MATH
ECOLE

Espace mathématique

Mathématiques 1P-4P

Cabridées : réveil narcissique

36e année

178

août 1997

Math-Ecole,
pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.
Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :
- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

MATH-ECOLE

36e année 5 numéros par an

178

août 97

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (032) 889 6970
Fax (032) 889 6971

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09

Couverture
spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Graphisme et mise en page
Mathieu Chastellain

Sommaire

Editorial

François Jaquet, rédacteur responsable de la revue *Math-Ecole*

Automne 1973. Notre enseignement des mathématiques franchit un cap important, que l'histoire retiendra sous la double qualité de «romand» et de «moderne». Il y a un plan d'études aux contenus novateurs, commun à tous nos cantons, qui s'éloigne résolument des programmes cantonaux traditionnels. Il y a des moyens d'enseignement tout neufs proposant de nouvelles proposition d'organisation du travail en classe. Un dispositif d'évaluation et d'adaptation permanente du curriculum de mathématiques est en place.
C'est la rupture entre l'ancien et le moderne, c'est l'espoir, voire la conviction, que la réforme donnera à l'élève une plus grande autonomie de pensée, un meilleur développement de ses raisonnements et une meilleure structure de ses connaissances mathématiques. Les attentes sont de taille, à la mesure de l'événement, sous tout point de vue : politique, mathématique, pédagogique, psychologique.

Automne 1997. Nouvelle génération de nos moyens d'enseignement romand de mathématiques. A première vue, les ambitions sont plus modestes que 24 ans plus tôt. On ne parle plus de rupture, mais plutôt d'adaptation. Le plan d'études n'est que réaménagé pour certains de ses contenus. De nombreuses options méthodologiques sont confirmées comme le travail par groupes, le respect du rythme de l'élève. Ne s'agirait-il donc que d'une simple évolution naturelle des manuels et livre du maître ?

On a pu le croire, il y a cinq à six ans, lorsque les décisions de passer à une nouvelle génération de ces textes ont été prises. Plus personne ne s'y trompe actuellement. Le changement est d'un autre ordre que le précédent. Il ne s'agit plus d'une réforme de contenus ou de méthodes mais d'une innovation radicale dans les conceptions de l'apprentissage proposée aux destinataires des nouveaux moyens d'enseignement. C'est le passage **de l'enseignement à l'apprentissage des mathématiques**, c'est un bouleversement des rôles attribués au maître et à l'élève. C'est la prise en compte d'une vingtaine d'années de recherches en didactique des mathématiques, d'analyses, d'évaluations, d'observations.

Les auteurs de ces nouveaux moyens d'enseignement ont construit un ouvrage remarquable, leurs propositions sont cohérentes et audacieuses. Les autorités scolaires et les responsables de la formation des maîtres ont décidé de relever le défi. Pour soutenir l'innovation, pour la faire passer, ils ont opté pour un **nouveau concept de formation,** continue, approfondie, responsable, de tous les instants.

Math-Ecole s'associe à cette gigantesque entreprise en ouvrant ses colonnes, dès ce numéro, à une **nouvelle rubrique «Mathématiques 1P - 4P»**. On y trouvera des compte rendus, des questions ouvertes, des suggestions, des opinions, des résultats de recherche dans un seul but : animer les échanges sur la mise en oeuvre de nos nouveaux moyens d'enseignement pour que chaque maître puisse y progresser à son rythme en fonction de ses propres conceptions et de son expérience professionnelle.
C'est donc un appel de contributions, à tous ceux qui se sentent concernés par cette innovation et le débat nécessaire à sa progression.

Merci d'avance à tous ceux qui ont quelque chose à dire et accepteront d'animer notre nouvelle rubrique.

Construire des images mentales à travers les modèles : une expérience didactique [1]

Anna Maria Damiani, Anna Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Franca Masi, Janna Nardi, Floriana Paternoster – Section Mathesis de Pesaro, Italie.

Le travail que nous présentons ici est une séquence didactique sur l'emploi des modèles concrets dynamiques en géométrie. Il nous paraît nécessaire, avant tout, de préciser ce que nous entendons par "modèles dynamiques". Il s'agit d'objets concrets, avec des éléments mobiles, réalisés dans des matériaux courants; ils illustrent des concepts géométriques à l'aide du mouvement. La fiche de construction ci-jointe donne des éclaircissements pour les modèles utilisés dans cette activité; en outre, elle décrit les matériaux et la façon de procéder.

A notre avis, un modèle dynamique peut être un soutien pour l'idéalisation mathématique. Comme le dessin, le modèle est une schématisation de la réalité, mais il est aussi une "matérialisation" d'une idée abstraite. En outre, la mobilité du modèle lui donne une valeur didactique que le dessin – statique – ne possède pas, particulièrement pour la formation d'images mentales plus riches et correctes.

L'approche la plus courante en géométrie, surtout à l'école obligatoire, part du concret, avec des observations et des manipulations d'objets. Ensuite on procède à la conceptualisation.

Toutefois, certains auteurs émettent des doutes sur l'usage des modèles concrets, du moins dans les cas particuliers qu'ils ont examinés (Barberini – Bertolini Bussi 1993, Mariotti 1993). En particulier, certains suggèrent qu'il serait préférable (Mariotti 1992) de ne pas trop différer les premières phases de la conceptualisation. D'autre part, pour arriver aux concepts, selon un choix didactique que nous partageons, on peut proposer aux élèves de travailler sur des situations qui favorisent l'harmonisation entre les deux composants des concepts géométriques présentés par Fischbein (1992): l'aspect figural et l'aspect conceptuel. Le "concept figural" naît d'une interaction correcte entre ces composants; au contraire, un conflit entre eux peut être une source d'erreurs et entrainer des difficultés.

L'activité didactique présentée ici se réfère au rapport entre l'expérience sensible, la formation des images mentales et la conceptualisation qui en découle. En effet l'organisation traditionnelle du travail en mathématique ne prévoit pas "l'expérience" mais "la démonstration". Toutefois nous pensons que – au moins au niveau d'école obligatoire (en Italie: 6-14 ans) – on ne peut pas se passer des références au concret ni des procédures de type inductif, du moment qu'une organisation didactique de type déductif n'est pas possible.

Notre expérience d'enseignants nous mène à partager l'opinion des auteurs qui pensent (Maier 1995) qu'un travail sur les modèles n'a pas d'effets contraires négatifs, mais qu'il est nécessaire à condition d'être réalisé correctement. A ce propos nous considérons comme fondamentaux :

1) le choix et la variété des modèles (plusieurs modèles qui se réfèrent au même concept) ;

[1] [ndlr] Cet article a été publié, en italien et en français dans *L'educazione Matematica*, (Anno XVII - Serie V - Vol. 1 - no 3 - octobre 1996 - pp 143 à 157). Nous remercions la direction de cette revue et les auteurs de nous avoir aimablement autorisé à la publier dans *Math-Ecole*.

2) le type d'analyse du modèle qui doit aboutir, à travers l'observation des caractéristiques, à la découverte des invariants et donc à la formation du concept ;

3) la conscience, de la part de l'enseignant (et par conséquent des élèves), que le modèle n'est pas le concept géométrique ; qu'il faut donc l'idéaliser et le dépasser ;

4) le rôle de la communication linguistique, même pour le contrôle de la formation des images mentales chez les élèves : avec les modèles, en effet, le concept se construit par des impressions perceptives et se structure par la verbalisation des caractéristiques observées.

A notre avis, si l'on respecte ces conditions, l'emploi des modèles comporte une série d'avantages, non négligeables :

a) il développe la capacité d'observer, d'analyser, de mettre en relation, et contribue à supprimer ou à éviter des idées fausses. Ces dernières peuvent aussi être liées au sens commun, qui dépend des connaissances précédemment acquises ;

b) il stimule l'intuition ;

c) il facilite une analyse initiale du continu et du problème de l'infini (l'infinité et la densité de l'ensemble des points d'une ligne) ;

d) il permet une utilisation plus consciente des formules ;

e) il stimule la discussion et l'argumentation (soutien de thèses) : les élèves comprennent qu'on peut discuter des mathématiques ;

f) il donne une motivation pour apprendre le langage spécifique, il rend conscient des définitions apprises ou alors il conduit à les formuler ;

g) il met l'élève dans une situation de «problem posing» parce que le mouvement du modèle produit différentes situations problématiques. Cela stimule la curiosité et la créativité ;

h) il conduit l'élève à devenir le protagoniste du processus de construction de ses connaissances.

Raisons de l'expérience

Il est nécessaire de faire quelques observations sur le choix des modèles que nous avons utilisés dans cette expérience :

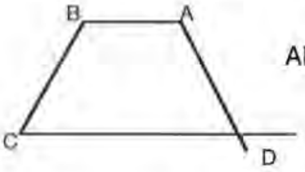
1) Parmi les modèles que nous employons habituellement avec nos classes, nous avons choisi un modèle qui représente des trapèzes ; cela parce que les principaux types de quadrilatères sont compris dans les trapèzes. Par conséquent il était possible de vérifier si, chez les élèves, les hiérarchies conceptuelles se structuraient correctement.

2) Ces modèles permettent de graduer l'activité didactique, en présentant des difficultés croissantes qui demandent une analyse toujours plus riche.

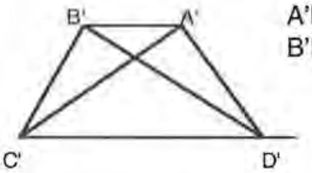
3) Par rapport à l'hypothèse de travail, il aurait aussi été possible d'utiliser d'autres modèles, se rapportant à des types différents - même plus particuliers - de figures (parallélogrammes, triangles, deltoïdes...) ; en effet tous permettent de développer l'observation, l'analyse, l'intuition, les capacités d'expression. La méthodologie employée est fondamentalement la même.

Description des modèles

Pour la construction, voir la fiche n°1 (p. 9)



AD = côté mobile



A'D' = côté mobile
B'D' = diagonale mobile

En modifiant la longueur de BA et BC (B'A' et B'C') et leur position réciproque on peut mettre en évidence toutes les inclusions possibles dans l'ensemble des trapèzes.

Hypothèses de travail

Pour vérifier comment un modèle dynamique peut favoriser la formation d'une hiérarchie conceptuelle correcte, nous avons fixé les objectifs suivants :

1. savoir observer ce qui change et ce qui ne change pas dans le mouvement ;
2. arriver à la formation des concepts en partant de l'individuation des invariants ;
3. structurer l'ensemble des trapèzes ;
4. améliorer l'usage du langage spécifique.

Le travail a été conduit dans des classes de l'école secondaire (en Italie : école moyenne); les élèves étaient donc aptes à reconnaître et nommer les différentes types de quadrilatères en fonction de leurs propriétés (niveau n°1 de Van Hiele) [1].

Il est tout à fait possible d'employer une stratégie analogue pour introduire les concepts de trapèze, parallélogramme, etc., dans des classes qui sont au niveau zéro de Van Hiele.

Phases du travail

a) Construction des deux modèles :

Chaque élève a construit les modèles en suivant les instructions verbales ou d'après des fiches opératives préparées par les enseignants. Pour réaliser les deux modèles, l'élève doit lire, comprendre et exécuter la procédure: c'est déjà «résoudre un problème». En outre l'élève exerce ses capacités manuelles et fait des plans de travail.

b) Analyse du premier modèle (rotation du côté mobile) :

Chaque élève doit tourner le côté mobile de son modèle et doit ensuite écrire ses réponses à une première série de questions-guides :

1) Quels types de figures se forment lors du mouvement ? Dessine une figure de chaque type et écris son nom.
2) Combien de figures se forment pour chaque genre et pourquoi ?
3) Quelle est la caractéristique commune à toutes les figures ?
4) Quels sont les «cas limites» [2] ?

[1] Niveau 0 de Van Hiele (visualisation). Les figures sont considerées selon leur apparence comme un tout unique, sans envisager les proprietés de leurs éléments.

[2] Niveau 1 (analyse). L'élève commence à distinguer les proprietés des figures; il reconnait que les figures ont des parties et il les reconnait par leurs parties. Nous entendons par "cas limites" les figures qui sortent de l'ensemble consideré. Dans ce modèle, par exemple, un "cas limite" est représenté par le triangle qui se forme quand le sommet D coïncide avec le sommet C. Il marque en effet la sortie de l'ensemble des quadrilatères. Naturellement nos élèves connaissent le sens de cette expression et le partagent.

c) Discussion des réponses des élèves :

On est arrivé à une formulation d'une définition de trapèze.

Pendant cette phase on a soigné de façon particulière l'usage du langage spécifique de la géométrie et des quantificateurs : on a utilisé aussi la représentation graphique au moyen de diagrammes de Venn.

d) Analyse du deuxième modèle (translation du sommet mobile) :

Chaque élève déplace le sommet mobile du modèle le long de l'incision C'D' ; ensuite il écrit ses réponses à une nouvelle série de questions-guides proposées par l'enseignant :

1) Déplace le sommet mobile le long de l'incision : qu'est-ce qui change et qu'est-ce qui ne change pas par rapport à la mesure des côtés, des angles, des diagonales ?
2) Qu'est-ce qui change et qu'est-ce qui ne change pas dans la position des côtés et des diagonales ?
3) Qu'est-ce qui arrive aux axes de symétrie et au centre de symétrie ?
4) Comment les observations précédentes se relient-elles aux différents genres de figures qui se forment ?
5) Comment l'aire et le périmètre changent-ils ? De quoi dépend leur changement ?
6) Quelle est la figure d'aire la plus grande ? Et à la plus petite? Quelle est la figure au périmètre le plus long ? Et au plus court ?

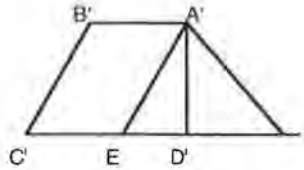
e) Discussion des réponses des élèves. Cette dernière phase du travail, plus longue et plus complexe que la précédente (phase c), a permis de construire un tableau aussi complet que possible des rapports entre les éléments des figures et les figures elles-mêmes. Nous avons aussi mis en évidence les conditions d'existence des différentes figures. Pendant cette activité les élèves ont dû «se détacher» du concret et donc accomplir les premiers pas vers l'abstraction.

Savoir mathématique

Ce genre d'activité concerne plusieurs aspects de l'enseignement-apprentissage de la géométrie au niveau de l'école moyenne : des questions à propos de ce qui change et de ce qui ne change pas (à propos des côtés et des angles d'un quadrilatère), aux questions sur les médianes et les diagonales, jusqu'aux problèmes d'isopérimétrie et d'équiextension, avec l'inclusion des différents cas limites. D'intéressantes réflexions sur tous ces thèmes sont issues du travail des élèves et de la discussion suivante. Nous en donnons ici une synthèse, concernant seulement les questions relatives au changement (variations, modifications) de l'aire et du périmètre (questions n° 9 et 10 - deuxième modèle).

Périmètre

Le périmètre diminue jusqu'à ce que A'D' et C'D' soient perpendiculaires; en effet les deux côtés diminuent. Ensuite, la diminution du périmètre est moins évidente, parce que C'D' continue à diminuer mais A'D' augmente. Pour comprendre que le périmètre diminue encore, il faut considérer le triangle A'D'E, où le côté A'E est plus petit que la somme des côtés A'D' et D'E.



Aire

L'aire diminue avec continuité parce qu'une (des deux) bases diminue.
On peut employer la formule :

$$(B+b)\cdot\frac{h}{2}$$

pour calculer l'aire de toutes les figures qui se forment lors du mouvement. Il est intéressant d'évaluer dans chaque cas si son usage convient. Il est intéressant aussi d'analyser à quelle grandeur le changement de l'aire est lié et de quel genre de relation il s'agit.

Parmi toutes les figures que l'on peut obtenir, c'est dans le cas du triangle qu'on obtient le minimum tant pour l'aire que pour le périmètre. Pour tous les deux, sur le plan physique, le maximum est représenté par l'extension la plus grande possible de l'élastique, qui est la limite matérielle du modèle. Du point de vue mathématique, si l'on continue à déplacer le sommet D' à droite, il n'y a pas de maximum.

Nous observons qu'on peut faire sur le premier modèle la même analyse qu'on a faite sur le deuxième, même si on met moins d'éléments en évidence. Naturellement, dans ce modèle, on a le minimum pour l'aire et le périmètre dans le cas de «segments superposés» (AB et AD) : l'aire devient nulle et le périmètre est le double de la base AB.

Commentaires sur les résultats et conclusions

L'analyse de notre travail montre que :

- L'usage (l'utilisation) d'une représentation dynamique comme modèle constitue une stimulation à l'observation. Les élèves ont la tendance spontanée à remarquer les éléments qui changent plutôt que les invariants. En outre ils soulignent, en général, les changements des mesures (côtés, angles...) plutôt que les changements de la position réciproque des segments.

- Il ressort, tant des épreuves que de la poursuite de l'activité didactique, que la plupart des élèves sont à même de structurer de façon spontanée (par inclusion) l'ensemble des trapèzes, y compris aussi les parallélogrammes, les losanges, les rectangles et les carrés, et de les relier correctement entre eux. Beaucoup d'élèves sont capables d'utiliser la structuration ainsi acquise dans un autre contexte (par exemple en géométrie dans l'espace) et même à distance (ailleurs, dans d'autres domaines). On remarque une augmentation de la capacité d'abstraction dans les classes où on a travaillé avec des modèles.

  La nécessité d'exprimer des observations et de soutenir des hypothèses stimule l'apprentissage du langage spécifique. En effet, les élèves en première année du collège, qui n'ont pas d'expérience dans l'emploi des modèles, utilisent un langage imprécis même pour décrire des situations qu'ils ont comprises [3]. En effet, ils dessinent correctement les différents changements observés. Dans les degrés suivantes, où cette méthodologie didactique est habituelle, on remarque des descriptions verbales plus précises et plus riches. Dans quelques cas il y a l'emploi spontané du lexique de la géométrie et l'enrichissement des capacités d'argumentation. Ces dernières restent toutefois limitées à cause de la pauvreté linguistique généralisée et d'une maitrise insuffisante du langage naturel.

[3] En particulier les élèves utilisent fréquemment des mots familiers, pris du langage quotidien et donc ambigüs ou incorrects. Les rares termes géométriques employés sont toutefois utilisés d'une façon impropre.

- La nécessité d'arriver - même si c'est collectivement - à des définitions, pousse à un usage plus raisonné des connecteurs et des quantificateurs.

- Une autre question, qui reste ouverte, est le rapport entre l'emploi des modèles et la façon dont les élèves dessinent les figures observées. En première année, en général, les élèves n'utilisent pas fréquemment le dessin pour fixer les observations ou pour mieux les expliquer, mais ils l'emploient quelquefois pour substituer les descriptions verbales. Toutefois dans quelques cas, même s'ils sont rares, les figures obtenues par l'élève lors du mouvement du modèle sont dessinées dans des positions stéréotypées et non pas dans la position où elles se présentent réellement dans le modèle en mouvement : par exemple, un triangle rectangle est dessiné "appuyé" (posé) sur un des côtés qui forment l'angle droit. Cela peut venir du fait que les textes et les enseignants présentent toujours les figures dans la même position de sorte qu'elles sont ensuite considérées, de façon involontaire, comme une caractéristique du concept. L'association entre le concept et l'image mentale ainsi construite devient partie du sens commun et va donc conditionner la représentation et même - comme nous l'avons remarqué dans d'autres activités - l'identification des figures elles-mêmes.

  Dans les classes de deuxième et de troisième, en général, on observe un emploi plus correct et plus riche du dessin. En particulier on peut remarquer que la plupart de ceux qui font un bon travail utilisent le dessin comme une succession de photogrammes : dans quelques cas comme synthèse de l'explication verbale; dans d'autres comme commencement de la description.

  Nous ne sommes pas encore à même d'élucider si le dessin aide à la formation des concepts ou si l'élève est capable de dessiner correctement seulement s'il possède déjà le concept. Il y a une minorité d'élèves qui expliquent très bien leur pensée et leurs observations, sans recourir au dessin. Il s'agit d'élèves qui possèdent un bon niveau d'abstraction pour leur âge.

- La question «Combien de figures de chaque genre se forment dans le mouvement ?» avait été conçue pour étudier si les élèves étaient à même d'entrevoir l'infinité des points d'un segment à travers la continuité du mouvement. Quelques réponses, dans les premiers degrés surtout, suggèrent que la question a été comprise comme «Combien de genres de figures..?»; en effet les élèves répondent, par exemple, "Trois figures" ou bien ils répètent la réponse déjà donnée à la première question.

  D'autres réponses, plus souvent dans les premières années, laissent entendre que les élèves ne reconnaissent qu'un nombre fini de positions (par exemple "dix trapèzes, un parallélogramme, dix triangles") dépendant des carreaux du papier. Tout cela peut être lié soit à la difficulté d'abstraction, qui dépend de l'âge, soit à l'usage du "sens commun perceptif" comme unique source de connaissance : pour ces élèves les déplacements existent seulement s'ils ont une longueur perceptible par l'oeil. Dans les degrés suivants, presque tous les élèves remarquent que le nombre des figures est infini; une minorité, cependant, ne reconnait pas encore les différents genres, mais dit seulement qu'il y a "d'infinies figures" (une infinité de figures). Il est possible que cette différence soit en rapport avec la maturation des capacités d'abstraction ou – et peut être surtout – avec l'habitude de ce type de travail d'analyse, induite par l'emploi fréquent des modèles dynamiques dans l'activité didactique.

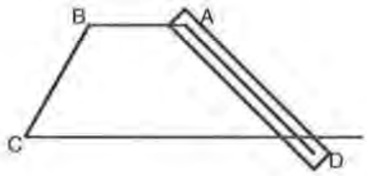
- Les arguments exposés dans l'introduction sur l'opportunité de l'emploi des modèles concrets sont valables. En particulier on peut confirmer que l'usage des modèles dynamiques peut contribuer à éviter la formation d'idées fausses liées à une présentation statique des figures. La construction correcte du concept se répercute aussi dans l'emploi du langage : ces élèves n'ont pas de problèmes dans l'usage, par exemple, du mot "parallélogramme" pour indiquer soit un parallélogramme générique soit des parallélogrammes particuliers comme rectangles, losanges, carrés, une capacité qui n'est pas intuitive.

Nous ne sommes pas encore à même de définir d'autres distorsions qui peuvent naître du fait qu'un modèle est un objet concret; cela entraîne non seulement une prééminence de l'aspect figural mais des "limitations" objectives aussi (longueur de l'incision, extensibilité de l'élastique...) qui pourraient interférer avec la conceptualisation. Le recours à la verbalisation, à notre avis, aide à mettre en évidence et à corriger ces distorsions : chaque modèle doit être élaboré verbalement et mentalement, afin d'idéaliser les caractéristiques perçues.

Construction du premier modèle

Matériel :
- un carton léger (d'à peu près 24 x 16,5 cm) ;
- une feuille de papier, à petits carreaux, de même dimension ;
- un bouton pression ;
- un listel de carton léger (ou de plastique transparent) ;
- colle, ciseaux, instruments de dessin.

Réalisation :
- dessiner trois segments sur la feuille de papier (voir l'image) ;
- percer le point A; introduire - d'en dessous - la partie inférieure du bouton pression et coller la feuille sur le carton ;
- dessiner un segment au centre du listel, dans le sens de la longueur ;
- faire un petit trou dans le listel, à 1 cm d'une de ses extrémités; insérer le listel dans la partie saillante du bouton pression et fermer ce dernier.



Les côtés AB et BC peuvent être :
- égaux et perpendiculaires ;
- égaux et pas perpendiculaires ;
- différents et perpendiculaires ;
- différents et pas perpendiculaires.

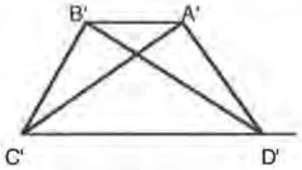
Construction du deuxième modèle

Matériel :

- un carton léger (d'à peu près 24 x 16,5 cm);
- une feuille à petits carreaux, de la même dimension;
- fil élastique, colle, coupoir, un petit carré de carton (à peu près 2 cm x 2 cm).

Réalisation :

- dessiner sur le papier quadrillé les trois segments (comme pour le modèle précédent) et aussi le segment C'A';
- coller le papier sur le carton;
- inciser le segment horizontal (le plus long);
- percer les points A' et B'; percer aussi - dans le centre - le petit carré de carton;
- faire passer le fil élastique, d'en dessus, à travers le trou A'; ensuite - d'en dessous - à travers le trou B';
- réunir les deux bouts du fil, les insérer dans le trou du petit carré et les nouer;
- introduire le carré dans l'incision, en réglant la tension du fil de façon qu'il puisse glisser facilement.



Les côtés A'B' et B'C' peuvent être :

- égaux et perpendiculaires;
- égaux et pas perpendiculaires;
- différents et perpendiculaires;
- différents et pas perpendiculaires.

Bibliographie

Bartolini Bussi, M. G. e Barberini, G.,«A proposito di trasformazioni geometriche nella scuola elementare», L'insegnamento della mat. e delle scienze integrate n. 7-9, 643-662; 797-820, 1993.

Mariotti, M.A., Nello, M. e Marino, M.,«L'immagine mentale per la formazione dei concetti geometrici», ibid. n. 5, 458-466, 1987.

Mariotti, M.A, «Immagini e concetti geometrici», ibid . n. 9, 863 -886, 1992. – «Strategia di conteggio del numero delle facce e degli spigoli di un poliedro», ibid. n. 7,591-608, 1993.

Maier, H., «Problemi di lingua e comunicazione durante le lezioni di matematica», La matematica e la sua didattica n. 1,69-81, 1993.

Maier, H., «Sobre el trabajo con medios visuales en las clases de geometria» , Revista de didàctica de las Matematicas, n. 4, 1995.

Fischbein, E., «Intuizione e struttura dei metodi euristici in matematica», Quaderno 10 UMI in C. Sitia (ed), 1979.

Fischbein, E., «Modelli taciti e ragionamento matematico», Matematica e scuola, 25-38, Pitagora editrice, Bologna, 1992.

Vygotsky, L.S.,«Pensiero e linguaggio», Giunti editore, Milano, 1989.

Speranza, F., «Tendenze empiriste nella matematica», Quaderno 10 CNR TID-FAIM, 1992.

Palladino, D., «Considerazioni sui recenti sviluppi della filosofia empirista della matematica», Quaderno n.10 CNR TID-FAIM, 1992.

Freudenthal H, «Rivisiting Mathematics Education», Kluwer, Dordrecht, 1991. («Ripensando l'educazione matematica» , ed. La Scuola, 1994).

Tobias S.,«Come vincere la paura della matematica», Longanesi , 1993.

Pellerey M.,«La geometria e le immagini mentali», supplemento V - 1 - L'educazione matematica, 1984.

Rendez-vous d'enseignement mathématique

Comme à l'accoutumée, une équipe vaudoise de maîtresses et de maîtres de tous les degrés de la scolarité a préparé ce traditionnel rendez-vous. Ceux de 96-97 ayant été peu fréquentés, il a été décidé de reconduire le même thème cette année :

L'ARGUMENTATION

Entre deux moments de plénière, les participants pourront suivre les ateliers préparés sur le sujet et vécus dans des classes, de l'école enfantine au gymnase.

Ce rendez-vous est ouvert à tout enseignant(e) de Suisse Romande pour une somme extrêmement modique (10 fr.). C'est un moment rare pendant lequel il est possible d'avoir un échange vertical, à travers tous les degrés, entre toutes les personnes concernées par l'enseignement des mathématiques.

Celles et ceux qui sont intéressé(e)s voudront bien s'inscrire auprès de Christine Marchetti, Centre de perfectionnement, Avenue de Cour 33, 1000 Lausanne, tél. (021) 323 05 48.

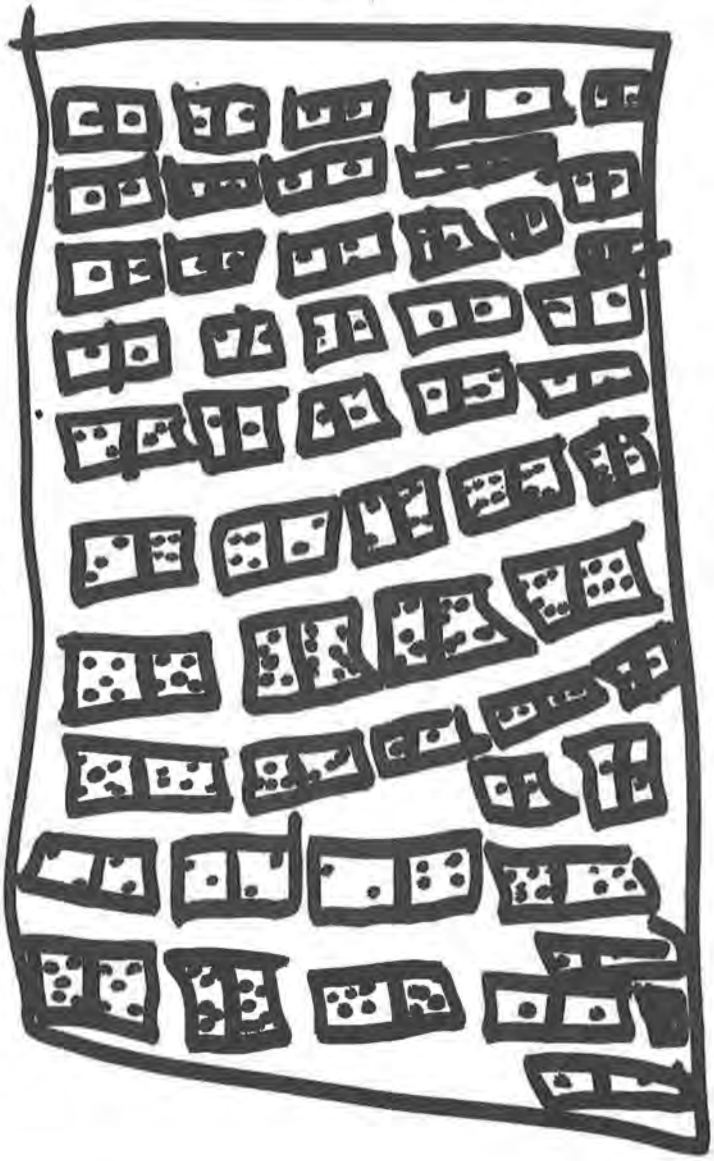
Attention, ce rendez-vous a lieu seulement en cas d'inscriptions suffisantes !

Date et lieu : **mercredi 24 septembre 1997, de 14h00 à 18h00 au CESSRIVE** (centre d'enseignement secondaire supérieure de Bellerive, ch. de Bellerive 16). Parking en zone rouge au bord du lac, à 5 minutes au sud du bâtiment.

Confiseries pascales, sauce domino !

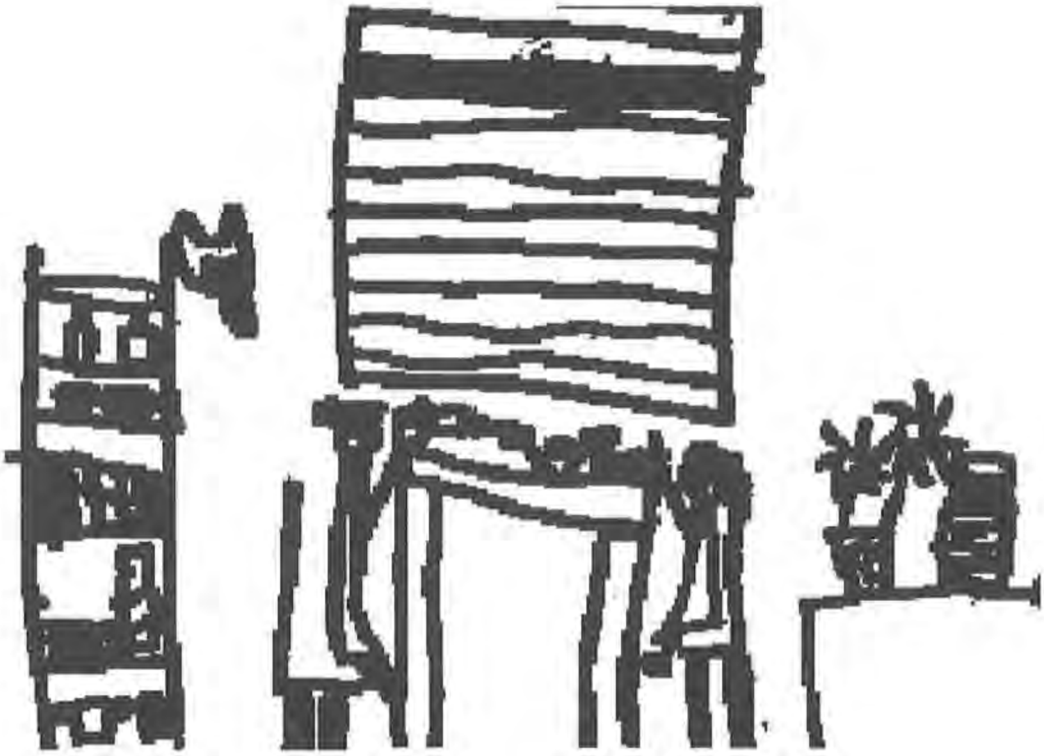
Chantal Richter

Dans le cadre des ateliers de mathématiques, il y a pour les classes enfantines un grand choix d'activités, notamment des jeux simples, connus depuis très longtemps. Il suffit parfois de les remettre au goût du jour pour qu'ils suscitent à nouveau enthousiasme, discussions et échanges. La mise au point des règles et l'acceptation de prendre ou la joie de gagner sont des événements très importants pour des enfants d'école enfantine qui, rappelons-le, débutent sur le chemin de la sociabilisation.



Nous étions en période de Pâques mais aussi en période de dominos. Effectivement, ce jeu n'était pas très prisé dans ma classe et pourtant, joué collectivement, il fut source d'amusement et il suscita un regain d'intérêt motivé par l'entraînement à la rapidité pour trouver la bonne pièce. Nous fîmes d'abord des dominos avec des images, puis des mots et enfin le domino courant avec des points représentant des chiffres. Pour les premières années enfantines, comprendre et repérer quand ils ont le droit de poser leur pièce n'est pas facile : il faut être rapide et s'imposer face à 23 autres, trouver une solution si l'endroit prévu est soudain occupé par quelqu'un d'autre.

Nous décidâmes que le cadeau de Pâques cette année ne serait point un coquetier ou un lapin en papier mâché mais, pour changer, un domino en biscuits décorés de tout petits oeufs de Pâques. Nous préparâmes d'abord la pâte avec des quantités de farine, de beurre, de sucre à contrôler sur la balance; puis le découpage en forme de rectangles et la cuisson avant de passer au point crucial : décorer dix pièces de façon à avoir un domino pascal à jouer en famille avant d'être croqué !



Premier stade : chaque enfant devait compter jusqu'à dix pour prendre son nombre correct de biscuits.

«Combien de points désires-tu sur le premier biscuit ?» «Quatre d'un côté et trois de l'autre». J'exécutais donc leurs souhaits à l'aide de sucre glace, puis ils collaient les oeufs aux bons endroits.

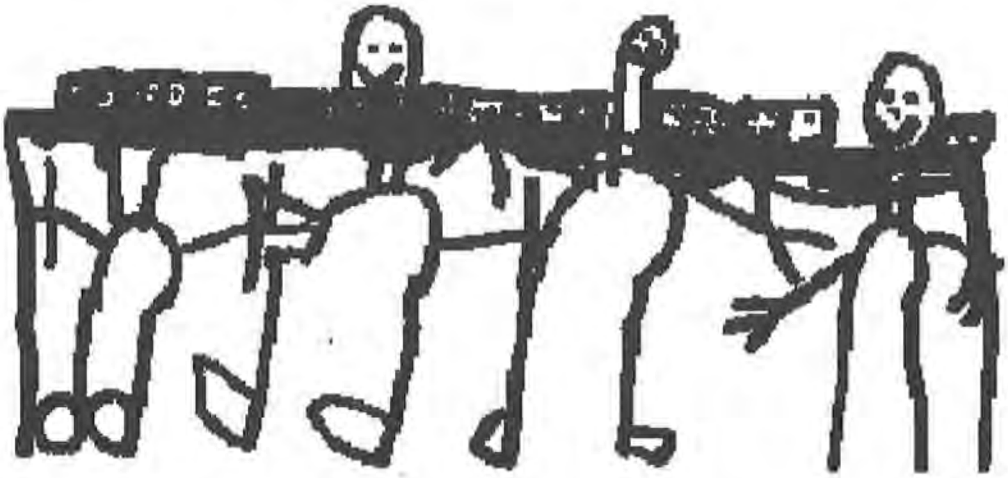
La première pièce était toujours très facile à réaliser, mais dès la deuxième, il fallait imaginer la pièce suivante pour que le jeu puisse se poursuivre. Les enfants avaient très envie de continuer en inventant chaque fois une nouvelle pièce, sans tenir compte de la précédente.

Quentin, lui, décida de faire non seulement un domino de chiffres, mais également de couleurs, en choisissant les petits oeufs. D'autres élèves trouvèrent la solution de faire un biscuit sans chiffres pour aller plus vite, la dernière pièce était la plus difficile à trouver et à comprendre car elle ne pouvait pas s'inventer.

D'un côté elle devait correspondre à la pièce précédente et de l'autre à la première du domino pour pouvoir terminer la partie ! Ceux qui y parvenaient seuls étaient très fiers !

Nous eûmes diverses discussions et essais avec ces dominos pour voir, par exemple, si des enfants avaient créé des pièces identiques. Il est évident qu'ils avaient tous très envie de déguster les morceaux, mais en essayant de cacher certaines pièces du jeu de Natacha, nous remarquâmes qu'elle ne pouvait plus y jouer ... donc patience !!

En attendant, nous nous régalâmes tout de même avec les biscuits restants en faisant un domino géant pour nous tous !! Cette fois, les règles du jeu étaient intégrées au propre et au figuré... le lapin de Pâques avait encore frappé !



Maths en Vacances

Un cahier de vacances «pas comme les autres» pour les degrés 6 et 7 . Rédigé par l'équipe de professeurs des magazines mathématiques Hypercube et Tangente, il allie trois qualités qui en font un outils sans égal :

- La rigueur absolue de contenu.
- L'appel aux méthodes pédagogiques les plus modernes.
- La présentation attrative d'un magazine.

Les jeunes lecteurs auront l'impression de se distraire autant que de travailler, et se passionneront pour les activités proposées. CHF 15.- (*voir p. 3 de couverture*)

Le théorème du papillon : réponses aux problèmes du n° 176

F. Jaquet et L.-O. Pochon, IRDP.

Nous avons un peu de retard dans les réponses promises et nous nous en excusons auprès de nos lecteurs. Mais ce délai nous a permis d'entrevoir des richesses insoupçonnées derrière les problèmes des deux «papillons» proposés dans le n° 176, p.47.

Le premier consistait à montrer l'égalité des aires des deux ailes d'un papillon construit sur deux droites parallèles, en l'occurrence, les deux parties d'un quadrilatère croisé dont les diagonales sont parallèles (figure 1).

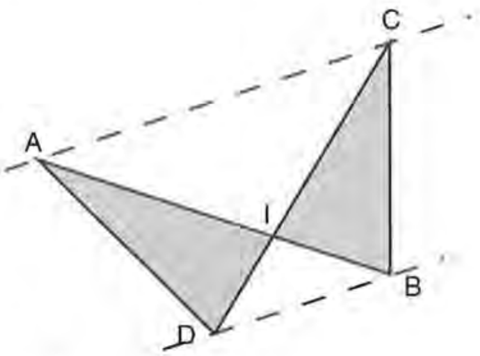


fig. 1

Les deux triangles ABD et CBD ont un côté commun, (la base BD) et leurs hauteurs sont de même mesure (la distance entre les deux droite parallèles AC et DB). Ils ont donc la même aire.

Si l'on retranche à chacun d'eux leur partie commune, le triangle DBI, l'égalité subsistera entre les aires restantes, qui sont les deux ailes du papillon.

Le deuxième problème concernait un papillon inscrit dans un cercle, dont l'intersection (M) des deux côtés opposés (AB et CD) se situe au milieu d'une corde [RS]. Il s'agit de montrer que le point M est aussi le milieu du segment EF, dont les extrémités sont les intersections respectives des cordes AD et BC avec la corde RS (voir figure 2).

Ici, le problème est plus délicat. Il existe plusieurs démonstrations, intéressantes par les connaissances qu'elles mettent en jeu.

Première démonstration, à l'aide de symétries et des propriétés des angles inscrits

On trace la droite d perpendiculaire à la corde RS, passant par M. Ce sera notre futur axe de symétrie.

On construit le cercle passant par les points M, F et C. Il coupe le cercle d'origine, en C et A'.

On trace les droites A'F et A'M qui coupent respectivement le grand cercle en deux nouveaux points D' et B'. On trace une droite parallèle à RS, passant par D' et coupant le cercle en un second point, D", symétrique de D' par rapport à l'axe d.

Sur la figure, D" et D paraissent confondus, mais il faut montrer que c'est bien le cas et que ce n'est pas un hasard de la construction.

On s'intéresse alors aux angles inscrits du petit cercle et du grand, dont la mesure est désignée par δ sur la figure 2 :

Les angles A'CM et A'FM sont égaux car ils sont inscrits dans le petit cercle et en interceptent le même arc : A'M. L'angle A'D'D" est égal aux deux précédents car ses côtés sont parallèles à ceux de l'angle A'FM. Les deux angles égaux A'D'D" et A'CD sont inscrits dans le grand cercle. Par conséquent, les deux arcs qu'ils interceptent respectivement, A'D" et A'D ont la même mesure. D et D" sont donc confondus. D' et D sont symétriques par rapport à l'axe d.

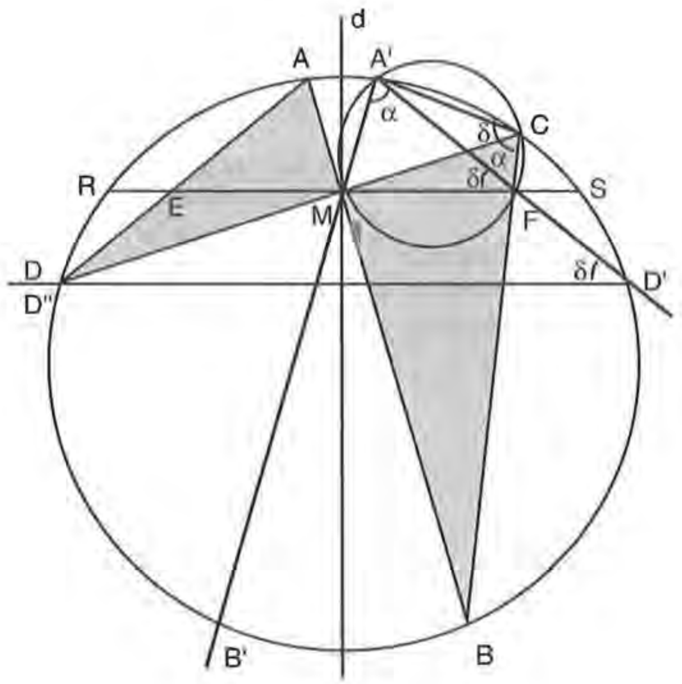


fig. 2

De manière analogue, on s'intéresse aux angles inscrits du petit et du grand cercle notés α sur la figure 2 :

Les angles FA'M et FCM sont égaux car ils sont inscrits dans le petit cercle et en interceptent le même arc : FM.

Ces deux angles égaux sont aussi inscrits dans le grand cercle. Par conséquent, les deux arcs qu'ils y interceptent respectivement, D'B' et DB ont la même mesure.

Donc B et B' sont symétriques par rapport à l'axe d.

Les deux segments BM et B'M sont aussi symétriques par rapport à la droite d, puisque M y appartient. Les deux droites qui les contiennent le sont à leur tour, ainsi que les points A et A'.

Finalement les segments AD et A'D' sont symétriques par rapport à d, comme le segment RS, qui l'était par construction, et leurs points respectifs d'intersection, E et F.

M est donc bien le milieu de EF.

Une deuxième démonstration du théorème du papillon, faisant appel au triangles semblables.

(Inspirée de «Recueil de problèmes des bulletins IREM de Besançon» (M. N. Gras, 1985).

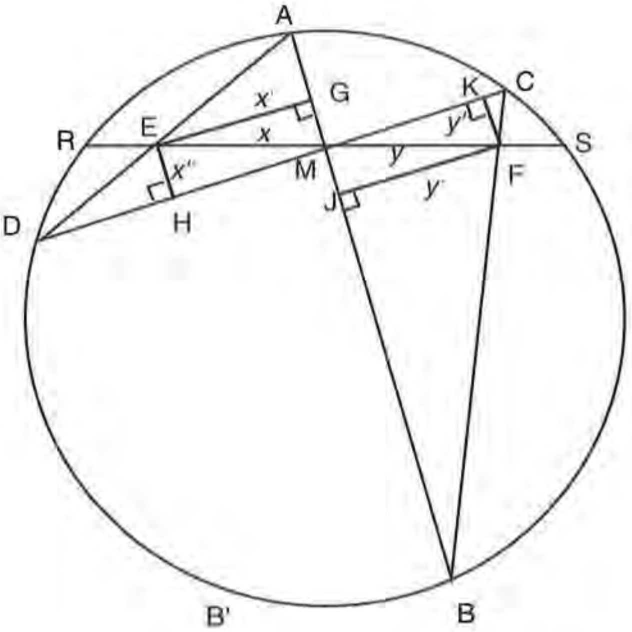


fig. 3

Des points E et F, on abaisse sur AB les perpendiculaires EG = x' et FJ = y' et sur CD les perpendiculaires EH = x'' et FK = y''.

On désigne la mesure des segments :

MR = MS = a, ME = x et MF = y.

Les couples de triangles semblables MEG et MFJ, MEH et MFK, AEG et CFK, DES et BFJ permettent d'écrire les quatre égalités :

$$\frac{x}{y}=\frac{x'}{y'}\ ;\ \frac{x}{y}=\frac{x''}{y''}\ ;\ \frac{x'}{y''}=\frac{EA}{FC}\ \text{et}\ \frac{x''}{y'}=\frac{ED}{FB}\quad (I)$$

D'autre part, la puissance des points E et F par rapport au cercle conduit aux égalités :

$EA \cdot ED = ER \cdot ES$

et $FC \cdot FB = FR \cdot FS$ (II).

En combinant les égalités (I) et (II), on obtient :

$$\frac{x^2}{y^2}=\frac{x'x''}{y'y''}=\frac{EA\cdot ED}{FC\cdot FB}=\frac{ER\cdot ES}{FR\cdot FS}=$$

$$=\frac{(a-x)(a+x)}{(a+y)(a-y)}=\frac{(a^2-x^2)}{(a^2-y^2)}$$

et, de l'égalité de la première et de la dernière des fractions ci-dessus, on tire:

$(a^2 - x^2)y^2 = (a^2 - y^2)x^2$ puis $a^2y^2 = a^2x^2$, d'où $x = y$.

Troisième démonstration, à l'aide du rapport anharmonique, de la polaire d'un point par rapport à un cercle et du théorème de Pappus.

Rappel : Lorsque quatre points sont alignés, on définit leur rapport anharmonique, ou birapport, par :

$$(A,B,C,D) = \frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB}.$$

On voit que si D s'éloigne à «l'infini», on aura : $(A,B,C,\text{infini}) = \dfrac{CA}{CB}.$

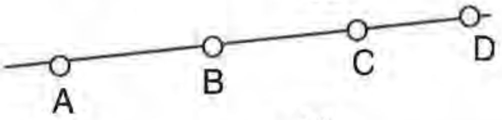


fig. 4

A, B, C, D constituent une division harmonique si (A,B,C,D) = –1.

Une configuration harmonique est réalisée si C est au milieu du segment AB et D à l'infini.

Un autre résultat concerne la polaire d'un point par rapport à un cercle. Dans la configuration de la figure 5, si B parcourt le cercle alors P parcourt la droite d, polaire de M. d est parallèle à la droite EF.

De plus, (A,B',M,M') = –1.

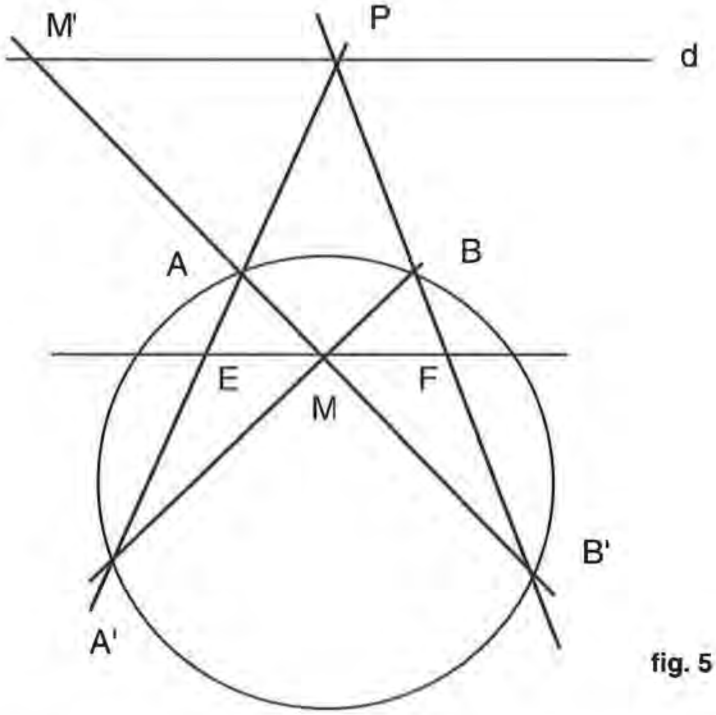
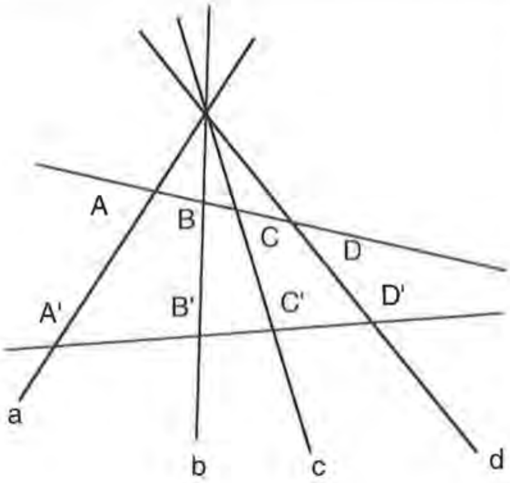


fig. 5

Un résultat lié au rapport anharmonique dit que dans la configuration de la figure 6 :

(A,B,C,D) = (A',B',C',D'). Il s'agit là du théorème de Pappus, l'équivalent du théorème de Thalès pour la géométrie projective.

En particulier, si la droite A'B' est parallèle à d (D' est à l'infini) : $(A,B,C,D) = \dfrac{C'A'}{C'B'}$



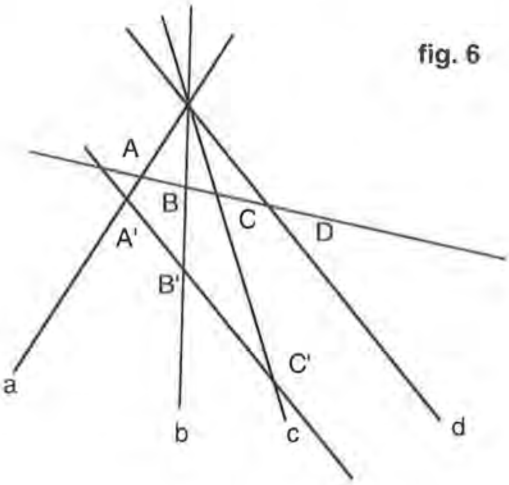


fig. 6

Tous les ingrédients sont maintenant réunis, il suffit de les mélanger pour obtenir le théorème du papillon.

On considère les droites suivantes de la figure 7: a droite AA'; b droite BB'; c droite MP ; d droite M'P.

On considère ensuite le faisceau de droites a,b,c,d; on voit alors que (A,B',M,M') vaut $\frac{MF}{ME}$, puisque MM' et EF sont deux sécantes du même faisceau. Cette valeur vaut par ailleurs –1.

Donc M est le centre du segment EF.

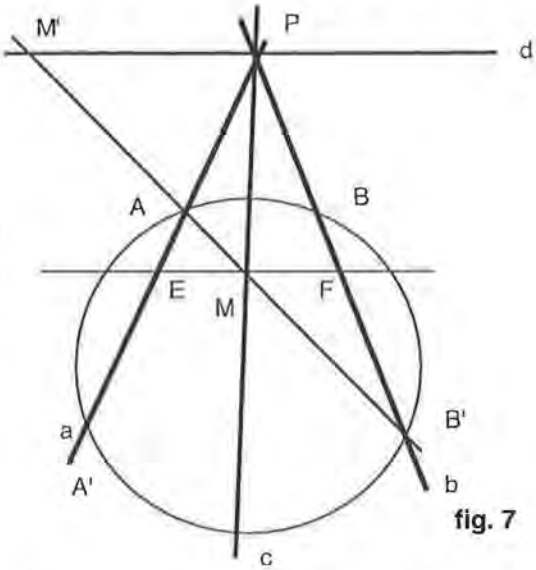


fig. 7

En conclusion, on voit donc que le théorème du papillon peut se démontrer par des moyens «élémentaires», mais qu'il s'intègre harmonieusement dans la théorie des polaires ce qui donne un sens plus général à ce résultat assez surprenant par ailleurs.

Pliages & mathématiques

Didier Boursin, Valérie Larose. ACL-Editions 1997.

Dans le contexte de enseignement des mathématiques, le pliage s'est d'abord développé au XIX siècle en Allemagne et au Japon. En France, il fut officiellement introduit dans l'enseignement élémentaire en 1882 pour initier les enfants à la géométrie. Ce livre s'inscrit donc dans la lignée des expériences pédagogiques menées depuis un siècle : aborder la géométrie sous l'angle du pliage c'est toucher et manipuler du concret, construire et expérimenter par soi-même et pour le plaisir... 64p./ CHF 17.- (*v. p. 3 couverture*)

Mathématiques 1P – 4 P Témoignage après deux années de pratique

F. Aebischer, D. Allaman et N. Gex

[ndlr] Trois enseignant(e)s fribourgeoi(e)s, qui ont participé avec leur classe à la «mise à l'épreuve» des nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques en 1e et 2e année, avant leur édition définitive, ont parlé de leur expérience à leurs collègues lors d'une rencontre organisée au niveau cantonal, dans le cadre de la formation des maîtres (module I) du «Concept de formation». Voici de très larges extraits de leur intervention. La rédaction les remercie de l'autoriser à la publier.

Chers Collègues,

Nous sommes là cet après-midi pour vous faire partager notre vécu dans ces nouveaux moyens. En effet, depuis plus de deux ans, nous avons la chance de pratiquer cette nouvelle méthodologie qui nous a apporté de grandes satisfactions, mais aussi de profondes remises en question.

...

Après avoir reçu une brève présentation des moyens, nous nous sommes lancés dans ce projet avec notre enthousiasme et nos doutes.

...

Des rencontres mensuelles avec les auteurs, les conseillers scientifiques et les collègues des autres cantons romands ont été un temps de discussion indispensable pour être informés des difficultés d'application et pour y faire part de toutes nos remarques et questions.

Ces échanges ont été riches, tant sur le plan théorique que sur le plan humain. Ils nous ont permis d'exprimer notre enthousiasme, mais aussi nos soucis face à ce changement important. Après avoir pratiqué ces moyens pendant plusieurs mois, nous sommes persuadés de l'importance de ces échanges entre collègues.

Côté classe

Nos petits mathématiciens en herbe ont montré un grand plaisir, un énorme intérêt et beaucoup de curiosité pour les activités proposées. L'aspect ludique permet à tous les enfants d'entrer dans une activité et les motive à développer un esprit de recherche. Il stimule l'envie de comprendre, de trouver des stratégies et incite à agir et à communiquer.

Nous avons constaté avec plaisir qu'au fur et à mesure des mois qui passent, l'enfant ressent le besoin d'expliquer sa démarche et il acquiert ainsi la capacité de comprendre sa stratégie (qui ne sera pas nécessairement la même que celle de ses camarades) et devient alors le propre acteur de ses apprentissages. Tous nos élèves ne sont pas des surdoués, mais par les interactions avec leurs camarades, même les élèves faibles parviennent à construire leur savoir, en gardant leur propre rythme qu'il faut respecter.

Côté enseignant

Si du côté des élèves on vit bien ce nouveau programme, qu'en est-il pour l'enseignant ?

Le premier élément à relever est la richesse des activités proposées. Leur choix se fait librement, en fonction du niveau et de l'évolution de sa classe, tout en restant dans le cadre précis d'un fil rouge (entendez par là une ligne directrice avec les activités principales répondant aux objectifs généraux). Cette grande liberté est appréciée, mais peut être source d'insécurité lorsqu'on démarre avec ces moyens.

Le deuxième élément est que ce moyen nous offre une possibilité de différenciation, en proposant pour une activité donnée, des prolongements ou des variables, ce qui permet à chaque enfant de progresser à son rythme. Il est bien clair que cette différenciation ne peut se faire qu'avec une bonne connaissance des moyens.

Le troisième élément est l'aide apportée par les introductions théoriques en début de chaque module. Ces explications nous aident à cerner les objectifs et les démarches que pourront faire les élèves. Êlles nous permettent une observation plus ciblée du savoir mathématique de l'enfant.

Le dernier élément est la diversité du matériel qui se veut attractif (jeux de cartes, dominos, pièces aimantées, cubes en bois, multicubes, miroirs, plans de jeux, etc.). En plus, il offre à l'enseignant l'avantage d'être prêt. Un petit bémol cependant, certains jeux de cartes sont distribués en trop petite quantité !

Gestion de classe

Le nouvelle méthodologie présente essentiellement des activités de groupe. Cette manière de travailler favorise des échanges fructueux entre les enfants, mais elle n'est pas sans poser des difficultés d'organisation et nécessite un temps d'adaptation en début d'année. Ces interactions fréquentes créent inévitablement un bruit de fond (qui peut être parfois important), mais qui est synonyme de participation active.

Le plus grand changement se trouve dans notre rôle, qui n'est plus d'être un transmetteur de savoir. Désormais, nous fournissons à l'élève des situations lui permettant de mettre en oeuvre des connaissances en lui donnant la possibilité d'acquérir de nouvelles notions. Nous ne sommes plus devant la classe, mais derrière les enfants. Nous observons leur travail, leurs démarches. Nous intervenons ponctuellement pour des relances (qui peuvent permettre de débloquer une situation ou d'aller plus loin dans une recherche), ou aussi lors des mises en commun pendant lesquelles nous faisons le lien avec les savoirs mathématiques.

L'observation des élèves est le point qui nous a paru le plus difficile à mettre en place et à gérer. En effet, comment observer chaque enfant quand plusieurs groupes travaillent simultanément sur des activités différentes ?

Nous devons donc faire des choix qui peuvent être par exemple :

- Suivre quelques enfants pour un objectif de comportement (comme «Est-ce que l'enfant respecte les règles du jeu ou est-il capable d'accepter le point de vue de l'autre» ou encore «Sait-il s'organiser dans sa recherche», etc.
- Une autre possibilité est de suivre tous les enfants sur un savoir mathématique précis, sur plusieurs séquences (par exemple «Connaît la suite numérique jusqu'à X» ou «Est capable de construire le chemin le plus court possible d'un point à un autre» ou encore «Est capable d'apparier des clowns présentant une seule différence entre eux», etc.

Il est clair que ces choix ne sont pas exhaustifs. A chaque enseignant de trouver la forme qui lui convient le mieux.

Ensuite, que faire de ces observations et comment les utiliser ?

Nous avons essayé d'en faire la synthèse, afin de pouvoir transmettre aux parents nos appréciations qui ont autant de valeur qu'une évaluation papier-crayon.

Nous espérons que la formation nous apportera l'aide nécessaire afin de remplir ce nouveau rôle de façon optimale.

Pour terminer

Après deux ans de travail, nous constatons avec plaisir que ces nouveaux moyens sont des outils remarquables non seulement au service des mathématiques, mais aussi de toutes les autres branches.

L'enfant est à l'aise avec une consigne, il peut se lancer seul dans une activité quelle qu'elle soit, il a une plus grande autonomie face à son travail personnel et il prend davantage ses responsabilités.

Nous souhaitons que vous trouviez dans la découverte de ce nouveau moyen le même plaisir qu'a été le nôtre.

Trois nouveaux volumes d'annales du championnat

Trois nouveautés :
- Nouveau format (17 x 24 cm)
- Regroupement par niveaux C1,C2, L1
- Classement selon les thèmes du programme

- Bleu : primaire
- Vert : collège /degrés 6 et 7
- Orange : collège /degrés 8 et 9
- Rouge : lycée /degrés 10 et suivants

50 énigmes mathématiques faciles (vert)
50 énigmes mathématiques pour tous (orange)
50 énigmes mathématiques pour lycéens et + (rouge)

Destinés à tous les amateurs de jeux, ces livres sont conçus pour entraîner le lecteur vers une recherche divertissante de problèmes, mais aussi pour illustrer les thèmes fondamentaux des programmes de mathématiques de tous les degrés de l'école secondaire. C'est la raison pour laquelle les problèmes et énigmes qu'ils présentent, des dixième et onzième championnats internationaux des jeux des mathématiques de la FFJM, sont classés selon ces thèmes.

Enseignant ou élève, vous y trouverez donc facilement des illustrations et des vérifications des compétences acquises. Amateur, vous vous laisserez aller, au contraire, à résoudre les énigmes au hasard de votre cheminement à travers ce livre passionnant.

Des solutions complètes et rigoureuses en fin de volume vous permettront de vérifier que vous avez sû triompher des embûches dont les auteurs ont parsemé votre chemin. 96p / CHF 16.- l'exemplaire. *(voir page 3 de couverture*)

CABRidées : Réveil narcissique !

Michel Chastellain, SPES (Vd)

Chaque matin, au lever du lit, je me retrouve devant le miroir de ma salle de bains alors que je me brosse les dents.

A quelles conditions puis-je m'admirer des pieds à la tête ?

Classique parmi les classiques, ce problème est généralement traité dans le cadre du cours de physique. Il se prête, cependant, particulièrement bien à une introduction de la notion géométrique de «segment moyen», sous la forme d'une véritable situation-problème où, plus simplement, à l'étude d'un problème ouvert en mathématique qui permet alors de réactualiser un certain nombre de notions déjà traitées.

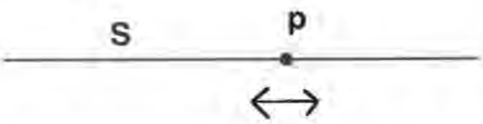
L'utilisation de *Cabri-géomètre* facilite grandement la recherche, car le logiciel permet :

- d'élaborer un modèle dynamique qui conduit tout naturellement les élèves à étudier de nombreux cas,
- d'effectuer des mesures en évitant tous les problèmes de précision inhérents à une manipulation délicate dans l'espace.

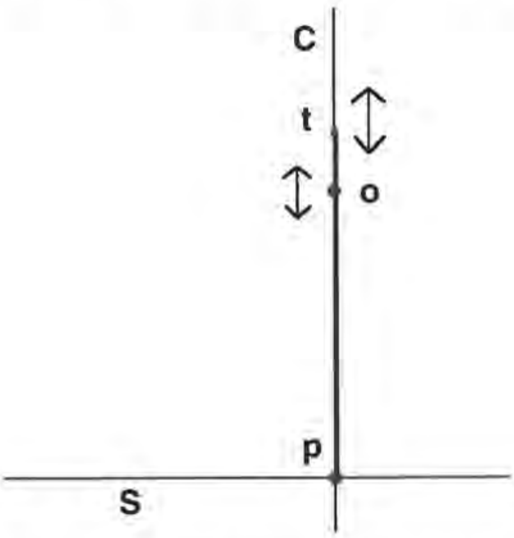
La construction de la figure d'étude se déroule en plusieurs étapes :

- La représentation du sol de la salle de bains (*Droite de base* **S**) et des pieds du bonhomme (*Point sur objet* **p**).

  En déplaçant **p** sur la droite **S**, on représentera ainsi toutes les positions que les pieds du bonhomme peuvent prendre, par rapport à la paroi sur laquelle le miroir est accroché.



- La représentation du bonhomme, par un segment [**tp**], dont la «tête» **t** est un *Point sur objet* de la droite **C**, définie comme une perpendiculaire à la droite **S**, par **p**. On respecte ainsi le paramètre «taille» sur lequel il est possible d'agir à volonté.

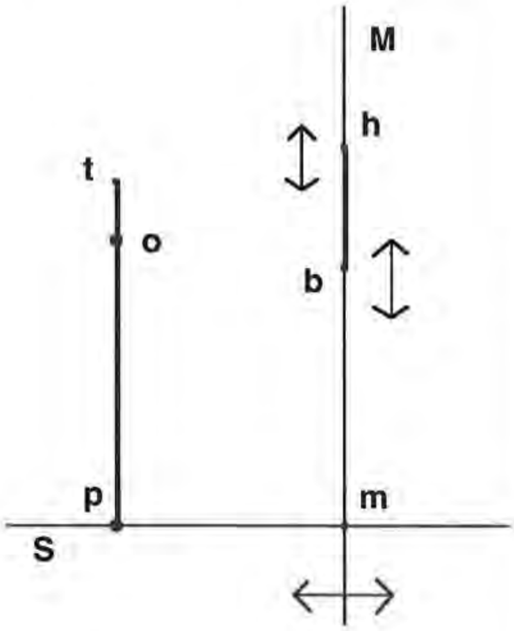


o, qui symbolise l'oeil, est défini comme *Point sur objet* du segment [**tp**]. Ainsi, tout en étant mobile – ne sommes nous pas, en effet, tous différents du sommet du crâne jusqu'au centre de l'oeil ? – le point

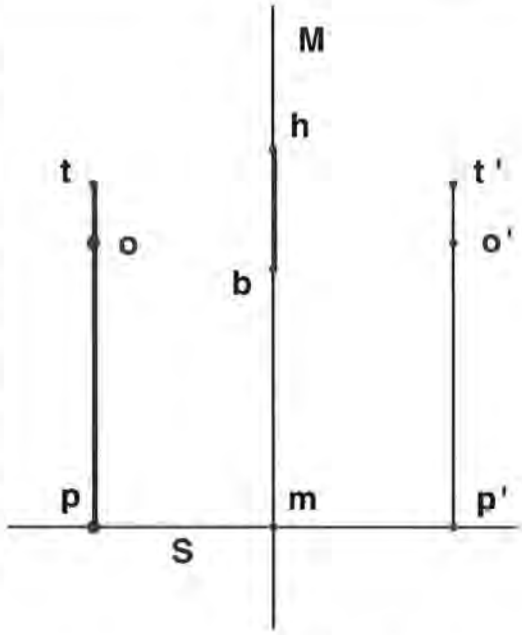
o est «associé proportionnellement» à la taille du personnage. En d'autres termes, quelle que soit la position de **t**, le rapport

$\frac{[\mathbf{to}]}{[\mathbf{to}]}$ demeure constant.

- La représentation du miroir obtenue tout d'abord en plaçant un point **m** comme *Point sur objet* de la droite **S** – on pourra alors agir également sur l'éloignement du plan du miroir – puis, par la construction d'une droite **M**, perpendiculaire à **S**, par le point **m**. Un dernier paramètre à ne pas oublier est la hauteur du miroir, que l'on peut faire varier en définissant un segment **[hb]** dont les extrémités sont des *Points sur objet* de la droite **M**.

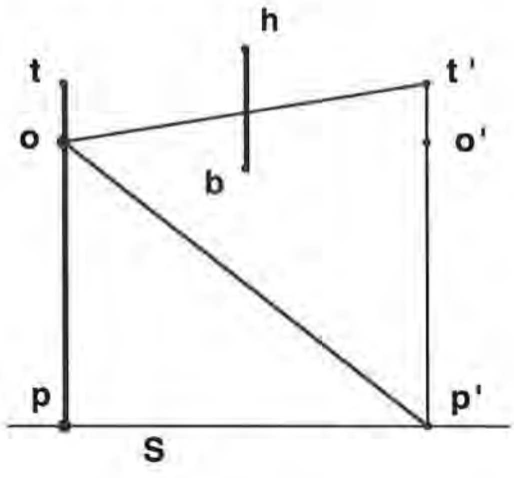


- La représentation de l'image du bonhomme, que l'on obtient à l'aide de l'outil *Symétrique*, appliqué respectivement aux points **t**, **o** et **p**, en référence à l'axe de symétrie représenté par la droite **M**.



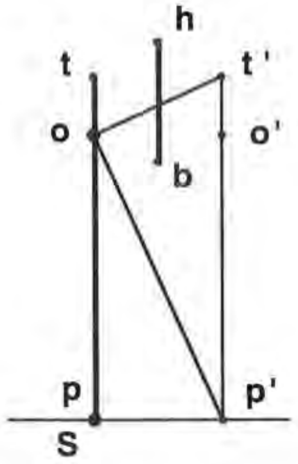
- La représentation de «ce que l'oeil **o** doit visualiser» pour répondre au problème, c'est-à-dire l'angle formé par les points **t'**, **o** et **p'**.

  Au plan didactique, cette manière de procéder comporte un risque qu' il s'agit de souligner : un rayon lumineux part d'un objet en direction de l'oeil et non le contraire, comme la construction pourrait le laisser croire !



La construction étant achevée, l'analyse du problème se déroule dans une succession d'observations, de transformations, de mesures, d'hypothèses, de vérifications et de justifications :

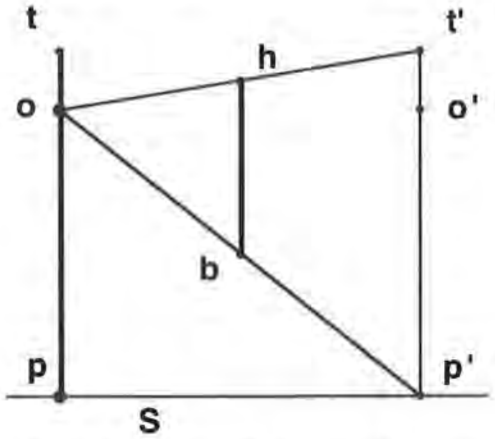
- «*Dans la position actuelle, le bonhomme ne se voit pas entièrement. Il faudrait donc qu'il se rapproche du miroir.*»



- La stupéfaction du résultat obtenu conduit généralement les élèves à procéder de manière inverse, c'est-à-dire à éloigner le bonhomme en partant du principe qu'il se verra en entier «puisqu'il est devenu plus petit !»

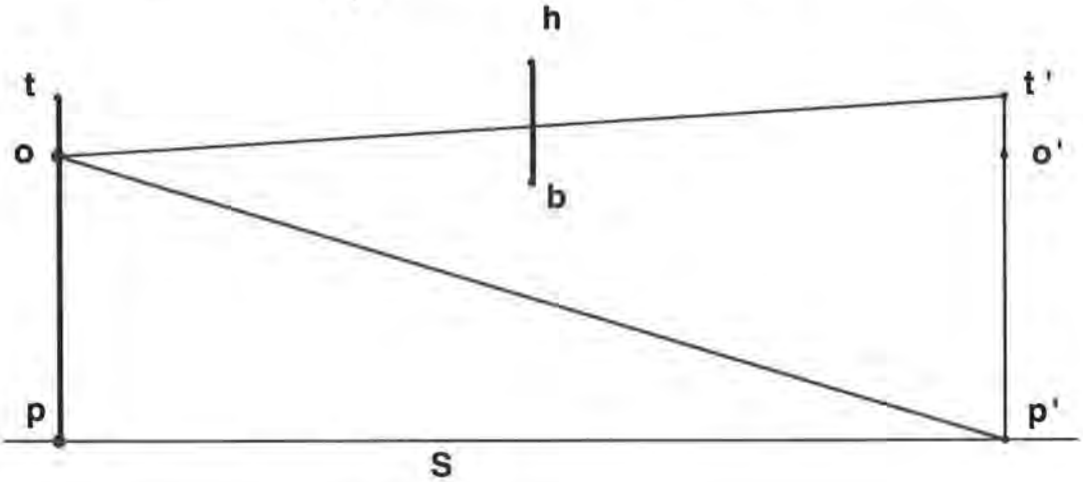
- Là encore, la surprise est de taille. Elle conduit les élèves à réitérer un certain nombre de fois l'action de rapprocher, puis d'éloigner, le point **p**. C'est seulement lorsqu'ils sont convaincus du fait que ce paramètre n'influence pas le problème, qu'ils acceptent de s'intéresser à la taille et à la position du miroir.

  Quelques manipulations suffisent alors pour le positionner correctement, de telle manière que le bonhomme puisse effectivement s'admirer de pied en cap :



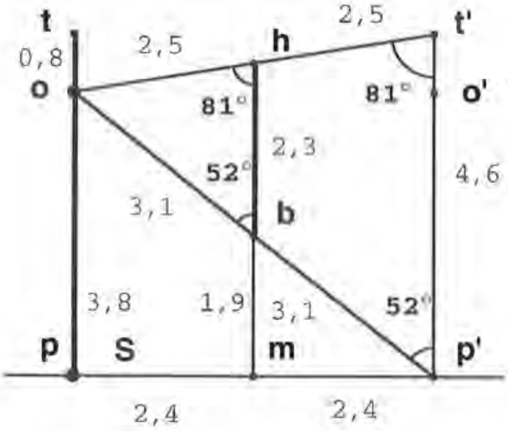
- Le plaisir s'intensifie lorsque les élèves découvrent enfin que cette solution demeure valable, quelle que soit la position du point **p** !

▼



- Le recours à la mesure des segments et des angles offre l'occasion de découvrir l'isométrie de plusieurs de ces éléments, même si les valeurs affichées ne représentent que des approximations.

Bien que la manière de procéder ne constitue pas une justification rigoureuse, elle permet toutefois une première approche «économique» en vue de déceler les propriétés qui pourraient être utile à une tentative de démonstaration ultérieure.

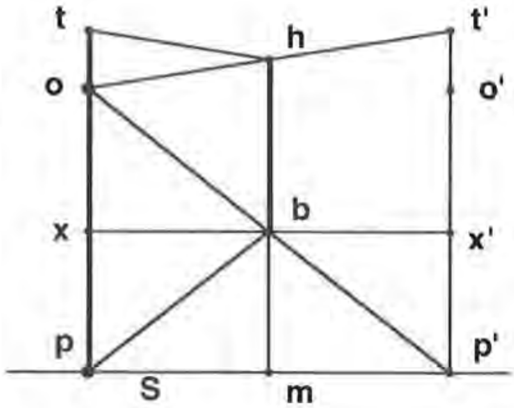


Cette démarche empirique fait notamment apparaître que :

- **h**, **b** et **m** sont, respectivement, les milieux des côtés des triangles **t'op'** et **p'op** ;
- le côté [**t'p'**] du triangle **t'op'** mesure le double du segment [**hb**], c'est-à-dire que la hauteur du miroir doit égaler la demi-taille du bonhomme (découverte de la notion de segment moyen dans le triangle **t'op'**) ;
- le segment [**bm**] mesure la moitié du côté [**op**] du triangle **p'op**, ce qui signifie que la base du miroir doit se situer à mi-hauteur de l'oeil du bonhomme (là encore on retrouve la notion de segment moyen).

- Il ne reste alors qu'à tenter de prouver d'une manière plus scientifique ces différentes constatations ! Pour y parvenir, le maître a tout loisir de compléter à sa guise la figure, afin de faciliter l'émergence des multiples propriétés géométriques dont elle est porteuse.

Les élèves observent et justifient alors un certain nombre de faits, plus ou moins «finement» dont tout ou partie sera nécessaire à la démonstration.



Par exemple :

- [**tp**], [**hb**] et [**t'p'**] sont parallèles par construction ;
- par suite de ce parallélisme, il existe des angles isométriques correspondants (**ohb** = **ot'p'**, ...) et des angles isométriques (**pop'** = **t'p'o**, ...) alternes-internes ;
- plusieurs segments sont isométriques ([**ot**] = [**o't'**], [**xb**] = [**x'b**], ...) par symétrie axiale ;
- d'autres segments sont isométriques ([**ob**] = [**p'b**], [**pb**] = [**o'b**], ...) par symétrie centrale ;
- **b** est le milieu des segments [**op'**] et [**o'p**], parce que ce sont les diagonales du rectangle **opp'o'**;

- on peut montrer que des triangles sont isométriques (Δ **oxb** = Δ **pxb** , Δ **pxb** = Δ **p'x'b** , ...) par l'un des trois cas d'isométrie ;
- on peut montrer que des triangles sont semblables (Δ **hob** ~ Δ **t'op'**, Δ **oxb** ~ Δ **opp'**, ...) par l'un des trois cas de similitude ;
- ...

Finalement, si la rigueur de la démonstration dépend du niveau de connaissance mathématique des élèves, on peut affirmer sans se tromper qu'elle aura été de toute façon favorablement influencée par l'apport de Cabri-géomètre au plan de l'autonomie, dans la mesure où les élèves se révèlent actifs devant leur écran, plutôt que passif dans l'attente de la réponse que le maître apportera tôt ou tard!

Espace mathématique

C.-F. Bagnoud et H. Schild

Organisé par la Commission de Mathématique de l'AVECO (Association Valaisanne des Enseignants du Cycle d'Orientation), «Espace Mathématique» est une compétition interclasses originale, pour les élèves de 1ère et 2ème du CO, dont la première édition vient d'avoir lieu (février 1997).

Cela faisait déjà quelque temps que cette commission se penchait sur un projet d'activités interclasses qui permettent de développer chez les élèves des compétences indispensables à la vie d'aujourd'hui, à savoir la capacité de travailler en équipe, l'autonomie dans l'organisation et le travail ou l'esprit critique dans la confrontation des idées.

Principes

- La classe dispose d'un temps limité (90 minutes, 2 périodes), pour s'organiser, rechercher les solutions de 6 problèmes et en débattre.
- Les élèves doivent produire un seul compte rendu par problème de leurs travaux et solutions. C'est la classe entière qui est responsable des réponses apportées.
- Il n'y a pas que la réponse juste qui compte, les solutions sont jugées aussi sur la rigueur des démarches et la clarté des explications fournies.
- L'enseignant devient observateur, s'abstenant de toute intervention, de quelque nature que ce soit.

Objectifs généraux

- Stimuler le travail de groupe en classe.
- Développer les capacités de l'élève à travailler en équipe en prenant en charge l'entière responsabilité d'une épreuve.
- Offrir une activité de recherche mathématique variée.
- Encourager les échanges entre les professeurs de mathématique.
- Présenter une alternative complémentaire au concours individuel de la FFJM.
- Présenter un lien entre le Rallye mathématique transalpin 3e, 4e, 5e et 6e primaire et Mathématiques sans frontières (9e et 10e).
- Observer ses élèves, voir comment ils utilisent les concepts mathématiques étudiés antérieurement, savoir quelles connaissances ils sont capables de mobiliser correctement, quelles erreurs ils commettent.

Palmarès

Le mercredi après-midi 12 mars 1997, une dizaine d'enseignants se sont retrouvés au CO de Grône afin de corriger les exercices d'Espace Mathématique. Un grand merci à ces volontaires !

Voici, à titre d'exemple, le résultat de la classe gagnante de 1ère ainsi que la moyenne des 27 classes participantes :

Classe	Degré	Niveau	Effectif	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Total
nombre de points				**8**	8	**7**	5	**10**	6	**44**
1 CO	7	1	17	8	8	4	5	8	5	38
Moyenne				5.7	6.3	2.6	3	5.2	4.8	27.4
Moyenne en %				71.3	78.2	37.6	60	52.3	79.6	62.3

Des tableaux analogues ont été établis pour la 2e année du cycle, où la participation s'élevait aussi à 27 classes.

Voici le concours de 1ère année ainsi que quelques solutions collectives qui illustrent l'intérêt de l'épreuve au plan des mathématiques, de leur enseignement et de leur apprentissage.

1. Quel nombre !

Comment faut-il mettre les signes « + » entre les chiffres du nombre :

9 8 7 6 5 4 3 2 1

pour obtenir une somme égale à 99 ?

Combien ce problème a-t-il de solutions et lesquelles ?

2. Quelle construction !

Construis six triangles rectangles isocèles différents dont le segment [ab] est l'un des côtés. (Le segment ab doit rester dans cette position)

3. Que d'élèves !

Les élèves d'une classe suivent des cours de langues: italien, anglais et allemand.

On sait que 9 suivent l'italien, 11 l'anglais et 6 l'allemand.

On sait encore que 5 suivent l'italien et l'anglais, 3 l'anglais et l'allemand, 4 l'italien et l'allemand.

On sait enfin que 2 apprennent les trois langues.

Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?

4. Dix pièces et pas plus !

Vous avez 10 pièces de 1 franc et pas plus.

Comment les placer pour avoir cinq lignes de 4 pièces ?

5. Master Mind.

Trouve toutes les combinaisons logiques de quatre signes pour compléter la 4ème ligne.

A droite, la lettre X signifie que dans l'essai un signe se trouve à sa position juste.

1	Π	α	β	Ω	**ZZ**
2	Ω	♥	ϕ	◆	**XZZ**
3	◆	ϕ	Ω	α	**XXZZ**
4	?	?	?	?	**XXXX**

La lettre Z indique qu'un signe existe dans la solution, mais qu'il n'est pas à la bonne place.

6. La marguerite.

J'effeuille une marguerite en récitant :

«Mathématiques je vous aime un peu» (j'enlève le premier pétale) «beaucoup» (j'enlève le deuxième pétale) «passionnément» (j'enlève le troisième) «à la folie» (j'enlève le quatrième) et je recommence ma comptine.

Pour une marguerite à 10 pétales ma conclusion serait donc: «Je vous aime beaucoup».

Avec une marguerite à 47 pétales, quelle sera ta dernière expression ?

Pour une autre à 259 pétales ! Quelle sera ta conclusion ?

Et pour 4737 pétales ?

Quelques productions

Exercice 1.

Nous avons tout d'abord trouvé une solution:
9+8+7+65+4+3+2+1=99

Nous en déduisons qu'il n'est donc pas possible de combiner les trois premiers chiffres 9,8 et 7 ex. 9+87+6+5+4+3+2+1=107

Il nous reste donc plus que ces possibilités:

1. 9+8+7+6+54+3+2+1=90
et ce calcul, on pourrait encore combiner le 3, le 2 ou le 1 mais cela donnerait une somme plus grande que 99.

2. 9+8+7+6+5+43+2+1=81
On peut encore combiner le 2 et le 1 ce qui donne
9+8+7+6+5+43+21=99

3. 9+8+7+6+5+4+32+1=72
Cela ne va pas non plus. il nous reste donc plus qu'une possibilité:

9+8+7+6+5+4+3+21=63
Ce qui ne marche pas.

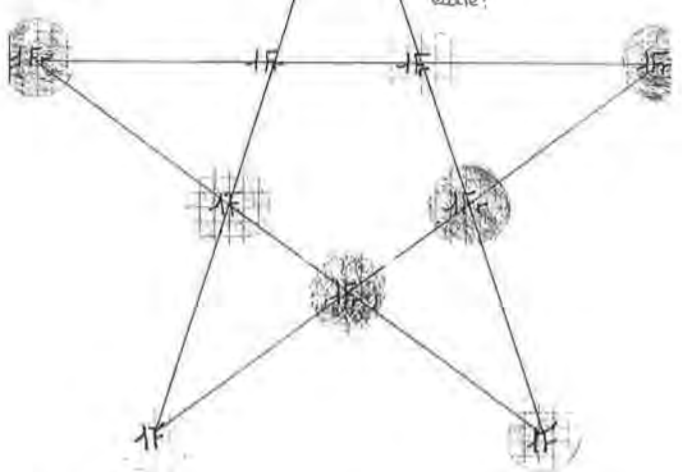
Donc il n'y a que 2 solutions à ce problème.

Exercice 4.

Solution de l'exercice 4.

Dans l'exercice, vous parlez de lignes hors vous ne préciez pas si se sont des lignes droites ou des lignes courbes.

Pour trouver la solution, ils nous a fallu 10 jetons. Après de multiples essais, nous avons enfin trouvé la solution : une étape !



Exercice 5.

1: ~~Π~~ a ~~β~~ Ω ZZ
2: Ω ~~♡~~ ø ◊ XZZ
3: ◊ ø Ω a XXZZ

La 3e ligne comporte tous les signes de la solution mais deux signes sont mal placés.
Les signes Π, β, ♡ ne peuvent pas être dans la solution parce qu'ils ne sont pas dans la 3e ligne.

1: ~~Π~~ a ~~β~~ Ω ZZ

Dans la 1e ligne les signes juste mais mal plagés sont a et Ω.

2: Ω ~~♡~~ ø ◊ XZZ

A la 2e ligne, il y a 3 possibilités de signes placés juste.

Donc les combinaisons sont : Ω ø ◊ a
a ø Ω ◊ (voir point 2)
◊ Ω ø a

Le a ne peut pas aller à la 2e place à cause qu'à la 1e solution il est juste mais mal placé.
Le Ω ne peut pas aller à la 4e place car dans la 1e solution il est juste mais mal placé.
A la 3e ligne, il y a 2 signes bien placés

Jeux du commerce : quelques nouveautés

Gabrielle Baechler [1]

[ndlr] *Voici quatre nouveaux jeux qui auraient leur place dans le «coin mathématique», tant sont étroits leurs rapports avec les notions construites et les compétences développées au cours des premières années d'école primaire : voisinage, frontière, continuité de lignes, formes géométriques, représentation de déplacements, anticipation, recherche de stratégies, déduction, etc.*

MUTABOR
Dans le labyrinthe du calife

Voici un jeu de société très original qui offre une grande variété de labyrinthes à parcourir selon des déplacements équivalents au jeu d'échec.

Les enfants dès huit ans trouveront un grand plaisir à parcourir ces différents labyrinthes illustrés de dessins asiatiques attrayants. Ce jeu leur développera le sens de l'orientation, de la stratégie et de l'observation.

Dès huit ans.
Pour 2 à 4 joueurs.
Durée d'une partie : 30 à 40 minutes.

BATIK

BATIK est un jeu d'observation et d'estimation formé de pièces géométriques à insérer dans un support transparent. Qui arrivera à introduire toutes ses pièces sans déborder du tableau ?

Les parties étant courtes, BATIK peut être joué à partir de six ans sous forme de match en variant les règles, ce qui offre des possibilités intéressantes au jeu.

Dès six ans.
Pour 2 joueurs.
Durée d'une partie : 5 minutes
Durée d'un match : 10 à 20 minutes.

1 Boutique Interlude, Livres et jeux créatifs pour la jeunesse. (Rue André-Piller 33B, 1762 Givisier, tél. 026 / 46 71 10). On peut se procurer ces jeux à l'adresse ci-dessus ou dans tout autre magasin spécialisé en jeux éducatifs.

AVALAM

AVALAM est un superbe jeu en bois d'empilements et de mouvements dont le but est de constituer un maximum de tours de 1 à 5 éléments. La stratégie est variée puisqu'il faut tantôt rapprocher, tantôt isoler, assurer ses tours ou diminuer celles de l'adversaire.

L'apprentissage de ce jeu est rapide, les parties vives, brèves et riches en rebondissements.

Dès 6 à 8 ans.
Pour deux joueurs.
Durée : 15 à 30 minutes.

QUORIDOR

QUORIDOR est un beau jeu de stratégie en bois qui a l'avantage d'être conçu pour 2 à 4 joueurs. Le but est d'atteindre la ligne opposée à sa ligne de départ en offrant le choix tactique du déplacement de son pion ou de la pose d'une barrière qui retarde son adversaire.

Les possibilités d'actions pour ce nouveau jeu, qui attire l'oeil et le fin stratège, sont multiples.

A partir de 6 à 8 ans.
Pour 2 à 4 joueurs.
Durée d'une partie : 10 à 20 minutes.

Apprivoiser l'infini

André Deledicq, Francis Casiro. ACL-Editions 1997.

Que peut-on dire de raisonnable sur l'infini ? Est-il possible d'en dire à la fois, la fascination, le rêve, l'émerveillement tout en essayant d'y voir plus clair ? En découvrant ce que les mathématiciens ont dit et pensé de l'infini ? En apprenant comment différents «infinis» peuvent coexister ? En sachant reconnaître ceux qui sont identiques et ceux qui ne le sont pas ? En approchant les limites de ce qui est immense ou négligeable, infiniment grand ou infiniment petit ?

Pour avoir une idée de quelques réponses possibles, il suffit d'ouvrir ce livre qui compte 96p pour le prix de CHF 25.- (*voir p. 3 de couverture*)

5e Rallye : fin de la deuxième épreuve et finale

[ndlr] *Le numéro 177 de Math-Ecole ne présentait, par manque de place, que quelques sujets de la deuxième épreuve du 5e rallye mathématique transalpin. Voici donc les autres questions proposées aux concurrents, puis l'intégralité des sujets de la finale.*

ADDITION A COMPLETER

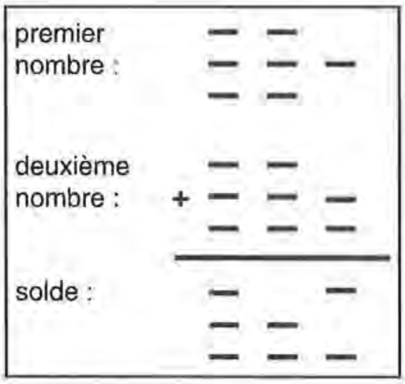
Monsieur Mathieu a un problème : son imprimante écrit les traits horizontaux des nombres, mais n'écrit plus les traits verticaux.
Avant cette panne, elle imprimait les nombres de cette manière :

Maintenant, au lieu d'imprimer un (huit) :  voilà la résultat :  !!!

Aidez-le à retrouver le résultat de cette addition de deux nombres de trois chiffres :

Y a-t-il plusieurs solutions ?

Si oui, notez toutes les solutions que vous avez trouvées.



***

Moutons

Achille demande au berger Joseph combien il possède de moutons. Joseph lui répond : je ne sais pas exactement mais j'en ai à peu près 300.

Si je les compte par deux, par trois, par quatre, par cinq ou par six, il m'en reste toujours un. Mais si je les compte par sept, il n'en reste pas.

Selon vous, combien Joseph possède-t-il de moutons ?

Expliquez comment vous avez obtenu votre réponse.

LETTRES MANQUANTES

Dans le cadre qui suit, écrivez un nombre en toutes lettres sur la ligne pour que la phrase soit vraie.

(On ne tient pas compte des traits d'union qui ne sont pas des lettres).

La phrase écrite dans ce cadre a
____
lettres

Indiquez comment vous avez trouvé votre (vos) solution(s).

✳ ✳ ✳

DU RECTANGLE AU CARRE

Dessinez un rectangle de 9 cm sur 16 cm et découpez-le pour reconstituer un carré avec toutes les pièces obtenues.

En combien de pièces, au minimum, faut-il découper le rectangle pour former un carré, avec les mêmes pièces ?

Donnez toutes les indications nécessaires et indiquez votre raisonnement.

✳ ✳ ✳

LE PANIER DE POMMES

Trois jeunes filles portent un panier de pommes.

Elles rencontrent neuf garçons et leur donnent à chacun le même nombre de pommes. Il ne reste plus aux trois jeunes filles que la moitié de leurs pommes. Mais, lorsqu'elles se les partagent, chacune des filles a 10 pommes de plus que chaque garçon.

Combien y avait-il de pommes dans le panier des jeunes filles avant qu'elles ne rencontrent les garçons ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

✳ ✳ ✳

JUMEAUX ET TRIPLES

J'ai cinq enfants : des jumeaux et des triplés. La somme de tous leurs âges est 45. Si vous échangez les âges des jumeaux et des triplés, la somme devient 50.

Combien d'années se sont-elles écoulées entre la naissance des jumeaux et celle des triplés ?

Expliquez votre démarche.

✳ ✳ ✳

LE COFFRE

Une bande de pirates découvre un coffre rempli de pièces d'or qu'elle se partage de la façon suivante :

- Le chef prend 126 pièces en premier.
- Le deuxième prend la moitié de ce qu'a pris le premier, et encore 1 pièce.
- Le troisième prend la moitié de ce qu'a pris le deuxième, et encore 2 pièces.
- Le quatrième prend la moitié de ce qu'a pris le troisième, et encore 3 pièces.

Et ainsi de suite, le partage se poursuit. Le dernier ayant pris sa part, le coffre est vide et l'avant dernier constate qu'il a une pièce de moins que le dernier.

Combien y avait-il de pièces au départ ?

Combien y a-t-il de pirates ?

Expliquez votre raisonnement.

La finale

Du 1 au 11 juin, à Parma, Siena, Pesaro, Cagliari, Aoste, Bourg-en-Bresse, Yverdon-les-Bains, les classes finalistes du 5e Rallye mathématique transalpin se sont rencontrées pour l'ultime confrontation de la saison. Beaucoup d'enthousiasme, de plaisir et, surtout, une forte envie de recommencer l'année prochaine. Un seul regret : sur l'ensemble des 300 classes ayant participé aux premières épreuves, une cinquantaine seulement ont pu être accueillies en finale, pour des problèmes matériels d'organisation alors que toutes l'auraient mérité, tant l'engagement fut réel et total au cours de l'année.

Les 15 classes romandes (sur 104) regroupées à Yverdon gardent un excellent souvenir de cette journée du 11 juin, souvent combinée avec une course d'école. Il y avait un peu de fébrilité, beaucoup de concentration, de l'excitation même en fin d'épreuve. Puis, trente minutes plus tard, après un petit goûter et quelques jeux pour tromper l'attente, c'était la proclamation des résultats, sous un soleil de plomb: tous primés et heureux d'avoir passé ce mercredi après-midi avec d'autres copains, dans un décor et une ambiance inhabituels. Maîtres, élèves, organisateurs, parents auront pris un bon bain de maths cet après-midi.

Voici les sujets de cette finale, dans leur version française, répartis ainsi :

Catégorie 3 (classes de troisième) : problèmes 1 à 6, Cat. 4 : 3 à 9; Cat. 5 : 6 à 13; Cat. 6 : 6 à 14.

Seul, le problème 6 était commun aux quatre catégories.

A leur lecture, on constate que la tâche n'était pas facile, surtout pour les premières catégories où les élèves sont bien jeunes. Certains énoncés résistaient, les premières idées n'étaient pas toujours les bonnes et il fallait en changer, il était parfois difficile de juger que la réponse trouvée était la bonne et la meilleure. Il y avait cette spirale qui tourne et dont on ne voit pas le bout, ce satané grand-père Carpe dont on arrivait pas à situer le bout de la queue, ces carrés qui se recouvrent, les horribles pogs d'Alain et d'Aline dont la somme ne donne pas toujours 10, 11, 12, ou 13, et cette Giuseppina qui aurait pu simplement venir à Yverdon plutôt que de vouloir passer par tous les patelins de Suisse romande sans que deux d'entre eux ne commencent par la même lettre!

Tous ont fait des mathématiques, trouvé quelque chose, eu de la peine peut-être mais du plaisir surtout : celui d'arriver à trouver quelque chose. En réalité, il n'y a pas eu d'autres gagnants que les mathématiques et la résolution de problèmes dans ce rallye.

L'an prochain, le 6e rallye battra de nouveau tous les records de participation. Les personnes intéressées sont priées de prendre contact avec l'équipe d'organisation, à l'adresse de la rédaction. Première rencontre, le mercredi 24 septembre. Journées d'étude sur les apports didactiques du Rallye, les 1 et 2 novembre. Renseignements dans le numéro 179 de *Math-Ecole*, avec les solutions des problèmes qui suivent !

1. LES ABSENTS

755, 537, 377, 355, 573, 333, 357, 375, 577, 773, ...

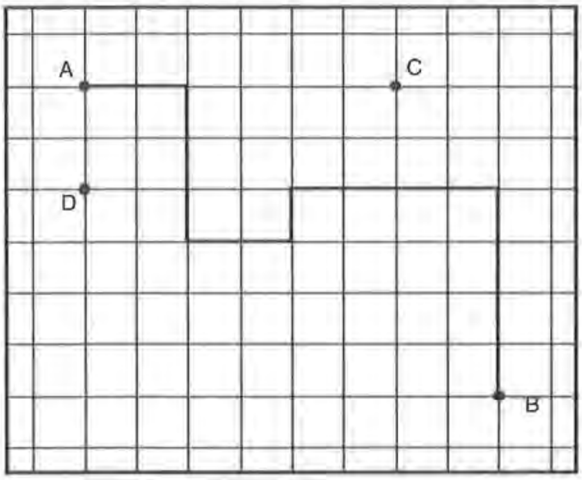
Il y a beaucoup de désordre dans cette liste et il manque encore plusieurs nombres pour avoir tous les nombres de trois chiffres, formés avec des «3», des «5» ou des «7».

Quels sont les nombres qui manquent ?

Ecrivez tous les absents.

2. DETOURS

On a dessiné un chemin menant de A à B et qui mesure 16 cm.



Dessinez un deuxième chemin menant de A à B, passant par C, de 30 cm de longueur.

Dessinez encore un troisième chemin menant de A à B, passant par D, le plus long possible.

Tous les chemins doivent suivre les lignes du quadrillage, sans sortir du cadre du rectangle, sans se croiser ni se toucher.

* * *

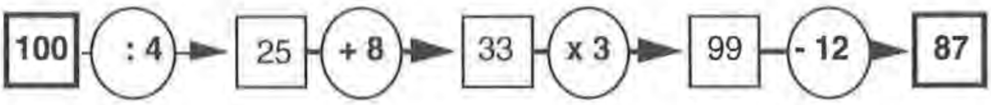
3. OPÉRATIONS EN CHAÎNE

A partir du nombre 100, on effectue une seule fois chacune des quatre opérations :

additionner 8 ; soustraire 12 ; multiplier par 3 ; diviser par 4

Dans quel ordre faut-il effectuer ces quatre opérations pour obtenir le plus petit nombre possible au bout de la chaîne ?

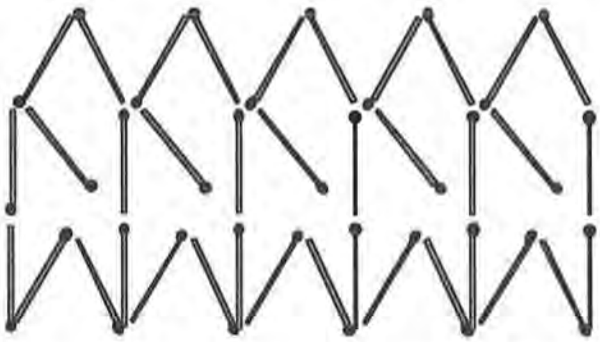
Par exemple, si on commence par la division et si l'on continue par l'addition, la multiplication et la soustraction, on obtient 87, mais on peut obtenir des nombres plus petits.



A vous de jouer ! Notez tous vos essais.

4. RIBAMBELLE

Sophie a 5 boîtes d'allumettes qui contiennent chacune 34 allumettes. Pour construire cette ribambelle de cinq bonhommes, elle a déjà utilisé plus d'une boîte. Elle décide de continuer jusqu'à sa dernière allumette.



Combien de bonhommes pourra-t-elle construire dans sa ribambelle, avec ses 5 boîtes ?

Justifiez votre réponse.

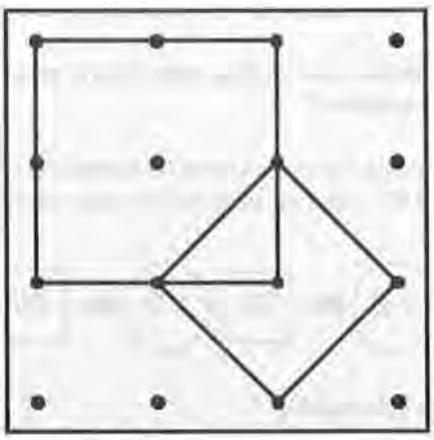
***

5. LES CARRES

Dans ce cadre, 16 points sont marqués. On a déjà formé deux carrés, dont les sommets sont quatre de ces points. On pourrait en construire beaucoup d'autres.

Combien peut-on construire de carrés, en tout, dont les sommets sont quatre des 16 points donnés ?

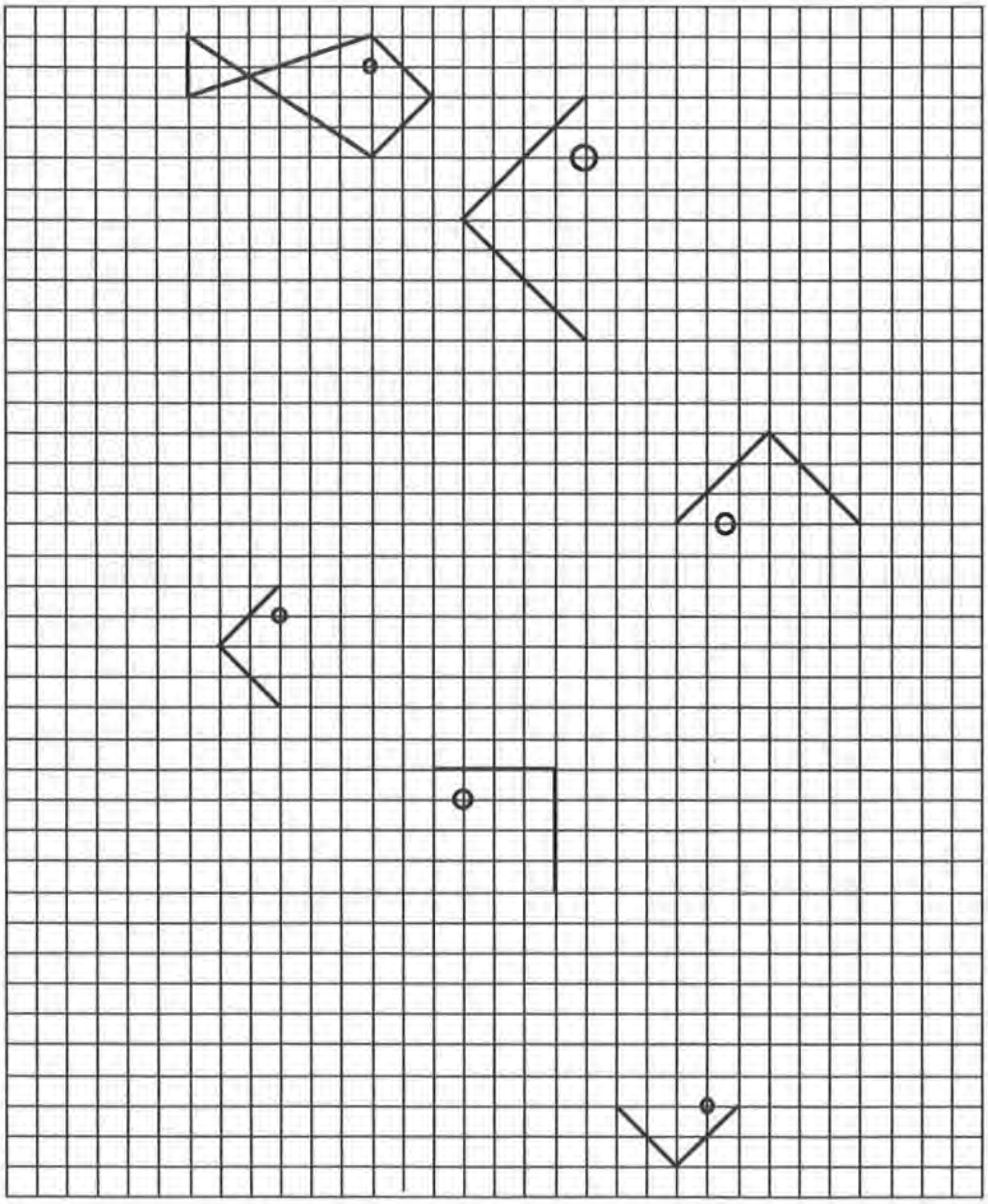
Expliquez comment vous les avez trouvés.



6. L'AQUARIUM

Dans cet aquarium, il y a toute la famille Carpe : le grand-père Carpe, papa et maman Carpe et leurs trois enfants, dont l'un est déjà dessiné entièrement. Naturellement, ils se ressemblent tous. Même s'ils n'ont pas toujours la même taille, ils ont exactement la même forme.

Complétez les dessins des autres membres de la famille Carpe.



Faites des dessins les plus précis possibles.

7. LE BEAU COUPLE

Mon mari est plus âgé que moi dit Mme Dupont, mais nos deux âges s'écrivent avec les mêmes chiffres.

Quand nous nous sommes mariés, il y a 28 ans, la somme de nos deux âges était égale à l'âge de mon mari aujourd'hui.

Quels sont les âges des époux Dupont ?

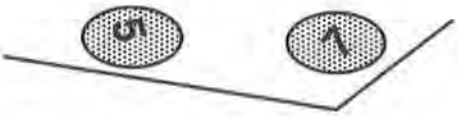
Expliquez comment vous avez trouvé.

* * *

8. POGS DE NOMBRES

Alain a écrit quatre nombres différents, inférieurs à 10, un sur chacune des faces de deux pogs. Il jette ses pogs et calcule la somme des deux nombres visibles lorsqu'ils retombent sur la table.

Cette fois, il a obtenu : 5 + 7 = 12.



Avec ces mêmes pogs, il peut aussi obtenir une somme de 10, de 11, ou encore de 13, mais aucune autre.

Quels sont les nombres qu'Alain a écrits sur les deux autres faces de ses pogs, au verso du 5 et au verso du 7 ?

Aline a également deux pogs qui lui permettent aussi d'obtenir soit 10, soit 11, soit 12 ou soit 13. Mais ses nombres ne sont pas tous différents et il n'y en qu'un seul qui est impair.

Quels sont les nombres écrits sur chacun des pogs d'Aline ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

9. RESEAU TRIANGULAIRE

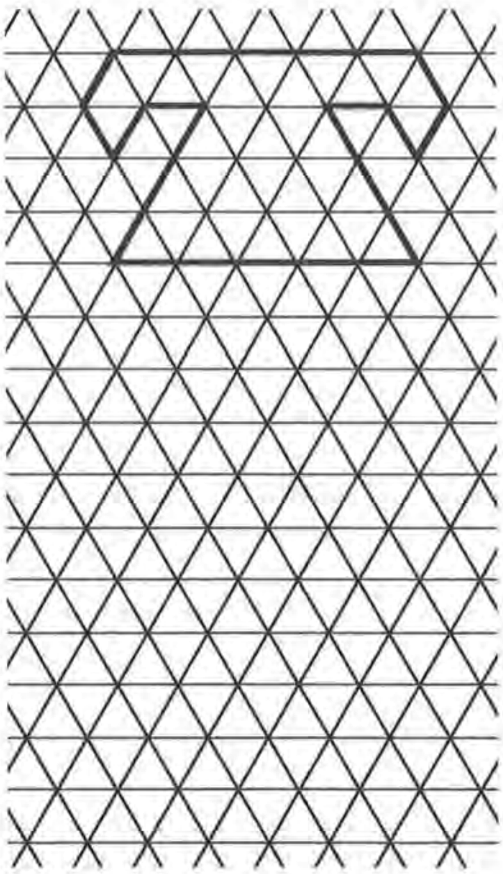
Dans ce réseau triangulaire, tous les triangles ont 1 cm de côté.

Le polygone dessiné, en forme de téléphone, a un périmètre de 24 cm et a une aire de 34 triangles entiers.

Combien de triangles entiers au maximum peut contenir un polygone de 24 cm de périmètre, dont tous les côtés sont tracés sur les mailles du réseau?

Combien de triangles au minimum peut contenir un polygone de 24 cm de périmètre ?

Dessinez ces deux polygones et indiquez leur aire.



10. MONNAIES DE TRANSALPIE

Au royaume de Transalpie, il n'y a que des pièces de 4 FL et des billets de 7 FL.
(FL désigne le franc-lire).

Tous les prix affichés doivent pouvoir être payés sans devoir rendre la monnaie.

La marchande du kiosque ne peut pas vendre de glaces à 1 Fl, 2 FL et 3 FL. Son plus petit prix est de 4 FL.

Le directeur du Prisunic ne peut pas annoncer «Tout à 10 FL» qu'on ne peut pas payer exactement. Mais il peut proposer des prix «Tout à 11 FL», que les clients payeront avec une pièce et un billet.

Pour aider les commerçants du royaume de Transalpie, écrivez la liste de tous les prix possibles (en bleu) et de tous les prix impossibles (en rouge), de 1 à 50 FL.

Expliquez comment se payent les prix possibles.

▶▲

* * *

11. VOYAGE TOURISTIQUE

Giuseppina, vient d'Italie pour une visite de cinq jours en Suisse romande. Elle désire visiter chaque jour un canton différent, où se déroule le 5e Rallye mathématique transalpin : Neuchâtel, Vaud, Fribourg, Genève, Valais.

Dans chaque canton, elle ne peut visiter qu'une seule ville. Pour le canton de :
Neuchâtel : Neuchâtel ou Le Locle,
Vaud : Lausanne, Morges, Aigle ou Nyon,
Fribourg : Fribourg, Bulle ou Morat,
Genève : Genève,
Valais : Sion ou Martigny.

Mais elle ne veut en aucun cas, au cours de son voyage, visiter deux villes dont le nom commence par la même lettre.

Combien a-t-elle de choix possibles ?

Pour chaque choix, indiquez les cinq villes des cantons différents.

* * *

12. CHAUSSONS

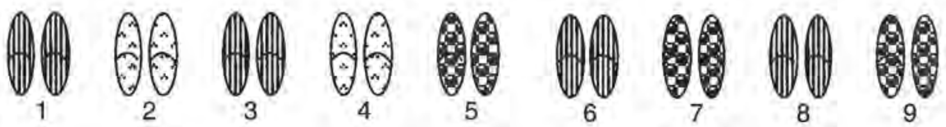
Neuf enfants ont aligné leurs chaussons.

- Ceux d'Amélie sont dans un bord.
- Ceux de Baptiste sont rayés.
- Ceux de Carla sont à côté de ceux de Baptiste.
- Ceux de Daniel sont à pois.
- Ceux d'Emilie ont le même dessin que ceux d'Amélie.

▶

- Ceux de Fabien sont dans un bord.
- Ceux de Géraldine sont à gauche de ceux de Daniel.
- Ceux d'Hervé sont à côté de ceux d'Amélie.
- Ceux d'Isaline ne sont pas rayés et sont à côté de ceux de Fabien.

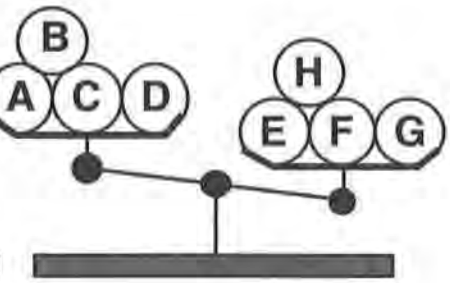
Retrouvez les propriétaires de ces chaussons.



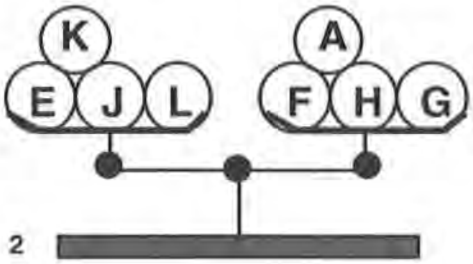
13. BALANCES

Mathieu possède douze billes, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, **G**, **H**, **I**, **J**, **K**, et **L**. Elles ont toutes le même poids, sauf une.

Il a effectué trois pesées sur une balance à plateau, dont voici les résultats :



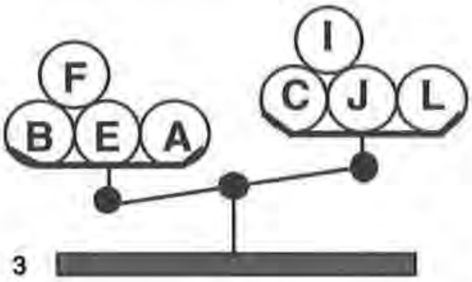
1



2

Quelle est la bille qui est différente des autres ?

Est-elle plus lourde ou plus légère ?
Expliquez votre raisonnement.



3

* * *

14. NOMBRES EN COLIMAÇON

Les nombres de 1 à 51 sont déjà écrits, en colimaçon.

51 est dans la 4e colonne à droite de celle de 1 et dans la 2e ligne au-dessous de celle de 1.

Si l'on continue ainsi, où se situera le nombre 452 ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

37	36	35	34	33	32	31	
38	17	16	15	14	13	30	
39	18	5	4	3	12	29	
40	19	6	1	2	11	28	
41	20	7	8	9	10	27	
42	21	22	23	24	25	26	51
43	44	45	46	47	48	49	50

Aux organisateurs du 5e rallye mathématique transalpin.

Nous remercions les organisateurs pour les intéressants problèmes posés lors du 5e rallye mathématique transalpin, qui nous ont passionnés, ainsi que pour les brochures de jeux reçues à l'occasion de notre participation.

La classe 6P3 de la Tour-de-Peilz

Sabrina

Murielle

Esther

[illegible]

Rachel

Aurélie

David

Jasmina

Yannick

Thierry

Carolyn

[illegible]

Louis

Aline

Elodie

Alexandre

Daniel

Odin

Jules

Sébastien

[illegible]

Raphaël

Sophie

Bastien

[illegible]

Nicolas Maggio
En Baudiaz
1690 Villaz-St-Pierre

Villaz-St-Pierre, le 19 juin 1997

RALLYE MATHEMATIQUE
TRANSALPIN
Case postale 54
2007 NEUCHATEL

Mesdames et Messieurs,

Merci pour la BD Astérix que je viens de recevoir au courrier. Bien sûr que je garde un bon souvenir de la finale à Yverdon et j'espère que mon Maître de 5P/6P, Monsieur Pasquier, participera avec nous aux prochains rallyes.

C'est génial les maths! Le travail par équipe stimule.

Bonnes vacances

Nicolas Maggio

[ndlr] *Dans les notes de lecture du numéro 176, nous avons malencontreusement oublié de mentionner l'auteur de la présentation de l'ouvrage «Reconstruire la même quantité ailleurs : Comment procèdent les jeunes enfants ?». Il s'agissait de Mme Anne Meyer de Chexbres, que nous remercions pour sa contribution.*

LES JEUX MATHÉMATIQUES
Michel CRITON, Paris : PUF, 1997 (collection «Que Sais-je», no 3220).

L'engouement actuel pour les jeux mathématiques n'est pas un phénomène isolé, ni une mode. On en comprendra les origines, l'ampleur et l'intérêt en lisant cet ouvrage de la collection «Que sais-je», paru dernièrement sur le sujet.

Michel Criton, son auteur, sait de quoi il parle. Il est lui-même mathématicien, animateur du «Championnat international de jeux mathématiques et logiques», dont il a «inventé» nombre de ses jeux-problèmes. En quelques pages il dresse un historique des jeux mathématiques de l'Égypte antique à nos jours et il les situe dans le paysage des activités intellectuelles, par rapport aux jeux, aux mathématiques et aux activités intellectuelles qu'on appelle puzzles, énigmes, casse-tête et autres défis qui nécessitent ingéniosité, volonté et patience.

Selon sa définition, pour entrer dans la catégorie des jeux mathématiques, un problème doit satisfaire les trois conditions suivantes :

- être d'accès facile, c'est-à-dire se définir en termes simples, ne faisant appel qu'à des notions mathématiques élémentaires connues de chacun ;
- intriguer, proposer un défi pour susciter la curiosité et l'envie de chercher ;
- conduire à une résolution susceptible de distraire, d'amuser, voire d'étonner celui qui l'entreprend.

Certaines situations-problèmes proposées dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques peuvent être considérées comme des jeux mathématiques pour autant que leur présentation et leur caractère s'inscrivent dans la définition précédente.

Les grands classiques sont évoqués dans l'ouvrage, du problème des «boeufs» proposé par Archimède à ceux des tournois et concours actuels, en passant par la Chine, l'Inde, l'Islam, le Moyen Age européen et les problèmes du *Liber Abaci* de Fibonacci, la Renaissance avec les problèmes de Nicolas Chuquet, de Claude Gaspar Bachet, sieur de Méziriac, le XVIIe siècle avec les défis que se lançaient Pascal, Descartes, Fermat, Mersenne, le XIXe siècle avec les jeux-problèmes des mathématiciens anglais comme Hamilton, Cayley, de Morgan, Dodgson, Carroll, la période de créativité intense à cheval sur les XIXe et XXe siècles avec Sam Loyd, Dudeney, Lucas, puis Gardner.

L'auteur procède ensuite à une intéressante classification des jeux mathématiques qui pourraient bien se révéler utile pour tous ceux qui cherchent à mettre un peu d'ordre dans leur collection de problèmes à caractère ludique.

Relevons encore qu'au travers de ces pages on rencontre une bonne cinquantaine de jeux mathématiques ou problèmes dont les solutions - fort opportunément - figurent en fin d'ouvrage.

En conclusion, on retire de la lecture de cet ouvrage la conviction que les jeux mathématiques sont profondément enracinés dans l'histoire humaine et qu'ils continuent à susciter une activité créative extraordinairement vivace dont les mathématiques, comme leur enseignement et leur apprentissage, peuvent tirer un grand profit.

Mots-clés : problème, jeux, mathématiques, curiosités, défis.

Destinataires : amateurs de jeux mathématiques, maîtres, organisateurs de concours mathématiques.

F.J.

L'ÉCOLE POUR LA VIE: Ne dites jamais je suis nul en maths.
Eric EMERY, L'Âge d'Homme, Lausanne, 1996.

«Je m'adresse ici aux théoriciens de la pédagogie» (Avertissement). C'est ce que dit l'auteur, mais le lecteur s'apercevra très vite que l'ouvrage concerne tous ceux qui, spécialistes de l'enseignement ou non, réfléchissent à ce que signifie former ceux qui demain feront le monde. L'auteur adopte une démarche en six parties :

1. ce que l'on sait aujourd'hui de l'intelligence.
2. ce que Ferdinand Gonseth a apporté à la réflexion sur la science.
3. que la mathématique est une création de la pensée, qu'elle a une histoire, et ce qu'elles est.
4. une réflexion sur la méthodologie de l'apprentissage en général et sur :
5. celle des mathématiques en particulier.
6. qu'il ne faut jamais dire *Je suis nul en maths!*

Suit une postface dans laquelle l'auteur, fort de son expérience, expose sa façon personnelle de voir l'école.

Eric Emery est un homme qui aime à méditer et à regarder derrière les apparences, mais c'est aussi quelqu'un qui connaît les exigences du quotidien. Son livre offre de très nombreux exemples concepts et propose même aux enseignants un certain nombre d'exercices pratiques. Il sait parfaitement que d'autres que lui se sont penchés sur les problèmes dont il traite, son érudition est même exceptionnelle, et il propose quelques lectures fondamentales sur chacun des thèmes qu'il traite.

Un tel livre ne se résume pas, il faut le lire, mais quelques idées s'imposent. L'homme est d'un seul tenant et c'est la même intelligence qui a fait triompher la raison dans la construction des mathématiques et qui a produit les oeuvres artistiques qui honorent le génie humain. Il serait dès lors aberrant de faire une coupure entre le rationnel et l'affectif. Les mathématiques sont certes éminemment abstraites, elles offrent un monde tout de cristal et de transparence, mais elles ont en même temps une dimension merveilleusement esthétique. Nous ne connaissons que trop les blocages de tant de jeunes - et pas seulement d'eux - face aux mathématiques, mais les échecs des élèves sont moins les leurs que ceux d'un système. C'est lui qu'il faut repenser et Eric Emery nous aide à le faire.

«Non, l'avenir n'est à personne ! Sire !» Oui, l'avenir est à ceux qui sont nos élèves et il sera ce que nous leur permettront d'être.

Destinataires : maîtres, parents, responsables politiques, tout homme de culture.

Mots clés : élève, enseignement, épistémologie, mathématiques, méthodologie, pédagogie.

Jean-Blaise Grize

Neuchâtel 98

CIEAEM 50

Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques.

International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Education.

Information: IRDP, cp 54, CH-2007 Neuchâtel 7 tél: ++(41) (32) 889 86 09 fax: ++41 (32) 889 69 71
E-mail: francois.jaquet@irdp.unine.ch Internet: http://www.unine.ch/irdp/cieaem/

CIEAEM 50 à Neuchâtel, en août 1998.

En 1998, du 2 au 7 août, Neuchâtel accueillera la 50e rencontre de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM).

Un grand rassemblement autour de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

On attend à cette occasion de 200 à 300 participants, d'une trentaine de pays, directement concernés par l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques : enseignants de tous niveaux, didacticiens, chercheurs. Les travaux s'organiseront sous des formes très diverses : conférences plénières, groupes de travail, communications en parallèle, ateliers, expositions, présentations par affiches rencontres et échanges informels.

Une réflexion dans la durée.

La CIEAEM est de loin le plus ancien groupe de réflexion créé au plan international sur le thème de l'enseignement des mathématiques. Sa fondation remonte à 1950, dans la période de l'après-guerre, sous l'impulsion conjointe des mathématiciens, psychologues et pédagogues et d'une société en forte évolution technologique. Au rythme d'une rencontre environ par année, la commission a permis à un nombre croissant de participants, confrontés aux innovations de leur discipline, d'établir les liens et contacts nécessaires sur les plans nationaux et internationaux.

La CIEAEM, un espace de rencontre entre tous les partenaires concernés par l'enseignement des mathématiques.

Il existe d'autres commissions internationales sur le thème des mathématiques et de leur enseignement : ICME (International Commission of Mathematics Education) met sur pied, chaque année bissextile, depuis 1966, de gigantesques réunions de plus de 3000 mathématiciens et professeurs; PME (Psychology of Mathematical Education) regroupe chaque année, depuis 20 ans, des centaines de psychologues et didacticiens. Mais la CIEAEM a su conserver ses caractéristiques originales en maintenant de larges espaces où se retrouvent des maîtres avant tout, les uns plus engagées dans la recherche en didactique, les autres essentiellement confrontés au problème de la classe de mathématiques, de l'école primaire à l'université.

Une couverture internationale et un soutien à l'innovation au plan national.

Quatre rencontres de la CIEAEM se sont déjà déroulées en Suisse : la 3e, en avril 1951 à Herzberg (Argovie), sur «Structures mathématiques et structures mentales»; la 15e à Founex-Coppet en juillet 1961, sur «Langages de la mathématique»; la 29e au Chalet-à-Gobet / Lausanne en août 1977, sur «Evaluation et enseignement des mathématiques»; la 43e, en 1991 à Locarno, était une réunion restreinte, consacrée à la préparation des rencontres suivantes et à la politique interne de la commission.

C'est une chance et un honneur de pouvoir accueillir une cinquième fois, en 1998, la CIEAEM, et pour sa 50e rencontre ! C'est une belle occasion de s'engager activement au profit de l'étude et de l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. La Suisse romande en particulier se félicitera, au moment du changement de ses moyens d'enseignement, de profiter du dynamisme de la rencontre pour élargir le champ de ses débats, de présenter son innovation et de tenir compte d'avis étrangers compétents.

Thème et sous-thèmes : Les liens entre la pratique de la classe et la recherche en didactique des mathématiques.

L'objet de la rencontre de Neuchâtel sera étroitement lié aux buts de la CIEAEM. Il concerne les liens entre la pratique de la classe et la recherche en didactique des mathématiques, comment les intensifier, tirer profit des expériences mutuelles, faciliter la communication, développer les échanges et les constructions communes. Parallèlement à ce débat, la 50e rencontre permettra aussi de consacrer quelques moment au développement historique de la CIEAEM et à son avenir.

Contributions des participants.

Une présentation détaillée du thème et des sous-thèmes sera envoyée en décembre 1997 aux personnes ayant répondu à la première annonce. Celles qui souhaitent présenter leurs travaux ou réflexions - par une conférence, un atelier, une exposition sur le sujet - en enverront un résumé au comité international de programme. En février 1998, celui-ci examinera les contributions proposées et demandera d'éventuelles adaptations à leurs auteurs pour qu'elles s'insèrent dans les sous-thèmes et répondent aux conditions minimales de rigueur scientifique.

Conférences plénières.

Chaque journée sera introduite par une conférence plénière, sur l'un des sous-thèmes de la rencontre

Actes.

Les résumés de chaque exposé et atelier (de 4 à 6 pages par contribution) et les textes des conférences générales sont publiées dans les «Actes de la rencontre», distribués à chaque participant.

Une offre pour la formation continue.

Participer à une rencontre comme celles de la CIEAEM, c'est enrichir sa réflexion personnelle, profiter d'apports scientifiques extérieurs, débattre de ses préoccupations et de son champ d'expérience professionnelle, s'informer, échanger avec d'autres collègues. Nul doute que de nombreux lecteurs de Math-Ecole s'inscriront à cette semaine de formation intensive.

La deuxième annonce, à la fin de 1997, donnera des renseignements plus détaillés sur le thème et les modalités d'inscription. Elle est à demander au moyen du bulletin d'inscription suivant, à renvoyer à :

CIEAEM 50, IRDP, CP 54 2007 Neuchâtel 7.

Nom .... Prénom : ....

Adresse: ....

Pays: .... Tél : .... Fax : .... : e-mail : ....

Observations - questions : ....

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

☐ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole*.** (Tarifs en page 2 de couverture.)

Veuillez me faire parvenir :

Collection «Maths pour tous»** (4 cahiers). **Histoire de maths.		
Le monde des symétries. Py, Pytha, Pythagore. La Magie du calcul.	.....	*(ex. à Fr. 45.-)*
Le Trésor de tonton Lulu (vol.1, 28 probl. de niveau "10")	.....	(ex. à Fr. 25.-)*
Le Trésor de tonton Lulu (vol.2, 25 probl. de niveau "11")	.....	(ex. à Fr. 27.-)*
Le nombre π, ADCS	.....	(ex. à Fr. 40.-)*
Les jeux de NIM, par Jacques Bouteloup, ADCS	.....	(ex. à Fr. 52.-)*
Jeux IV : de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP	.....	(ex. à Fr. 28.-)*
Fichier Evariste APMEP	.....	(ex. à Fr. 20.-)*
Enseigner la géométrie dans l'espace, APMEP	.....	(ex. à Fr. 32.-)*
Faire de la géom. en jouant avec Cabri-géomètre (I/II)	.....	(ens. à Fr. 30.-)*
Encyclopédie kangourou, ACL	.....	(ex. à Fr. 28.-)*
Mathématiques du kangourou, ACL	.....	(ex. à Fr. 28.-)*
Exos-malices, ACL	.....	(ex. à Fr. 29.-)*
Les maths & la plume, ACL	.....	(ex. à Fr. 14.-)*
Jeux et découvertes mathématiques, ACL	.....	(ex. à Fr. 14.-)*
Panoramaths 96, APMEP	.....	(ex. à Fr. 20.-)*
Pliages mathématiques, ACL	.....	(ex. à Fr. 17.-)*
Apprivoiser l'infini, ACL	.....	(ex. à Fr. 25.-)*
Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, N. Rouche, CREM	.....	(ex. à Fr. 26.-)*
Maths en vacances. Hypercube.	.....	(ex. à Fr. 15.-)*

Les anciens numéros de ***Math-Ecole*** (prix en page 2 de couverture)

Annales du Championnat de jeux mathématiques et logiques ..... (Fr. 13.- l'ex.)* :

- Niveau CM (degrés 4 et 5) :
  - ***Récrémaths*** .... ex.
  - ***50 Enigmes mathématiques faciles*** ..... (ex. à Fr. 16.-)*
- Niveau collégiens :
  - ***Les Pentagones patagons*** (n° 8) .... ex. ***Le Serpent numérique*** (n° 10) .... ex.
  - ***Le Trésor du vieux Pirate*** (n°12) .... ex. ***Le Singe et la Calculatrice*** (n° 14) .... ex.
  - ***50 Enigmes mathématiques pour tous*** ..... (ex. à Fr. 16.-)*
- Niveau lycéens et adultes :
  - ***La Biroulette russe*** (n° 9) .... ex. ***Le Pin's Tourneur*** (n° 11) .... ex.
  - ***Le Roi des Nuls*** (n°13) .... ex. ***Le Sabre d'Aladin*** (n° 15) .... ex.
  - ***50 Enigmes mathématiques pour lycéens*** ..... (ex. à Fr. 16.-)*
- Anciens numéros encore disponibles (n° 3, 5, 6 et 7) : ....

* Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

Nom et prénom : ☐ Mme ☐ M. ....

Adresse (rue et numéro) : ....

Localité (avec code postal) : ....

Date : .... Signature : ....

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7