commence par utiliser les outils segment, puis droite pour construire le dernier côté. Cependant ils ne parviennent pas à une construction satisfaisante, semble-t-il, car ils recommencent à chaque fois leur construction. Finalement les élèves utilisent l'outil polygone pour construire le rectangle. Ils ne maîtrisent pas l'utilisation de l'outil polygone et ne désignent pas les sommets dans l'ordre. Finalement, ils utilisent l'outil polygone deux fois de suite pour obtenir une forme rectangle pleine (Figure 8). Le sommet manquant est construit comme un point sur la droite, et non comme un point d'intersection de deux droites particulières. La validation avec l'enseignant s'appuie sur le déplacement des sommets du rectangle avec comme consigne : la construction doit bouger comme le modèle.

Les élèves déplacent un sommet qui bouge en déformant le rectangle (Figure 9). L'enseignant revient alors sur l'utilisation de l'outil parallèle avec le binôme. Après avoir construit la parallèle, l'enseignant insiste sur la construction du sommet manquant comme un point d'intersection entre les deux droites, ce que les élèves avaient occulté pour se focaliser sur le « remplissage du rectangle ».

Dans la page suivante les élèves doivent terminer un parallélogramme. Le travail avec l'enseignant sur l'utilisation de l'outil parallèle semble

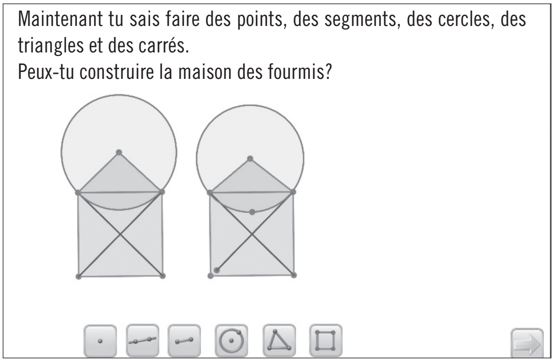


Figure 6

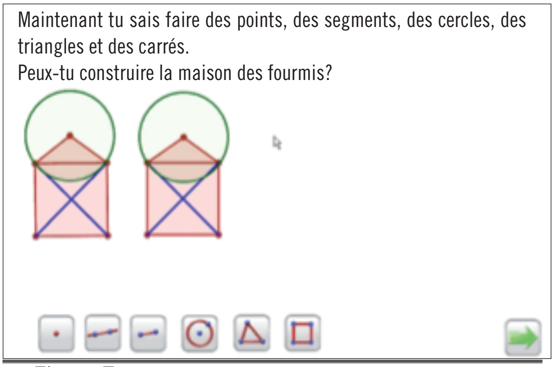


Figure 7

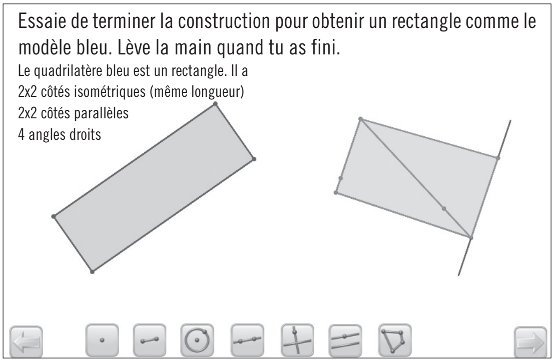


Figure 8

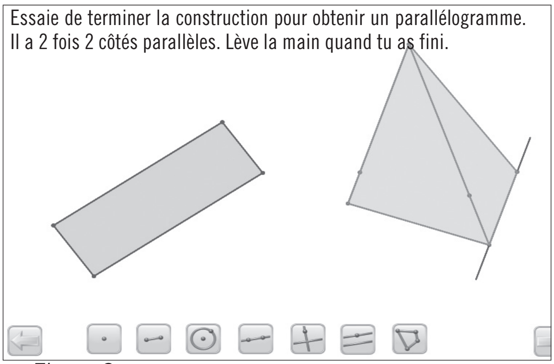


Figure 9

avoir été pertinent pour ce binôme car les élèves réinvestissent immédiatement cet outil. Une fois la parallèle construite et rallongée pour qu'elle s'ajuste à l'extrémité de la première droite donnée (Figure 10), les élèves déplacent les sommets pour valider leur construction. Comme le sommet manquant n'est pas construit, la disposition des extrémités des droites varie au cours du déplacement (Figure 11). Le déplacement n'invalide pas la construction car les droites restent parallèles, pourtant l'élève refuse cette solution et recommence sa construction.

Nous interprétons cette réaction des élèves en faisant une hypothèse sur leur perception du quadrilatère. Dans la page sur le rectangle, les élèves cherchent à obtenir une forme remplie, ce qui compte n'est pas trop, dans un premier temps, la propriété de parallélisme (ou perpendicularité) mais la forme rectangle à obtenir. Leur première solution leur semble correcte car ils arrivent à une forme remplie ressemblant à un rectangle. Dans la page du parallélogramme à terminer, ils réinvestissent l'utilisation de l'outil parallèle conformément à la demande de l'enseignant, mais ne parviennent pas à conclure. Dans la configuration de la Figure 11, les côtés ne sont pas tracés, ce sont les droites supportant des côtés du parallélogramme qui ont été construites. Le fait que les élèves n'acceptent pas cette solution nous montre qu'ils ne considèrent pas les droites comme des éléments constituant du parallélogramme. Leur contrôle dans la réalisation de leur construction reste sur une vision iconique basée sur le contour de la forme rectangle et non sur les éléments qui composent la forme. On peut cependant voir une évolution dans les procédures des élèves. Dans le cahier « Les fourmis » les élèves ne s'appuient que sur la forme, l'orientation, et l'alignement avec le modèle pour leur reconstruction, qui sont les acquis du cycle 1. Dans le cahier sur le rectangle et le parallélogramme, les élèves sont amenés à prendre en compte les sous-éléments, point et segment, dans l'utilisation de l'outils de construction parallèle.

CONCLUSION

Cette recherche nous montre que dans une activité de reconstruction, l'utilisation d'un LGD change l'activité de l'élève. Ce dernier ne peut plus s'appuyer sur une vision de la forme, vision iconique. Il doit prendre en compte les côtés et les sommets. On voit que cette prise en compte des sous-objets (côtés, sommets) de la forme est provoquée par l'utilisation des outils de construction. Ces éléments de base des quadrilatères sont à associés aux éléments de base de la géométrie : les droites et les points. On voit aussi que le rôle l'enseignant est central dans l'introduction et l'appropriation des outils de construction. C'est par l'interaction entre les élèves et l'enseignant que les élèves parviennent à s'approprier les procédures d'utilisation des outils du LGD. Enfin le déplacement permet de ne plus limiter la validation à la perception. Les élèves peuvent eux-mêmes valider leurs constructions en déplaçant les sommets afin de contrôler si les relations sont toujours présentes quelle que soit la configuration des sommets.

RÉFÉRENCES

Duval R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives,* 10, 5-53.

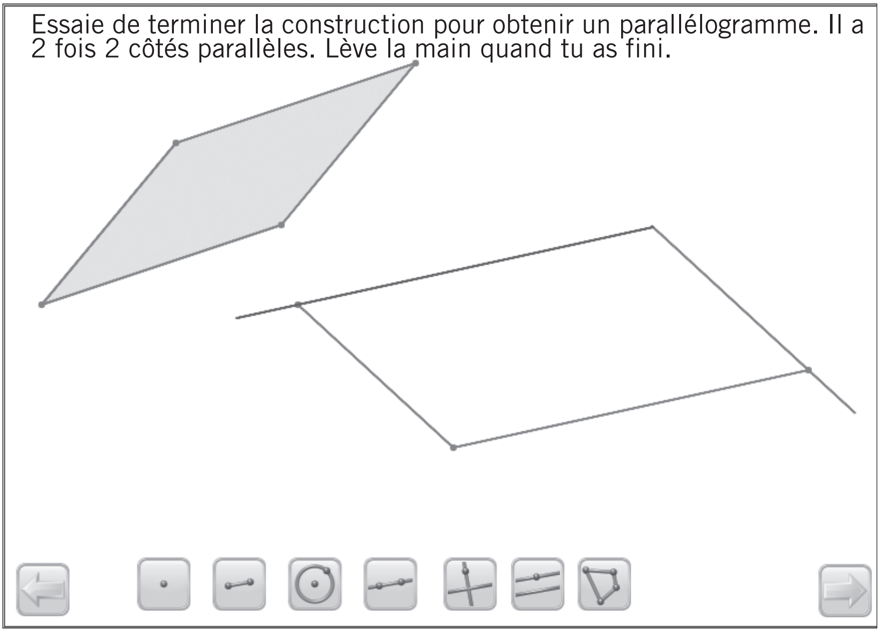


Figure 10

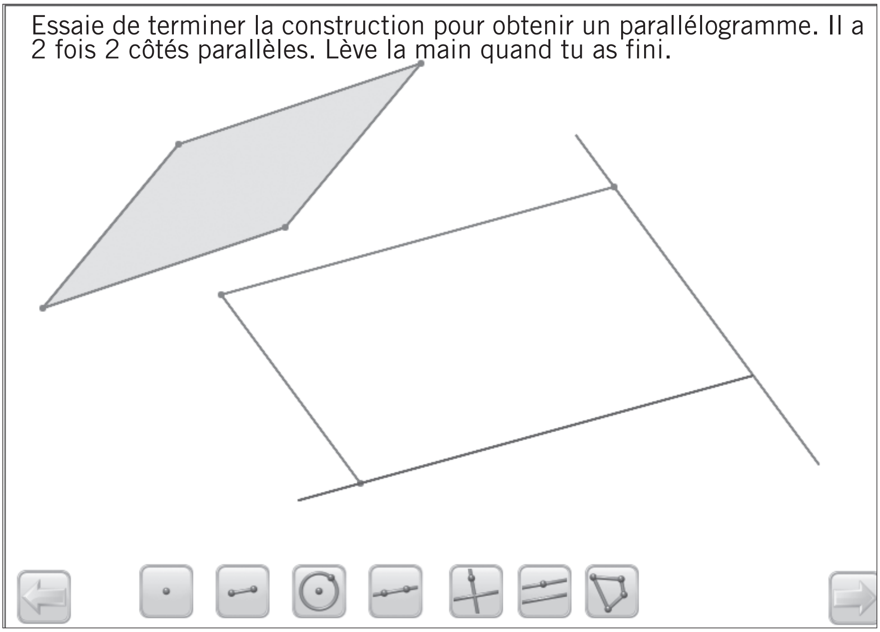


Figure 11

CHANSONS, RYTHMES ET COMPTAGE

Stéphanie Dénervaud Ruchet

DESCRIPTION DE MON PROJET

Mon contexte professionnel
Je travaille dans une école spécialisée qui accueille des enfants présentant des troubles envahissants du développement, avec en principe un potentiel intellectuel préservé. Ma classe est constituée de huit enfants qui ont sept à huit ans, sous la responsabilité de trois enseignantes spécialisées, de sorte que deux enseignantes sont présentes simultanément la plupart du temps.

J'ai pu constater chez plusieurs d'entre eux des difficultés à comprendre et à raisonner avec les notions mathématiques en général, à accéder à un certain degré d'abstraction nécessaire à la pensée logique. Ainsi, la construction du nombre, base indispensable de l'arithmétique, semble péjorée.

Ma motivation personnelle
Durant la formation, les concepts piagétiens de construction logico-mathématiques me sont apparus comme un ancrage fondamental pour comprendre et améliorer l'enseignement des mathématiques. Dans le cadre de mon mémoire professionnel de master en pédagogie spécialisée, j'ai donc voulu aller plus loin dans cette découverte.

D'autre part, un cours sur la créativité m'a sensibilisée aux aspects non seulement créatifs voire récréatifs de la musique, mais également aux fondements de la notion de nombre pour lesquelles j'entrevoyais d'ores et déjà des activités pré-numériques ou numériques possibles. Dans sa présentation générale, le nouveau plan d'étude romand (PER)[1] incite à la reconnaissance et à la formation de capacités transversales que sont la collaboration, la communication, les stratégies d'apprentissage, la pensée créatrice et la démarche réflexive. Pour nous, ceci ne se limite pas aux domaines conjoints aux mathématiques que sont les sciences de la nature, l'environnement, la physique, la chimie et la biologie. Avec des élèves en difficulté de penser, pourquoi ne pas tenter une approche radicalement différente ?

Ancrage didactique et épistémologique
J'ai pu me rendre compte de l'abondance des liens admis de longue date entre mathématiques et musique. De Pythagore à Descartes, de Bach à Rousseau, les références ne manquent pas, ni les généralités. Je me suis alors demandé, dans l'hypothèse où le lien se justifierait, ce que l'on pouvait en faire concrètement. L'apprentissage de la numération peut-il s'appuyer sur des rythmes (et donc des mouvements) et des mélodies pour faire ressentir, pour faire vivre, puis pour conceptualiser l'usage du nombre et ses diverses représentations ?

Par cette recherche, je souhaite d'une part établir des moyens diversifiés pour amener les élèves à progresser dans leur construction du nombre et d'autre part comprendre des mécanismes de transposition de ces notions vers un degré d'abstraction plus élevé.

Dans le cas du nombre, il s'agira par exemple de proposer de dénombrer une collection en pointant du doigt, en dessinant successivement des éléments, en frappant dans les mains, en avançant de x pas... De ces différentes situations, l'enfant est amené à repérer quelques invariants, à savoir :

- La comptine numérique ne change pas (comme dans les comptines chantées), les nombres sont toujours récités dans le même ordre.
- Que l'on pointe, que l'on dessine, que l'on frappe ou que l'on avance d'un pas, la démarche est toujours identique ; chaque

1 www.plandetudes.ch, volet présentation générale puis Compétences transversales.

élément est désigné (ou dessiné ou marché ou frappé), et cela une seule fois. L'acte peut changer, mais pas le principe.
- L'ordre de « désignation » n'est pas important.
- Le dernier élément oral cité dans la comptine implique le tout (cardinal).
- Que l'on compte des objets déplaçables, désignables, des pas, des frappes ou autres, la nature de l'objet n'a pas d'importance, ce dernier reste équivalent aux autres dans son statut d'unité (un). C'est le principe d'abstraction.

Ces principes décrits par Gelman et Gallistel (1978) participent à la construction du nombre. Selon l'hypothèse de Duval (2006), ceux-ci ne peuvent pas être identifiés, donc reconnus comme identiques (pointer est équivalent à dessiner par exemple) sans être rattachés à différents registres sémiotiques.

Une des difficultés observées chez mes élèves relève précisément du « transfert de connaissances », encore faut-il reconnaître les similitudes entre les différents modèles proposés. En cela, je rejoins Bruner (1981) pour qui « la compréhension de la solution doit précéder la solution » (p. 263). Il s'agit donc en premier lieu de reconnaître ce qu'il y a de commun entre les différents moyens proposés, en d'autres termes d'extraire les propriétés de la situation. Ensuite seulement, la transposition de ces traits communs est-elle possible pour résoudre une nouvelle proposition.

Mes hypothèses de recherche
La question principale de mon travail est la suivante : A partir d'activités d'écoute (rythmes, sons) et de mouvement, comment l'enfant transpose-t-il des connaissances relatives à la construction du nombre dans des registres sémiotiques de plus en plus abstraits ?
Afin de répondre à cette question, j'envisage les hypothèses suivantes :

L'enfant s'appuie sur la connaissance acquise au travers de l'activité musicale pour résoudre une situation-problème dans un autre registre sémiotique.

Les notions mathématiques s'acquièrent en donnant l'occasion à l'enfant d'appréhender par différents moyens un même concept.

PRÉSENTATION DE MA DÉMARCHE DE TRAVAIL

Dans un premier temps, j'ai rassemblé les objectifs fondamentaux du PER en lien avec la construction du nombre, afin de les analyser en regard des étapes de construction du nombre selon les théories piagétiennes. Cela a donné lieu à la construction d'une évaluation qui a pu être utilisée partiellement en début d'année scolaire afin d'estimer le niveau de compétences arithmétiques de mes élèves et situer l'enseignement dans leur zone proximale de développement. Parallèlement à cette démarche, j'ai conçu plusieurs activités évolutives rythmiques et musicales à explorer avec les enfants, en allant également puiser dans quelques moyens d'enseignement déjà existants. L'intérêt de ces activités réside premièrement dans leur potentiel de diversification progressive, et deuxièmement dans les transpositions des propriétés numériques dans de nouvelles représentations (visuelles, auditives, kinesthésiques) en mettant à contribution plusieurs informations sensorielles de manière ludique.

Dans la mesure du possible, les compétences explorées dans cette séance hebdomadaire sont réinvesties lors d'autres leçons en lien avec les moyens officiels d'enseignement des mathématiques.

Les activités sont proposées dans un ordre constant, tout en y apportant des éléments de différenciation afin de soutenir l'intérêt des élèves et leur progression. La ritualisation permet de donner un cadre sécurisant car connu, ce qui facilite également le démarrage du jeu puisque les enfants peuvent s'appuyer sur ce qu'ils ont déjà vécu précédemment.

EXEMPLE D'UNE SEANCE

1. Comptine numérique

Un élève est chargé de disposer en cercle autant de coussins que de personnes présentes (correspondance terme à terme). S'ensuit une discussion sur la validité : y en a-t-il assez ? Trop ? Insuffisamment ? Combien en manque-t-il ?

Une fois installés, nous chantons une comptine parfois en frappant dans les mains ou en mimant. S'ensuit un petit jeu où le « chef d'orchestre » dit un nombre compris entre 0 et 10. Les « musiciens » montrent avec leurs doigts ce nombre.

Quelques adaptations possibles :

- Diversifier les chansons.
- Jeu du « beuzeu » pour favoriser la mobilité de la représentation et de la construction du nombre (comptine numérique, additions, multiplications éventuelles, numération de position,...). En frappant alternativement sur les genoux et dans les mains, on récite la comptine numérique à tour de rôle le plus loin possible, de manière ascendante, descendante, en disant « beuzeu » chaque fois qu'il y a un trois dans le chiffre énoncé, en disant uniquement les nombres pairs/impairs, etc.
- Lancer les dés ou tirer une carte pour décider du nombre de doigts que les musiciens doivent lever.
- Le chef d'orchestre frappe x fois dans les mains, les autres doivent l'imiter (compter dans sa tête).

2. Jeu de dés

Deux gros dés en mousse sont à disposition. A chaque constellation correspond une mélodie ascendante : pour un point on chante la note « do » en disant « un », pour deux points on chante « do-ré » en disant « un-deux », pour trois points on chante « do-ré-mi » en disant « un-deux-trois », etc... Chaque joueur lance les deux dés, chante la constellation en recommençant sur la note « do » pour le deuxième dé. Cela donnera par exemple, pour le dé du quatre et du trois : « do-ré-mi-fa, do-ré-mi » chanté sur « un-deux-trois-quatre, un-deux-trois ». Pour se souvenir de la chanson, un camarade note la mélodie sur un panneau. Certains utilisent les chiffres arabes juxtaposés, d'autres redessinent les constellations du dé ou le nombre de points correspondants dans une autre configuration. Ces traces écrites sont réutilisées la semaine suivante : Un enfant choisit une des représentations mélodiques et la chante. Ses camarades doivent deviner laquelle il a chanté. Ils peuvent ainsi constater progressivement que le registre de représentation choisi permet un degré de précision variable : si l'on reste dans la représentation par points (iconique), il y des risques qu'on déchiffre mal par omission ou adjonction de notes (difficultés lors du pointage). Par contre, avec une symbolisation chiffrée, le doute n'est plus possible, mais d'autres obstacles surgissent : comment ne pas confondre « 13 » et « 1 avec 3 » ? Il s'agira de trouver des systèmes de notation (conventionnels ou non) qui permettent de dissiper le doute.

Quelques adaptations possibles :

- Chanter à tour de rôle pour construire une chanson commune.
- Lancer deux dés, chanter d'abord l'un puis l'autre, puis inverser.
- Au lieu de chanter « un, deux, trois, quatre, cinq », chanter « la, la, la, la, cinq », en donnant uniquement le nom du dernier chiffre.
- Inventer d'autres paroles sur une mélodie décidée par les dés...

3. Transition : chaises musicales

Lorsqu'ils entendent la musique, les enfants dansent ou courent. Lorsqu'elle s'arrête, ils doivent trouver leur « maison » en s'asseyant sur un coussin. Après chaque arrêt, on enlève une ou deux « maisons ». Combien en reste-t-il ? On demande de retrouver parmi différentes écritures additives et soustractives l'étiquette avec l'écriture arithmétique correspondant à la situation (par exemple 8-2 à retrouver parmi

8+2, 5-2, 3+2). La musique est rejouée ; en retrouvant une maison, les enfants déterminent s'il y en avait assez pour tout le monde, sinon combien il en manque.

Quelques adaptations possibles :

- Faire varier le nombre de coussins qu'on enlève
- Mettre plus de coussins que nécessaire
- Demander aux enfants d'écrire le calcul correspondant

8. *Les trains*

Les enfants construisent un train avec des wagons de longueur et de couleurs différentes. Ces wagons sont figurés par des feuilles de papier de couleur et de longueur différente. Il s'agit d'abord de découvrir le matériel et son usage, à savoir marcher en rythme (binaire ou quaternaire) sur chaque wagon du train en disant le nom du wagon, comme indiqué dans ce qui suit.

1. D'abord uniquement avec les wagons blancs qui valent un.

« un »	« un »	« un »	« un »

2. Puis on ajoute des wagons rouges qui valent deux.

« deux- »	« -eux »	« un »	« un »	« un »	« un »	« deux-» « -eux »

3. Ensuite en utilisant les mêmes wagons mais en les disposant différemment. Fabriquer des trains différents et de même longueur qui valent deux, puis quatre, puis six, puis huit. Les comparer. Pour établir si l'égalité est réalisée, certains enfants auront recours à la correspondance terme à terme en rapprochant les trains et en faisant correspondre chaque partie des wagons. D'autres utiliseront le dénombrement qui est une preuve suffisante d'équivalence pour eux. On peut aussi leur proposer de parcourir les deux trains simultanément et au tempo donné par le tambourin. Si chaque pas est réalisé conjointement, on doit arriver tous en même temps si l'égalité est réalisée. Si un enfant arrive avant l'autre, cela signifie que son train est plus court. On peut alors lui demander de réaliser l'équivalence entre les deux trains. Il peut le faire soit par ajout, soit par retrait (en allant chercher de nouveaux wagons), soit, comme j'ai pu l'observer, en retirant un wagon d'un des trains pour le mettre au plus court (compensation). La vérification se fait systématiquement en marchant sur les wagons avec le soutien de la régularité rythmique. L'introduction des signes =, < et > peut se faire à ce stade.

4. Introduction du wagon rose qui vaut quatre. Nouvelles combinaisons de trains en restant dans des rythmes quaternaires.

« qua- » « -a- » « -a- » « -tre »

5. Introduction du trois (clair) et du six (foncé) en dernier et combinaison uniquement de ces deux types de wagons, car le rythme est ternaire.

« trois-»	« -a- »	« -a- »	« six-»	« -i-»	« -i- »	« -i- »	« -i- »	« -i- »

6. Le cinq et le dix sont des compositions de 1+4 ou de 2+3.

Quelques variables :

- Verbaliser un nombre, frapper un rythme ou utiliser les dés chantés pour construire le train correspondant
- Fabriquer le train (ou les trains) correspondant à une longueur de x pas
- Est-ce que les trains s'arrêtent en même temps si j'ajoute un wagon ? si j'en enlève ?, tester simultanément des trains de longueur différente pour pouvoir les comparer
- Disposition non linéaire du train : serpents, cercle à parcourir indéfiniment ou en s'arrêtant (se donner un repère)

Institutionnalisation
Les enfants ont jusqu'ici surtout exploré le nombre de différentes manières. Les représentations écrites des quantités et les signes arithmétiques sont progressivement introduits. Nous pouvons commencer à institutionnaliser ces connaissances en les verbalisant, en les affichant par écrit ou en les inscrivant sur support papier. Cette part importante de la démarche doit encore être systématisée, mais ne pouvait guère l'être avant que certains concepts se mettent en place.

BILAN INTERMEDIAIRE ET PERSPECTIVES

Je constate le plaisir qu'ont mes élèves à expérimenter le nombre de cette façon. Ils ont des espaces pour bouger, chanter, réfléchir ensemble, partager, faire des liens, inventer ; ils s'impliquent dans les différents jeux durant presque une heure. Certains racontent qu'ils chantent ce qu'ils ont appris à la maison. En sortie de classe, quelques-uns se sont spontanément mis à danser une ronde numérique. En ma présence, certains chantent pour dénombrer de petites quantités, mais pas forcément lorsqu'ils comptent avec mes collègues. Il serait intéressant de se pencher alors sur les enjeux éventuels de contrat didactique.

Ce travail me permet de prendre conscience de l'importance pour l'enfant d'avoir un schéma corporel stable et une bonne structuration de l'espace pour construire le nombre, via le mouvement induit par le rythme et la musique en général. Qu'en est-il de la notion temporelle dans la construction du nombre ? Pourrait-elle contribuer, au même titre qu'un nombre se situe sur une ligne numérique spatiale (Deheane, 2010), à situer un nombre dans une chronologie ?

Un enfant paraît moins réceptif à cette approche et se disperse plus rapidement que ses camarades. Il me semble qu'en donnant une part plus grande à la créativité des élèves, par exemple en inventant de nouvelles paroles ou en imaginant la suite de la comptine, en laissant la possibilité de créer toutes sortes de trains (observer ensuite ce que cela implique), ou en invitant à créer des paroles sur les chansons de dés (il faut alors autant de syllabes que de points), son implication pourrait s'améliorer de par la dévolution accordée par l'enseignant : moins de contrainte de la part de l'adulte pourrait alors se traduire par plus d'implication de l'enfant. On ne peut ici faire l'impasse sur la relation didactique en jeu et y réfléchir en termes d'ouverture. Voici une des perspectives que l'on pourrait envisager, dans le but d'inscrire une majorité d'élèves dans un tel projet.

RÉFÉRENCES

Bruner, J. (1981). *Le développement de l'enfant. Savoir faire, savoir dire.* Paris: PUF.
Deheane, S. (2010). *La bosse des maths*. Paris: Odile Jacob.
Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques ? *Relime, número especial*, 45-81.
Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambrige, MA: Harvard University Press.
Piaget, J. & Szeminska A. (1991). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Lausanne: Delachaux et Niestlé.

DES MATHÉMATIQUES POUR ENSEIGNER : UNE COMPARAISON ENTRE ENSEIGNANTS ÉTATSUNIENS, CHINOIS ET VAUDOIS

Stéphane Clivaz[1]

Le texte qui suit est un résumé de l'article figurant en version intégrale sur le site www.math-ecole.ch

De nombreuses recherches ont tenté d'établir un lien entre les connaissances mathématiques des enseignants et les performances des élèves. Aux USA, la nécessité de mesurer les connaissances mathématiques des enseignants a conduit à catégoriser ces connaissances, en particulier à considérer des *connaissances mathématiques pour l'enseignement* (Ball, Thames & Phelps, 2008). Le présent article, qui fait partie d'une thèse défendue en 2011 (Clivaz, 2011), vise à mettre en évidence les liens entre les connaissances de mathématiques élémentaires des enseignants et leurs choix didactiques, en partant de la comparaison internationale réalisée par Ma (1999) et en l'adaptant au canton de Vaud.

Dans un premier temps, les éléments de cadrage théorique et de méthodologie repris de Ma sont précisés. Les résultats de la comparaison sont ensuite détaillés d'un point de vue quantitatif pour chacune des trois questions, puis d'un point de vue qualitatif avec un point de vue plus global.

DE L'ÉTUDE DE MA AUX ENSEIGNANTS VAUDOIS

Le travail de Ma (1999) compare les connaissances mathématiques élémentaires d'enseignants chinois et étatsuniens. 23 enseignants étatsuniens et 72 enseignants chinois ont été interrogés par le biais de questions mettant en scène la gestion d'une tâche didactique nécessitant un contrôle mathématique de la part de l'enseignant. Pour notre part, nous avons interrogé 16 enseignants primaires vaudois en respectant autant que possible les conditions de passation de Ma et ses critères d'analyse.

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les trois questions analysées concernent l'enseignement de la soustraction avec retenue, de la multiplication des nombres à plusieurs chiffres et la distinction entre périmètre et aire. Les réponses des enseignants étatsuniens, chinois et vaudois aux trois questions sont d'abord comparées de manière quantitative selon les catégories établies par Ma (voir version complète de l'article sur www.math-ecole.ch). Selon l'étude de Ma, les enseignants étatsuniens et les enseignants chinois sont en opposition sur presque toutes les caractéristiques de leurs connaissances des mathématiques élémentaires et de l'usage qu'ils en font pour l'enseignement. Notre étude tend à situer les enseignants vaudois interrogés entre ces deux extrêmes

La discussion portant sur l'ensemble des trois questions permet de mettre en évidence certaines caractéristiques portant sur les liens entre connaissances, l'usage du matériel, des écritures et des représentations mathématiques, l'attitude par rapport aux mathématiques, le discours et l'usage des analogies.
Comme leurs collègues chinois, les enseignants vaudois interrogés proposent beaucoup de liens entre les notions mathématiques. Ces liens sont toutefois peu ordonnés. Si l'antériorité nécessaire de l'apprentissage d'une connaissance est mentionnée, l'apport des apprentissages ultérieurs sur la connaissance première n'est pas pris en compte. Les connaissances sont d'ailleurs souvent juxtaposées et ne sont guère hiérarchisées.

Les enseignants vaudois interrogés utilisent matériel et manipulation de manière adéquate. Ils connaissent en particulier bien le matériel

1 Professeur-formateur, HEP Vaud.

proposé par les moyens COROME (Danalet, Dumas, Studer & Villars-Kneubühler, 1999). En revanche et malgré la possibilité, voire l'incitation qui leur était faite lors de l'entretien, ils n'ont que peu écrit et n'ont en particulier que peu utilisé de symbolisme mathématique. Pour ce qui est des représentations utilisées, elles sont adéquates, mais uniques, et tendent à être le plus concrètes possible.

La plupart des enseignants vaudois interrogés font preuve du même type de démarche d'investigation que celle qu'ils prônent pour leurs élèves. Ils semblent en revanche moins rigoureux que leurs collègues chinois et ne proposent presque jamais plusieurs démarches pour résoudre un même problème. En fait, tout se passe pour eux comme si la résolution du problème était un but en soi, nécessitant l'utilisation de connaissances mathématiques, mais que l'activité de faire des maths en elle-même ne suscitait pas vraiment d'intérêt ou de plaisir.

Comme les enseignants étatsuniens interrogés dans l'étude de Ma, les enseignants vaudois ont un discours peu organisé et centré sur les questions pédagogiques. Les justifications pédagogiques et les analogies viennent parfois même *remplacer* les raisons mathématiques, sans que l'enseignant n'en soit conscient. Deux exemples sont donnés dans la version complète de l'article.

CONCLUSION

Notre recherche tend à situer les enseignants vaudois interrogés entre les deux extrêmes représentées par les enseignants chinois et les enseignants étatsuniens de l'étude de Ma
Ainsi, d'après notre étude, les enseignants vaudois se rapprochent tantôt de leurs collègues chinois de par leur capacité à faire des liens entre notions mathématiques ou par leur usage adéquat des manipulations, du matériel ou des représentations d'opérations. Ils essayent de résoudre eux-mêmes des problèmes mathématiques. Cependant, les liens entre notions sont moins bien ordonnés, les conséquences de ces liens sur la construction des apprentissages ne sont pas exprimées, l'usage du matériel est moins discuté et les représentations sont moins riches. Ils font également preuve de moins de richesse et de rigueur que les enseignants chinois dans leurs démarche d'investigation et dans leur argumentation.

Sur d'autres points, au contraire, les enseignants vaudois ont des caractéristiques plus proches des enseignants étatsuniens. Ainsi, ils mettent souvent au premier plan le discours et les justifications pédagogiques au détriment du discours et des arguments mathématiques. Leur discours est mal ordonné et le lien entre la résolution d'un problème mathématique et l'apprentissage des notions contenues dans ce problème n'est pas fait.

Finalement, de la même manière que Ma voyait les mêmes caractéristiques dans le curriculum américain que chez les enseignants, il est frappant de remarquer que les caractéristiques apparaissant chez les enseignants vaudois interrogés sont proches de celles mises en avant par les moyens COROME et la formation, initiale et continue, délivrée au moment de leur introduction. Les forces et les faiblesses, relevées par Tièche Christinat (2005) ou Antonietti (2005), recoupent ces caractéristiques.
L'exemple chinois, en tout cas tel que vu par Ma, permet d'avoir une vision sophistiquée et cohérente des mathématiques du primaire. Il montre que les mathématiques élémentaires ne sont pas qu'une simple collection de tables de calculs déconnectées et d'algorithmes. Elles sont plutôt un champ intellectuellement exigeant et passionnant, un fondement sur lequel les connaissances et les compétences mathématiques plus sophistiquées pourront être bâties. Cet idéal pose bien entendu la question de l'acquisition d'une *Compréhension Profonde des Mathématiques Fondamentales.* Ce point, traité par Ma, doit encore être exploré pour les enseignants primaires vaudois. Ce sera l'objet, nous l'espérons, d'une recherche future.

RÉFÉRENCES

Antonietti, J. P. (Ed.). (2005). *Évaluation des compétences en mathématiques en fin de 4e année primaire: résultats de la seconde phase de l'enquête MATHEVAL.* Neuchâtel IRDP. Consulté le 26 décembre 2011, dans http://publications.irdp.relation.ch/ftp/1166509780053.pdf

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education,* 59(5), 389-407. Consulté le 26 décembre 2011, dans http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/59/5/389

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire.* Thèse de doctorat. Université de Genève, Genève. Consulté le 26 décembre 2011, dans http://archive-ouverte.unige.ch/unige:17047

Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. & Villars-Kneubühler, F. (1999). *Mathématiques 4ème année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel: COROME.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Tièche Christinat, C. & Delémont, M. (2005). *Pratiques et discours: le nouvel enseignement des mathématiques 1P-4P sous la loupe*. Neuchâtel: IRDP. Consulté le 26 décembre 2011, dans http://publications.irdp.relation.ch/ftp/1175521543li_pratiquesdiscours.html

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

BONBONS AUX TROIS GOÛTS (CAT. 5, 6)

Cécile contrôle le contenu de ses trois pots de bonbons :

- dans le pot avec l'étiquette MENTHE, il y a 16 bonbons : quelques-uns au citron, quelques-uns à l'orange et 2 à la menthe ;
- dans le pot avec l'étiquette ORANGE, il y a 27 bonbons : quelques-uns au citron, quelques-uns à la menthe et 11 à l'orange ;
- dans le pot avec l'étiquette CITRON, il y a 2 bonbons, les deux au citron.

Cécile décide de remettre les bonbons à leur place, pour que chaque pot ne contienne que les bonbons correspondant à l'étiquette qui lui est collée.
À la fin de son travail, Cécile constate qu'il y a le même nombre de bonbons dans chaque pot.

Combien de bonbons à l'orange et combien de bonbons au citron y avait-il dans le pot avec l'étiquette MENTHE ?
Et combien de bonbons à la menthe et combien de bonbons au citron y avait-il dans le pot avec l'étiquette ORANGE ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver vos réponses.

©ARMT.2009

UNE ÉNIGME ET DEUX BONNES ADRESSES.

Pierre-Alain Cherix et Shaula Fiorelli Vilmart

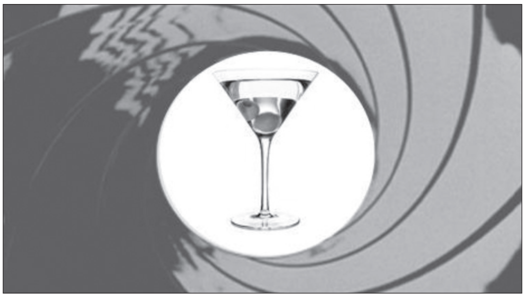
Toute personne ayant étudié les mathématiques (ou les enseignant) a certainement été confrontée à la situation suivante.

Durant une discussion, vous dites que vous faites ou que vous enseignez des mathématiques. Vous voyez alors une expression désabusée, voire effrayée, se dessiner sur le visage de votre interlocuteur qui vous dit : « Quelle horreur, je n'y ai jamais rien compris… et en plus je n'ai jamais compris à quoi cela pouvait servir. » Suit en général un moment de silence, puis dans le pire des cas votre interlocuteur se tourne vers quelqu'un d'autre, dans le meilleur, il vous laisse vous justifier.

Pourtant la plupart des gens restent curieux face à une énigme et sont prêts à essayer de la résoudre. Ceci nous a poussés à proposer, dans notre collaboration avec le site de la télévision suisse romande www.tsrdecouverte.ch, une petite énigme mathématique mensuelle.
Ce site, à vocation de vulgarisation scientifique, est très vivant et amusant, et mérite le détour.

Si votre curiosité vous pousse à élargir votre culture mathématique, un autre site où vous pourrez vous perdre avec bonheur est le site du CNRS (centre national de la recherche scientifique) : http://images.math.cnrs.fr/. Ce site contient de nombreux portraits de mathématiciens, des textes de vulgarisation mathématiques sur des recherches actuelles graduées comme des pistes de ski, des énigmes et bien d'autres choses encore.
Vous y trouverez à boire et à manger.

Voici le problème du mois de janvier que vous trouverez sur www.tsrdecouverte.ch



Venise, le premier janvier. Après une soirée de réveillon plutôt mouvementée, James est au Harry's bar avec une belle blonde vénitienne. Malgré un léger mal de tête, il passe commande au barman...

«Un Bellini pour Madame et un Martini au shaker, pas à la cuillère». Mais après un instant d'hésitation il ajoute. «Faites-moi seulement un demi Martini.»

Le barman s'exécute et lui sert son Martini rempli exactement jusqu'à la moitié du verre.
Quelle proportion de son Martini habituel le barman lui a-t-il réellement servie?

Vous pourrez trouver la solution de ce problème sur le site
www.tsrdecouverte.ch