MATH ECOLE

Jeu et mathématiques

Problèmes

Math-Ecole, un peu d'histoire

40e année

200

décembre 2001

Math-Ecole, pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.

Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces – bonnes – lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques**.

Dans *Math-Ecole*, on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :

- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques,
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros) :
Suisse : CHF 30.– compte de chèque postal 12-4983-8
Etranger : CHF 35.– par mandat ou virement postal international au compte 12-4983-8
Prix au numéro : CHF 7.–
anciens numéros : CHF 3.–/pièce (n°136, 152 et 153 épuisés)
Abonnements collectifs (livraison à une même adresse) :
de 5 à 9 CHF 22.– par abonnement
de 10 à 50 CHF 20.– par abonnement
(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande.)

Pour toute correspondance ou information :
Rédaction de ***Math-Ecole*, Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7**,
par courrier électronique E-mail : **fr.jaquet@bluewin.ch**
ou par INTERNET : **http : //www.irdp.ch/math-eco**

Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.

MATH-ECOLE

40e année, cinq numéros par an

200

décembre 2001

Adresse
Rédaction de *Math-Ecole*
Case postale 54
CH–2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut de Recherche et
de Documentation Pédagogique
Fbg de l'Hôpital 43, CP 54
CH–2007 Neuchâtel 7
Tél (032) 889 86 03
(de 14 h à 17 h 30, ma, me, je, ve)
ou (032) 889 86 09
Fax (032) 889 69 71

Fondateur
Samuel Roller

Rédacteur responsable
François Jaquet

Mise en page
Raphaël Cuomo

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH–1950 Sion
Tél (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09

Couverture
Spirale de carrés ayant pour côté les nombres de la suite de Fibonacci

Sommaire

Editorial

Numéro 200

François Jaquet
Rédacteur responsable de *Math-Ecole*

Les multiples de cinq et leurs puissances successives sont des nombres bien remarquables dans l'histoire de *Math-Ecole* !

25 *Les nombres en couleurs, bulletin Cuisenaire de Suisse romande*, paraît sous ce titre pour la dernière fois. Cette revue a paru régulièrement au rythme de cinq numéros par année, durant cinq ans, d'avril 1962 à novembre 1966, pour devenir *Math-Ecole* dès son numéro 26.

45 La revue quitte le Service de la recherche pédagogique de Genève pour l'Institut romand de recherche et documentation pédagogique de Neuchâtel. Son fondateur, Samuel Roller, nommé directeur de cette nouvelle institution romande emmène *Math-Ecole* dans ses bagages. La revue ne sera pas orpheline.

50 Janvier 1972, le numéro est double. 50-51 et consacré aux *matériels dans l'enseignement de la mathématique*. Les blocs de Mina Audemars et Louise Lafendel de la « Maison des Petits de l'Institut J.-J. Rousseau » à Genève y cohabitent avec les réglettes Cuisenaire présentées par Louis Jéronnez de Waterloo, les matériels fabriqués par les enfants, proposés par Nicole Picard de Paris, les blocs logiques et autres créations de Zoltan P. Dienes, de Sherbrooke.

75 Changement de rédacteur de la revue. Samuel Roller, qui en a assumé la responsabilité durant 15 ans, quitte ses fonctions à l'IRDP. C'est Raymond Hutin directeur du Service de la recherche qui reprend le flambeau. *Math-Ecole* retourne à Genève, mais au 11 de la rue Sillem et non plus au 65 de la rue de Lausanne.

100 Novembre 1981, le numéro est double à nouveau, sur le thème : *Pourquoi enseigner la mathématique, et comment ?* Ils sont nombreux à tenter de répondre à ces questions, quinze exactement, de France, de Belgique, de Suisse romande, alémanique et du Tessin.

125 Les 25 ans de la revue. On est en 1986 et, pour ces noces d'argent avec ses lecteurs, *Math-Ecole* leur offre une belle fête, à Fribourg, dans les locaux de l'Ecole normale, avec une conférence remarquable de Jean-Blaise Grize, de beaux discours et une semaine de présentation d'ateliers mathématiques pour les classes de la région.

150 Raymond Hutin a égalé son prédécesseur dans la durée de sa fonction de rédacteur responsable de *Math-Ecole*. Il cède sa place au rédacteur actuel. C'est l'occasion d'une nouvelle fête, au Musée du jeu de la Tour-de-Peilz, en musique, avec les « Rätzelkanons » de Bach et leurs nombreuses symétries. A nouveau, les classes et les maîtres de la région sont invités durant une semaine à une exposition-atelier. La revue quitte Genève pour retourner à Neuchâtel à l'I.R.D.P, où travaille le nouveau rédacteur. Le format passe de A5 à B5, le nombre de pages augmente, le prix de l'abonnement a quintuplé en 30 ans, il atteint maintenant 25 Fr.

175 Nous sommes en décembre 1996, c'est la fin de « l'année Pestalozzi ». Où la fête des trente-cinq ans de *Math-Ecole* pourrait-elle bien se dérouler ? Au château

d'Yverdon, évidemment! Une conférence de Simone Forster nous fera redécouvrir tout ce que notre grand pédagogue national a pu apporter, il y a plus de 200 ans, à l'enseignement des mathématiques.

200 Décembre 2001, fin de la première année du troisième millénaire. *Math-Ecole* a 40 ans révolus. La fête pour cet anniversaire important a lieu à Neuchâtel. Avec son rédacteur, la revue quitte l'IRDP qui l'aura accueillie durant 80 numéros au total. C'est l'occasion de remercier cette institut de son hospitalité, comme nous l'avions fait pour le Service de la recherche pédagogique de Genève qui avait vu naître 120 numéros. Mais, même sans le toit d'une institution, la revue est prête à poursuivre son mandat: servir d'espace de rencontre à ceux qui sont intéressés par l'enseignement des mathématiques, qui s'y consacrent et ont envie d'enrichir leurs pratiques, en Suisse romande et au-delà, de la maternelle au secondaire. Et dans quelques années, il n'est pas exclu qu'un nouveau rédacteur, qu'une rédactrice, puisse recevoir *Math-Ecole* dans sa Haute Ecole Pédagogique ou dans son Centre de Didactique des Mathématiques!

40 ans, 200 numéros, plus de 6000 pages, près de 1000 articles rédigés par 350 auteurs différents. Il a coulé beaucoup d'encre sous l'enseigne des *Nombres en couleurs* et de *Math-Ecole*. Il y a, derrière cette entreprise, que nous n'hésitons pas à qualifier de gigantesque, toute l'histoire de nos réformes de la seconde moitié du siècle passé, un des apports essentiel au concept d'une école dépassant les frontières cantonales, un recueil considérable de travaux et une contribution notable à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques.

Dans la foulée, ce numéro 200 va ainsi offrir des informations, de nouvelles idées, des thèmes de réflexion, comme l'ont fait ceux qui l'ont précédé:

Il y a tout d'abord le thème de l'apport des jeux à la construction des savoirs mathématiques (articles de François Boule, Dominique Valentin et Eric Trouillot, l'inventeur de «Mathador»). Nous y reviendrons dans les prochains numéros car, au moment où paraîtra ce numéro 200, se tiendra précisément un séminaire sur le sujet, à l'IRDP, dont nous rendrons compte dans ces colonnes.

Il y a ensuite un grand choix de problèmes, entre ceux des collègues valaisans, qui construisent des épreuves en vue du *Championnat de jeux mathématiques et logiques* et ceux des équipes internationales qui animent le *Rallye mathématique transalpin*. Ces confrontations sur la résolution de problèmes, largement soutenues par *Math-Ecole* ont sans doute modifié l'image des mathématiques chez plus d'un élève.

Il y a toujours au moins une proposition d'activité pour la classe dans chacun de nos numéros. Aujourd'hui, elle est d'ordre gastromathématique: *Miam-miam* (sous la plume de notre collègue, membre du comité de *Math-Ecole*, Denis Odiet).

Lorsqu'on propose des problèmes aux élèves, il est intéressant d'étudier les procédures qu'ils mettent en oeuvre pour les résoudre. C'est si important, pour comprendre ce qui se passe dans leur tête, que *Math-Ecole* publie maintenant régulièrement les analyses développées dans le cadre du Rallye mathématique transalpin. Dans ce numéro, il s'agit de variations sur la longueur du *Nez de Pinocchio* (analyse des réponses de groupes d'élèves, par Lucia Grugnetti, Catherine Dupuis et un groupe d'animateurs du RMT).

Le dernier thème – numéro 200 oblige – est historique et rappelle quelques-unes des problématiques des années soixante, période de la naissance de *Math-Ecole*. Deux anciens articles (de Madeleine Goutard et Nicole Picard) valent la peine d'être relus pour s'apercevoir que, quarante ans plus tard, certains propos de l'époque sont encore bien actuels. La matière étant si riche, nous n'avons pas pu la traiter complètement, et un regard sur les années suivantes, de 1970 à 2000, suivra dans les prochains numéros.

Math-Ecole est une entreprise collective à laquelle contribuent les membres de son comité, les nombreux amis qui acceptent de s'engager pour la promotion de la revue et la rédaction des articles, tous avec abnégation et en toute modestie. D'autres personnes collaborent encore à son édition : notre graphiste actuel, Raphael Cuomo, notre secrétaire, Marianne Steudler, l'imprimerie Fiorina de Sion qui, avec une fidélité exemplaire, a édité les 200 premiers numéros et est prête à nous suivre encore longtemps. Mais, si *Math-Ecole* a pu vivre et, nous l'espérons, vivra encore, c'est grâce à ses lecteurs. Ceux-ci sont près de 1500 actuellement, ils devraient être plus nombreux encore pour assurer l'avenir de la revue. Malgré l'attraction d'Internet, nous pensons qu'une publication, d'encre et de papier, à tenir dans ses mains et à annoter, a encore de l'avenir devant soi.

Cet appel aux abonnés a déjà été lancé de nombreuses fois dans l'histoire de la revue. Il a toujours été entendu. Pourquoi ne le serait-il pas encore ?

Ce numéro a pu être réalisé grâce au soutien de la

LOTERIE ROMANDE

à qui vont toute notre gratitude et nos remerciements.

Miam - miam

Denis Odiet
Collège de Delémont

L'année 2003 coïncidera, pour l'enseignement des mathématiques en Suisse romande, avec la parution des nouveaux ouvrages destinés aux élèves des degrés 7 à 9[1]).

Afin de permettre aux enseignants concernés de les utiliser de façon adéquate dans leur pratique quotidienne et de comprendre au mieux leurs fondements, plusieurs cours de formation facultatifs leur seront proposés.

Ces modules B – pour reprendre la terminologie officielle – peuvent être répartis en deux groupes. On trouvera d'une part des modules centrés avant tout sur la didactique des mathématiques (groupe A): *l'erreur et son statut*, *l'évaluation* et *les conceptions d'apprentissage* en font notamment partie. D'autre part il sera possible, pour tous ceux qui le désirent, de (re)découvrir quelques notions mathématiques au travers de modules d'ordre plus théorique (groupe B).

<u>Les modules de formation, en quelques mots</u>

A. Modules centrés sur la didactique des mathématiques

1. <u>Conceptions d'apprentissages</u>
   Distinguer avantages et limites de différentes stratégies d'apprentissages.

2. <u>Enseigner par le problème</u>
   Qu'entend-on par situation-problème, analyse à priori, variable didactique, relance, mise en commun, institutionnalisation?

3. <u>Pilotage d'une mise en commun: relance, mise en commun, synthèse</u>
   Prendre conscience des différentes fonctions d'une mise en commun et d'une relance.
   Gérer la mise en commun.

4. <u>L'erreur</u>
   Distinguer différents types d'erreur, les classer, dresser une typologie des erreurs.

5. <u>L'évaluation</u>
   Distinguer différents types d'évaluation: formative, sommative, pronostique, certificative.
   Déterminer ce que l'on veut, peut, doit évaluer. Prendre conscience des limites de l'objectivité de l'évaluation.

6. <u>Différenciation</u>
   Clarifier le concept de différenciation. Différencier sur la base des futurs moyens d'enseignement en respectant le plan d'étude.

1. Lire à ce propos l'éditorial de *Math-Ecole* no 198.

7. Cabri-géomètre
   Se familiariser avec l'environnement et l'utilisation de Cabri. Etre capable d'initier la classe à son utilisation. Découvrir quelques activités des futurs moyens d'enseignement pour lesquelles l'utilisation de Cabri peut se révéler pertinente. Analyser les apports et les limites de Cabri.

8. Matériel-ressources
   Au travers d'activités des futurs moyens d'enseignement, découvrir la place et l'importance de matériel d'accompagnement dans les apprentissages des élèves.

9. Apports et limites d'une enquête

10. Mathématiques et communication

11. Comment évaluer une activité de recherche?
    Objectifs communs à ces trois modules:
    Etre sensibilisé aux différentes étapes et à la gestion d'une activité de recherche d'assez longue durée. S'interroger sur les pistes d'évaluation de telles activités afin de permettre aux élèves d'améliorer la qualité de leurs productions écrites.

B. Modules centrés sur les savoirs mathématiques

1. Nombres et opérations

2. Géométrie

3. Grandeurs et mesures

4. Fonctions et algèbre

5. Dénombrements et probabilités
   Objectifs communs à ces cinq modules:
   En partant de situations et de problèmes extraits des futurs moyens d'enseignement, être confronté directement aux obstacles que certaines notions ont représenté pour l'humanité et les mathématiciens. Prendre conscience en conséquence des difficultés rencontrées par les élèves.

Tous les modules proposés, outre leur durée de deux à trois demi-journées généralement, ont ceci en commun: leur conception globale s'articule autour d'une colonne vertébrale constituée essentiellement de problèmes extraits des futurs moyens d'enseignement[2]). *Miam-miam* (voir l'énoncé ci-dessous) en fait partie. Nul doute qu'il trouverait bien sa place dans l'animation du module *Enseigner par le*

2. Sept domaines formeront l'ossature des futurs ouvrages: NOMBRES ET OPÉRATIONS, FONCTIONS, CALCUL LITTÉRAL, GÉOMETRIE, GRANDEURS ET MESURES, ANALYSE DE DONNÉES et LOGIQUE ET RAISONNEMENT. Cette organisation n'entraîne pas le cloisonnement de la matière. Les sept domaines sont à considérer telles de larges avenues reliées entre elles par de très nombreuses rues. *Miam-miam* en est un parfait exemple: bien que faisant partie de GRANDEURS ET MESURES, il lorgne allègrement du côté de CALCUL LITTÉRAL et de FONCTIONS.

problème ou encore dans celui consacré à la *différenciation*.

L'article qui suit tente de montrer que ce problème illustre le bien-fondé de la mise sur pied de deux autres modules : si tout le monde s'accorde sur la pertinence d'une formation à l'utilisation de *Cabri-géomètre* et à sa pratique en classe, une journée consacrée à la découverte de *matériel-ressources* peut paraître surprenante. Pourtant, il est non seulement nécessaire de prendre conscience de l'importance du matériel d'accompagnement dans les apprentissages des élèves, qu'il s'agisse de jeux, de multicubes, de tableurs, de polydrons, voire de logiciels, mais aussi et surtout d'utililiser ce matériel de façon judicieuse.

Le libellé exact de Miam-miam est le suivant :

« *Le plancher d'une étable a une forme carrée, dont le côté mesure 4 mètres. Marguerite, la vache d'Aloys, est attachée à une corde de 8 mètres de long, fixée au sol, à l'angle de la cabane. Quelle est l'aire de la surface herbeuse à disposition de Marguerite ?* »

Les commentaires didactiques accompagnant le problème proposent un prolongement supprimant le caractère fixe de la situation.

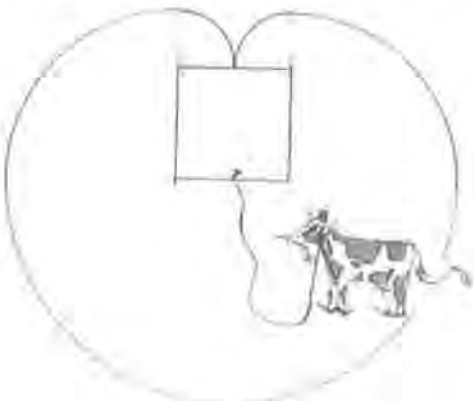
C'est donc une libre adaptation du problème qui a été soumise à des élèves d'une classe de neuvième année[3], la moitié d'entre eux se destinant à des études gymnasiales. La voici :

Miam-miam

Marguerite, la vache d'Albert, est attachée au bout d'une corde de huit mètres de long à une étable de forme carrée. Le côté de l'étable mesure quatre mètres.

Où Albert doit-il fixer la corde de manière à ce que sa vache puisse brouter le maximum d'herbe ?

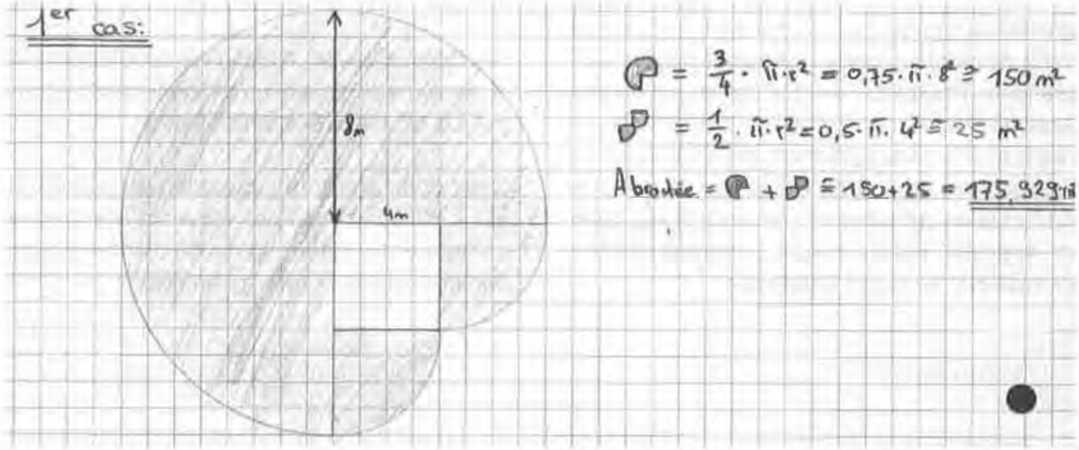
La représentation de cette situation n'est pas aussi aisée que l'on pourrait le croire. S'il se révèle assez rapidement évident que Marguerite est attachée à l'extérieur de l'étable, plusieurs élèves n'ont pu construire géométriquement la surface que la vache peut brouter qu'à l'aide d'un matériel approprié : un gros cube sous lequel ils avaient coincé une ficelle de longueur double de celle de l'arête du solide. Concrètement, voici la surface que Marguerite est en mesure de brouter lorsque la corde est fixée au milieu d'un côté du plancher de l'étable :



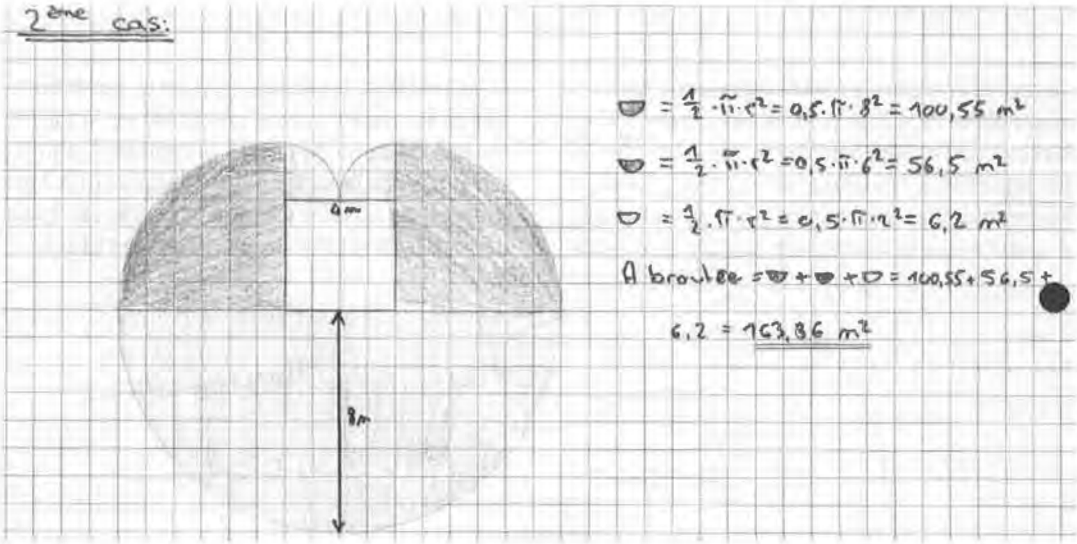
3. Ce sont également les auteurs des travaux illustrant le texte.

Cette surface est aisément décomposable en une somme d'un demi-disque et de quarts de disques. Cela n'a échappé à aucun élève. Tous ont alors commencé leurs calculs de façon « discrète », ceci n'ayant rien de surprenant, positionnant l'attache de la corde soit au coin de l'étable (a), soit au milieu d'un côté du plancher (b).

a) La corde est attachée au coin de l'étable :



b) La corde est attachée au milieu de la paroi :



Très vite, les élèves ont été tentés de simplement conclure qu'il fallait positionner la corde au coin, sans justification ni argumentation sérieuses. Intuitivement, cela leur semblait une évidence. La relance consistant à leur faire calculer l'aire broutée lorsque la corde est située à 1 mètre d'un coin de l'étable les renforçait encore plus dans leur point de vue.

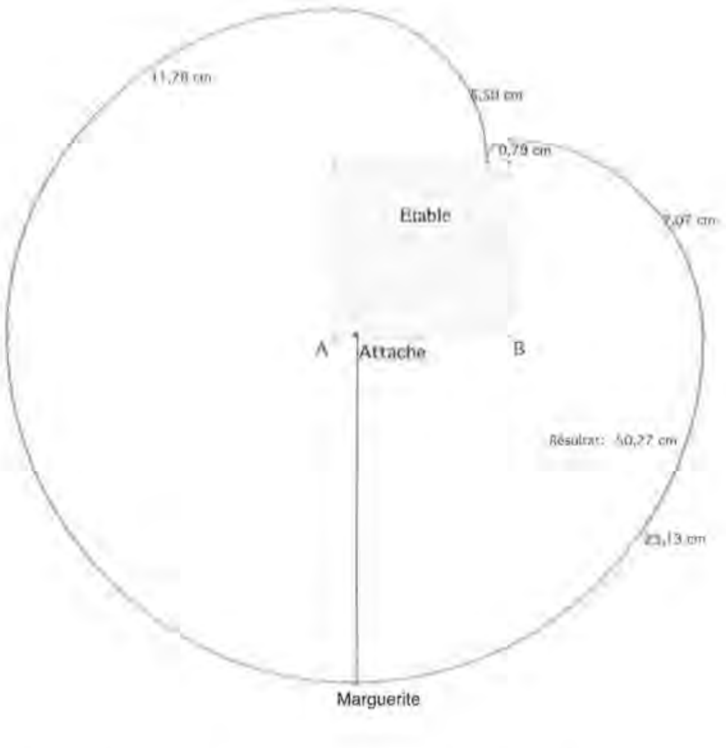
A ce stade de l'avancement des travaux, deux questions essentielles se posent. Quelle stratégie adopter pour fournir aux élèves un outil plus performant pour la résolution du problème? Comment les faire évoluer de leur manière de procéder particulièrement bien ancrée « pour une valeur de la mesure coin-fixation de la corde, je calcule l'aire broutée » vers une manière plus générale, attribuant dorénavant une aire broutée à toute position de l'attache de la corde entre les deux coins? Mathématiquement et plus simplement, comment faire pour passer du discret au continu?

L'apport de Cabri-géomètre se révèle alors fort utile en n'oubliant surtout pas que « ce qui est essentiel, et à l'origine de la volonté de concevoir un nouveau type de logiciel (Laborde 1985), c'est que le logiciel permet de bouger, en temps réel et en manipulation directe, un des éléments de base de la figure. Celle-ci se déforme en conservant les propriétés géométriques ayant servi à la construire et celles qui en découlent. Cette déformation se fait en continu au fur et à mesure du déplacement »[4].

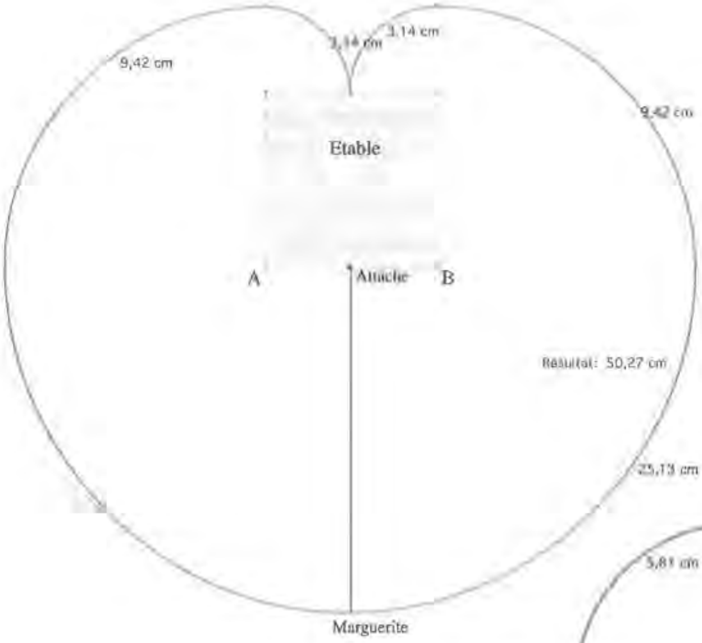
Déformation en continu... De quoi faire rêver pour justement faire apparaître la notion de continuité!

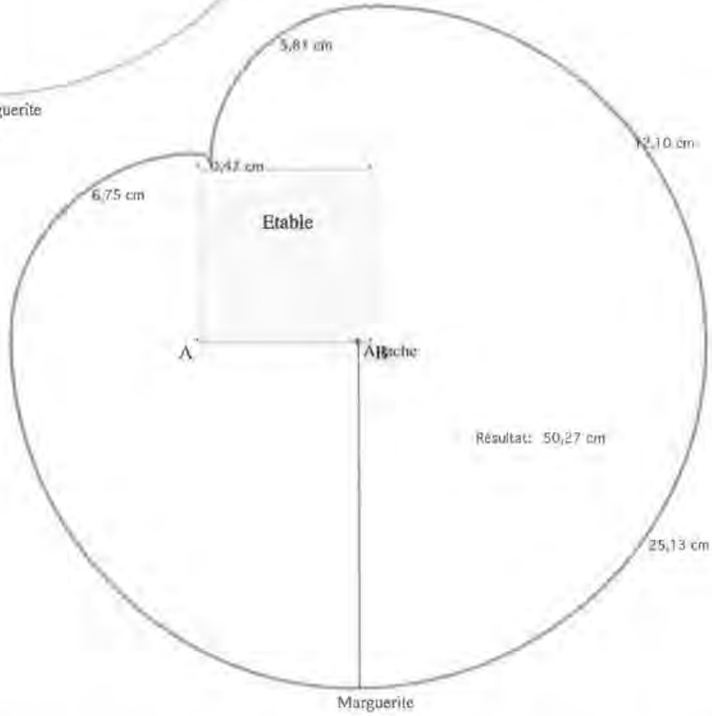
Un minimum de pratique à l'utilisation de Cabri permet la construction ci-dessous. L'élément de base, c'est l'attache de la corde. Les éléments dépendants, ce sont les portions de disque.

D'un clic de souris, il suffit dès lors de pointer l'attache et de la balader sur le segment AB pour non seulement voir évoluer la surface à brouter mais aussi pour observer les visages surpris et quelque peu ébahis des élèves.



4. Conception et évaluation de scénarios d'enseignement avec Cabri-géomètre, projet de l'équipe EIAH du laboratoire Leibniz-IMAG et de l'IUFM de Grenoble, sous la responsabilité de Colette Laborde. Compilation des documents utilisés en 1996-1997.





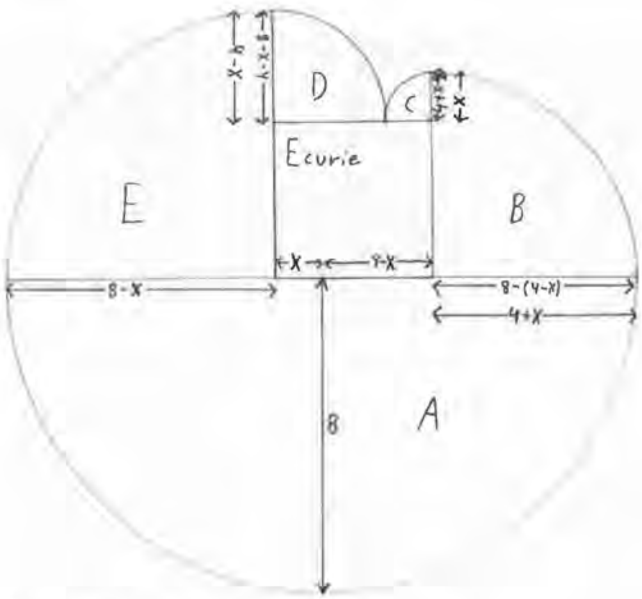
L'aspect «symétrique» du problème devient dès lors une évidence. Positionner l'attache à 1,5 m de A, à 1,5 m de B, à 2,5 m de A ou à 2,5 m de B par exemple débouche sur des aires égales.

Le logiciel possède aussi malheureusement quelques inconvénients, notamment son incapacité à fournir l'aire de parties de disques, alors qu'il est en mesure de calculer des longueurs d'arcs de cercle et d'effectuer leur somme. Impossible donc d'avoir une quelconque idée sur l'emplacement de l'attache…

Il est par ailleurs très surprenant de constater que la figure décrite par Marguerite, quelle que soit la position de l'attache, possède une longueur constante ($16\pi \approx 50{,}27$ cm) alors que l'aire ne l'est pas.

Grâce à l'outil «Animation» de Cabri, la perception de la fonction sous-jacente au problème commence donc gentiment à prendre forme.

Il est alors nécessaire de passer du numérique au littéral et de «voir ce qui se passe» lorsque l'attache est située «n'importe où» entre A et B, pour reprendre des expressions entendues en classe. La production ci-dessous illustre ce passage:



Additions des aires ABCDE:

$$\frac{\pi 8^2}{2} + \frac{\pi(4+x)^2}{4} + \frac{\pi x^2}{4} + \frac{\pi(4-x)^2}{4} + \frac{\pi(8-x)^2}{4}$$

$$\frac{2\pi 8^2 + \pi(4+x)^2 + \pi x^2 + \pi(4-x)^2 + \pi(8-x)^2}{4}$$

$$\frac{\pi(2\cdot 8^2 + (4+x)^2 + x^2 + (4-x)^2 + (8-x)^2)}{4}$$

$$\frac{\pi}{4}(128 + 16 + 8x + x^2 + x^2 + 16 - 8x + x^2 + 64 - 16x + x^2)$$

$$\pi(x^2 - 4x + 56)$$

Les élèves sont alors très étonnés de voir que lorsqu'ils remplacent x par 0 ou par 4, ils retrouvent bien l'aire qu'ils avaient calculée auparavant, de même pour la valeur 2.

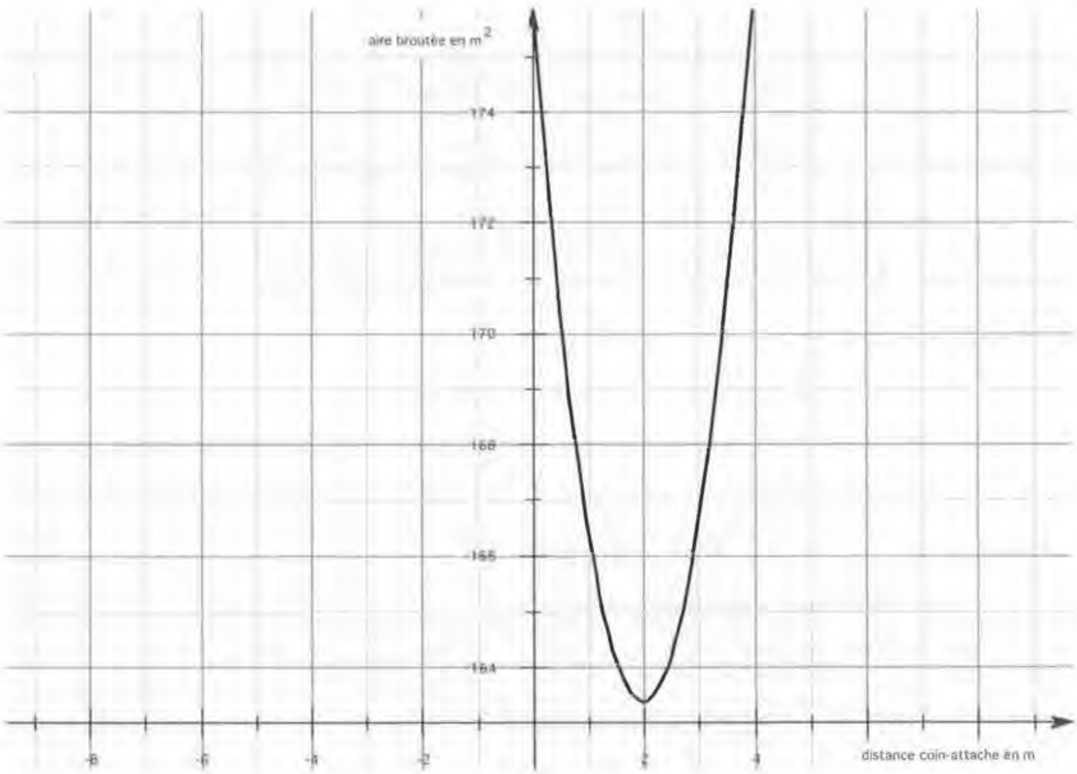
Au bénéfice de quelques notions de base concernant les fonctions élémentaires – ils reconnaissent là par exemple une fonction du 2e degré – leur idée est dès lors de représenter graphiquement la fonction:

$$x \longrightarrow \pi x^2 - 4\pi x + 56\pi$$

La tâche peut paraître quelque peu rébarbative et d'assez longue haleine. Et ce n'est pas la construction en elle-même qui est intéressante, mais bien plus l'exploitation et l'interprétation de cette représentation graphique.

Après Cabri-géomètre, au tour de Curvus Pro[5] de venir en aide aux élèves. C'est une application qui permet, entre autres, de visualiser rapidement en 2 ou en 3 dimensions différentes courbes mathématiques définies par une relation algébrique.

La parabole obtenue confirme bien l'aspect «symétrique» du problème mais également les valeurs obtenues lors des calculs d'aires.



Maintenant, le doute n'est plus permis :

<u>conclusion</u>: Pour avoir la plus grande aire, il faut placer la corde dans un coin. Marguerite broutera le moins d'herbe lorsque la corde sera attachée au millieu de la paroi.

5. Informations sur http://www.pobox.com

Le nez de Pinocchio, un problème de mathématique « inverse »[1]

Lucia Grugnetti (Parma)
Catherine Dupuis (Lussy/Morges)

avec la collaboration de Joëlle Cretton (Monthey), Raffaella Grillo (Siena), Elisabeth Pittet (Berlens, FR), Maria Donata Tardio (Siena) et Sofia Puxeddu (Cagliari)

1. Le problème

Le nez de Pinocchio

Le nez de Pinocchio a 5 cm de long. Quand Pinocchio dit un mensonge, la Fée aux cheveux bleus l'allonge de 3 cm, mais quand il dit la vérité, la Fée le raccourcit de 2 cm.

A la fin de la journée, Pinocchio a dit 7 mensonges et son nez a 20 cm de long.

Combien de fois Pinocchio a-t-il dit la vérité à la Fée au cours de la journée?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la réponse.

1. Article tiré des actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin de Siena et Neuchâtel, *RMT : évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques*, (2001) pp. 140-156 (Voir *Math-Ecole* no 199)

2. Introduction

Le nez de Pinocchio, qui fait partie de la seconde épreuve de la 7e édition dudit rallye, était proposé à des classes de différents niveaux scolaires, soit en 3e, en 4e et en 5e année.

Comme tous les problèmes du RMT, le *Nez de Pinocchio* a mis en évidence plusieurs stratégies de résolution. L'analyse des épreuves permet de mettre en relation les procédures de résolution des élèves et leur développement cognitif. De plus, on peut constater une évolution des connaissances mathématiques requises dans ce problème selon qu'il est résolu par des élèves de 3e, de 4e ou de 5e année. Étant international, le RMT permet de comparer les effets éventuels du système scolaire ou des différents choix méthodologiques sur les stratégies de résolution mises en place par les élèves. La recherche qui suit se base sur les travaux d'élèves des différentes régions italiennes engagées dans le RMT (82 épreuves) et des classes de Suisse romande (102 épreuves). On peut confronter lesdites épreuves à celles de la République tchèque réalisées par des élèves du même âge (10 épreuves).

3. Analyse de l'énoncé et contenu mathématiques

Le contexte de ce problème permet aux élèves de se l'approprier facilement, du moins dans sa phase initiale car presque tous les enfants de par le monde connaissent le personnage de Pinocchio ainsi que son problème de nez qui s'allonge lorsqu'il ment. De même, les enfants connaissent aussi la Fée Bleue qui récompense ou pardonne les mensonges de notre sympathique pantin. De ce fait, l'énoncé du problème contient tous les ingrédients d'une fable. Comme chacun le sait, les phrases simples ainsi qu'un énoncé relativement bref conviennent bien à des élèves de 8 à 9 ans, ce qui implique une bonne compréhension de la tâche à accomplir et par conséquent de grandes chances de réussite dans la résolution d'un problème. La longueur finale du nez à la fin de la journée, compte tenu des mensonges et vérités, est mentionnée dans l'énoncé. En outre, à un certain stade de la procédure de résolution, la longueur du nez est supérieure à celle qui est donnée dans l'énoncé, ce qui nécessite un retour en arrière afin de retrouver le nombre de vérités dites au cours de la journée. C'est là que réside toute la difficulté de ce problème. Il est donc possible de classer ce problème parmi ceux qui nécessitent le recours à l'addition et à la multiplication. Il met également en jeu des connaissances de numération.

4. Analyse a priori

Domaine de connaissances:

- arithmétique: suite des nombres naturels, addition, soustraction et multiplication

Analyse de la tâche:

- déterminer que, pour 7 mensonges, le nez de Pinocchio s'allonge de 21 cm (7 x 3), qui, ajoutés aux 5 cm d'origine pourrait atteindre 26 cm (21 + 5); si le nez de Pinocchio n'a que 20 cm, cela signifie qu'il s'est raccourci de 6 cm, (26 – 20) et que, par conséquent, il a dit 3 fois la vérité (6 : 2);
- dessiner une bande numérique et effectuer 7 déplacements de 3 en 3 à partir de 5 pour arriver à 26 et retourner à 20 en 3 déplacements de 2 en 2;
- effectuer par essais des déplacements alternés, (ou additions et soustractions) pour arriver à 20 avec 7 déplacements de 3 en avant (ou 7 x 3).

Attribution des points:

4 Réponse correcte avec une explication claire et détaillée (opérations ou repères sur la suite des nombres)

3 Réponse correcte avec une explication partielle ou peu convaincante

2 Réponse correcte sans explications ou réponse ne contenant qu'une erreur, avec explications

1 Début de recherche

0 Incompréhension du problème

Niveau: 3 – 4 – 5

Origine: Parma

5. Analyse a posteriori

L'analyse des protocoles permet d'affirmer que le problème a été bien compris et résolu correctement, tant en Suisse qu'en Italie, par environ 70% des classes. Sur les 30% restant, les cas d'incompréhension ou de réponses complètement fausses sont rares dans les différentes régions, mais symptomatiques d'erreurs, difficultés ou conceptions inadéquates bien connues de la recherche en didactique. Nous choisissons de présenter d'abord l'analyse de ces aspects avant de s'intéresser aux stratégies correctes.

5.1 Incompréhension du problème

Certains élèves ont «résolu» le problème comme s'ils utilisaient les données au hasard, en recourant implicitement à quelques «théorèmes-élèves»: un problème doit avoir une solution en tout cas; il est nécessaire d'utiliser toutes les données; il faut faire des opérations.

Exemple:

- *On a fait 20 – 7 = 13   13 – 5 = 8*
  13 + 8 = 21   21 – 1 = 20   donc le total est 13 + 7 = 7. (Categorie 4 – CH).

Dans un cas, on arrive à un nombre non entier de «vérités»:

– 1) *7 x 5 = 35 (mensonges durant toute la journée)*
2) *35 – 20 = 15*
3) *15 : 2 = 7,5 qui sont les vérités.*
(Catégorie 5 – I)

L'explication de la procédure, qui suit la liste des opérations, met en évidence dans ce cas (mais nous le verrons encore dans d'autres protocoles) la priorité des «nombres purs» sur les «grandeurs» et sur leur «mesure» qui en perd toute signification. On a relevé la phrase personnelle d'un élève et non d'un groupe (comme on devrait l'attendre dans une épreuve du RMT): *l'opération no 1 est 7 mensonges fois 5, la mesure du nez, et comme cela j'ai trouvé 35 mensonges en tout. Puis j'ai fait l'opération no 2: les mensonges dits dans toute la journée moins la mesure du nez de Pinocchio a la fin de la journée et alors le résultat 15 est la mesure de combien le nez de Pinocchio s'est raccourci. Enfin, pour l'opération no 3, j'ai divisé par 2 la mesure de combien le nez s'est raccourcir, la mesure de combien chaque vérité fait raccourcie le nez et j'ai trouvé le nombre de vérités: 7,5.*

Dans plusieurs cas, les données sont utilisées dans le but évident d'obtenir le nombre 20 ou de centrer la recherche sur le nombre 20 qui est la dernière donnée du problème et qui représente (en cm) la longueur finale du nez, même si les calculs n'ont rien à voir avec l'énoncé:

- *Nous avons enlevé aux 20 cm du nez de Pinocchio (à la fin de la journée) les 7 mensonges qu'il avait dits et nous avons trouvé 13 comme résultat. Nous avons fait une soustraction pour vérifier que nous trouvons comme résultat, 7, qui sont les mensonges qu'il avait dits. Pinocchio a dit 13 vérités. (Catégorie 4 – I)*

- *Pinocchio a dit 10 fois la vérité. La réponse a été trouvée en faisant une ligne de 20 cm, puis elle s'est allongée de 3 x 7 = 21. Après il a fallu retirer 2 cm pour arriver à 20 cm. (Catégorie 3 – I)*

- Une classe de troisième (Suisse romande) déclare avoir fait des tentatives inutiles pour trouver la réponse et fait appel à une condition d'équilibre: *Pinocchio a dit 7 mensonges et a dit la vérité à la fée aux cheveux bleus mais comme il a dit 7 mensonges il aura dit 7 fois la vérité.*

- Une classe italienne de quatrième ne considère que les nombres de la dernière phrase des données et écrit: Réponse 20 – 7 = 13. *Pinocchio a dit 13 fois la vérité. Raisonnement: Nous avons pensé à une soustraction très simple et en enlevant les 7 mensonges on arrive à 13 vérités*

Selon un autre «théorème implicite» de l'élève, il faut utiliser les dernières notions scolaires étudiées. La tendance est forte de se référer aux sujets traités en classe au moment de la passation des épreuves du rallye.

Une classe de troisième année de la région de Parme, par exemple, aux prises avec la division à l'époque de l'épreuve et n'ayant pas compris l'énoncé, a utilisé les nombres en jeu et les quatre opérations, en commençant précisément par la division (voir Fig. 1).

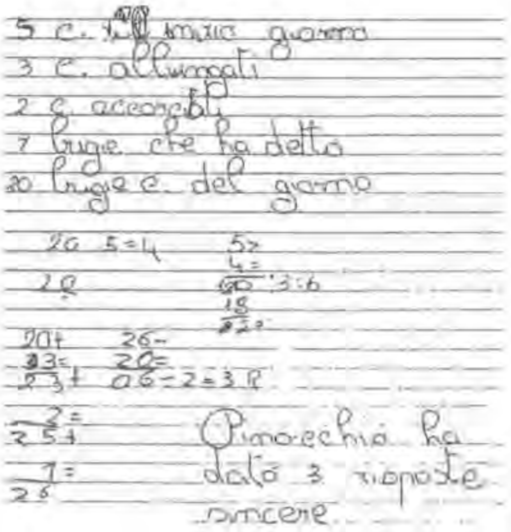


Fig. 1

5.2 Stratégies partiellement correctes

Dans quelques cas, suite à une procédure globalement correcte, la réponse n'est pas explicitée car l'attention se focalise, encore une fois, sur la longueur finale du nez.

- *7 x 3 = 21 21 + 5 = 26 26 – 2 = 24*
  24 – 2 = 22 22 – 2 = 20
  dàbor nous avons fait des + x – et on à ecri les calcules en haut et en groupan tous sa sa nous a donné le résultat = 20.
  (Categoria 4 – CH).

Dans un autre cas, on se concentre sur la longueur du nez, mais pas celle de la fin de la journée mais celle acquise après les 7 mensonges, sans prendre en compte la réduction due aux vérités énoncées. («Pinocchio est un menteur» et, peut-être, cet aspect émotionnel l'emporte sur d'autres considérations.):

- *3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21, ou 3 x 7 = 21, augmentation d'un jour, 21 + 5 = 26*
  Réponse:
  Le nez de Pinocchio a 26 cm de long.
  (Catégorie 3 – I).

D'autres stratégies partiellement correctes sont celles qui contiennent une erreur de type «ajouter 3 cm comme longueur initiale du nez» au lieu de 5 cm ou encore de confondre *l'allongement* avec le *raccourcissement*.

5.3 Stratégies correctes

Contrairement à ce qui arrive dans d'autres problèmes du RMT, pour *Le nez de Pinocchio*, lorsque la réponse est correcte, la procédure suivie apparaît claire et structurée – au moins en substance, si ce n'est dans la forme. C'est un problème qui ne peut se résoudre par essais non organisés, dont les enjeux doivent être perçus entièrement avant de passer à la phase de calcul.

C'est en plus un problème qui offre une grande variété de stratégies résolutives, qui recourent seulement au modèle additif ou simultanément aux modèles additif et multiplicatif, ou qui s'appuient sur une représentation graphique efficace, ou encore qui font appel à une perception globale des informations, exploitées pas à pas ou par compensation entre mensonges et vérités.

5.3.1 Stratégies purement arithmétiques

La plus grande partie des stratégies, que ce soit en Suisse, en Italie ou encore en République tchèque, sont de type arithmétique, et parmi celles-ci figurent:

- les stratégies qui recourent à une succession d'additions et de soustractions (pas à pas) jusqu'au moment ou l'on arrive un nombre 20, comme celle de la figure 2,

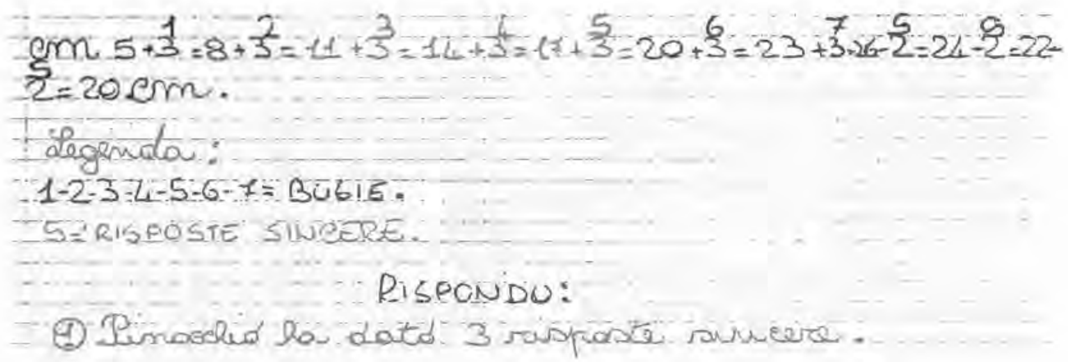

cm 5+3=8+3=11+3=14+3=17+3=20+3=23+3=26-2=24-2=22-2=20 cm.
legenda:
1-2-3-4-5-6-7= BUGIE.
5= RISPOSTE SINCERE.
RISPONDO:
1) Pinocchio ha dato 3 risposte sincere.

Fig. 2

ou qui donnent directement l'explication, mais sur une base additive comme la suivante:

En tout, il a dit trois vérités.
Nous avons ajouté aux 5 cm du nez de Pinocchio 7 fois 3 cm, les sept fois correspondent aux mensonges et les 3 cm à l'allongement du nez à chaque mensonge et nous avons trouvé 26 cm et aux 26 cm nous avons retiré les 2 cm des vérité jusqu'à ce que nous arrivions à 20. Nous avons compté combien il y avait de 2 et nous avons trouvé trois nombres 2 et alors il a dit trois fois la vérité. (Catégorie 5 – I)

Dans cette description du raisonnement, on relèvera que, à l'exception du dernier nombre 20, les élèves ont fait référence aux longueurs en jeu et n'ont donc pas utilisé seulement les nombres mais aussi les centimètres. Ceci n'arrive en général pas dans les procédures explicitées comme une succession d'opérations:

$5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 26 \qquad 26 - 2 = 24$
$24 - 2 = 22 \qquad 22 - 2 = 20$
Réponse. Pinocchio a dit 3 fois la vérité dans la journée. (Catégorie 4 – I)

Par rapport au nombre total des stratégies correctes, celles qui se fondent sur un modèle purement additif sont peu nombreuses (environ 10%), mais plus fréquentes en Italie (réparties dans les différentes régions) qu'en Suisse.

- les stratégies qui, comme le prévoyait l'analyse a priori, cherchent à «déterminer que, pour 7 mensonges, le nez de Pinocchio s'allonge de 21 cm (7 x 3), qui, ajoutés au 5 cm d'origine pourrait atteindre 26 cm (21 + 5); si le nez n'a que 20 cm, cela signifie qu'il s'est raccourci de 6 cm (26 – 20) et que, par conséquent, il a dit 3 fois la vérité (6 : 3).»

On soulignera que, en ce qui concerne la dernière opération, c'est-à-dire la recherche du nombre de vérités sachant que le nez s'est raccourci de 6 cm, tous les groupes n'ont pas fait appel à la division mais, en particulier ceux de troisième année, de Suisse comme d'Italie, ont contourné l'obstacle par les soustractions successives: *$26 - 2 - 2 - 2 = 20$.*

A partir de la quatrième année (surtout en Suisse) on voit apparaître la division (6 : 2 = 3), qui sera plus fréquente en cinquième année sans encore être utilisée par tous les élèves, surtout en Italie.

Parmi les groupes qui ont fait appel à la multiplication, certains ont effectué les opérations successives:

$7 \times 3 = 21 \quad 21 + 5 = 26 \quad 26 - 20 = 6 \quad 6 : 2 = 3$

alors que d'autres ont présenté la chaîne d'opérations du genre:

$7 \times 3 = 21 + 5 = 26 - 20 = 6 : 2 = 3.$

Il faut relever, dans la majorité des copies examinées (des différents pays), un usage plutôt «désinvolte» du signe «=», qui apparaît déjà dans l'exemple précédent). La copie d'une classe italienne de quatrième année met bien en évidence la manière dont se déroule la chaîne «temporelle» des opérations, à l'aide de flèches (voir figure 3).

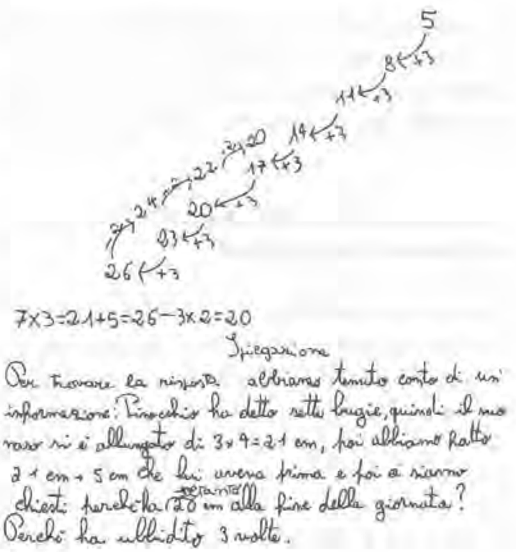


Fig. 3

Dans quelques cas, il est fait un usage correct des parenthèses, en particulier dans les copies de Prague et dans quelques-unes d'Italie (une seule fois dans les copies de Suisse). La collègue de Prague, que nous avons interrogée à ce sujet, nous a expliqué que, en République tchèque, les parenthèses sont introduites très tôt dans la scolarité.

Dans un cas, le problème a été résolu dans une perspective globale où le calcul se réfère aux changements des longueurs et non sur les longueurs elles mêmes, ainsi que l'expliquent les élèves de cette classe italienne de cinquième année :

Pinocchio a dit trois fois la vérité à la fée. Nous avons trouvé ce résultat en trouvant de combien de centimètres le nez s'est allongé au cours de la journée (7 x 3) en disant des mensonges. Puis nous avons trouvé, en faisant l'opération 20 – 5 = 15, les centimètres de nez allongé par les réponses justes et fausses. Avec l'opération 21 – 15 = 6, nous avons trouvé les centimètres qui ont été raccourcis. Après ceci, en divisant par 2 (les cm qui ont été raccourcis) nous avons obtenu le nombre 3 qui est la réponse exacte.

Nous avons pu observer que les procédures résolutives données par argumentations et non par une succession d'opérations sont plus fréquentes en Italie qu'en Suisse et qu'elles n'apparaissent jamais dans les copies de Prague.

5.3.2 Stratégies graphiques et mixtes (arithmétiques et graphiques)

Six copies présentent une résolution de type purement graphique et sept de type mixte, dont trois reproduisent la droite numérique, comme si c'était a posteriori car il semble qu'elle n'a pas été utilisée. L'une de ces sept solutions à stratégie mixte a déjà été présentée précédemment (Fig. 3), une autre, bien qu'elle ne soit pas correcte, est traitée ici (voir figure 4). Il semble, dans ce cas, que lors de l'appropriation de l'énoncé à travers la représentation graphique, la question du problème a été réinterprétée de manière différente. L'attention est concentrée sur les 15 cm d'augmentation dus aux mensonges. Comment faire pour les retirer ? Les élèves ont alors compensé les 7 mensonges par 7 vérités.

Fig. 4

Trois des stratégies de type graphique respectent la procédure prévue dans l'analyse a priori : « dessiner une bande numérique et effectuer 7 déplacements de 3 en 3 à partir de 5 pour arriver à 26 et retourner à 20 en 3 déplacements de 2 en 2. ». Une autre représente le nez dans ses différentes situations (voir figure 5).

Une autre encore, de troisième année, présente les longueurs en jeu sur un axe en combinant les différents mensonges et vérités (voir figure 6).

Les enfants expliquent qu'ils ont commencé par un mensonge. Au point d'abscisse 8 apparaît le premier mensonge (lettre B pour « bugia » en italien), au point d'abscisse 6 est notée la première vérité (V), puis vient un mensonge (abscisse 9) et encore une vérité (abscisse 7), puis un mensonge (10) et encore un mensonge (13), suivi

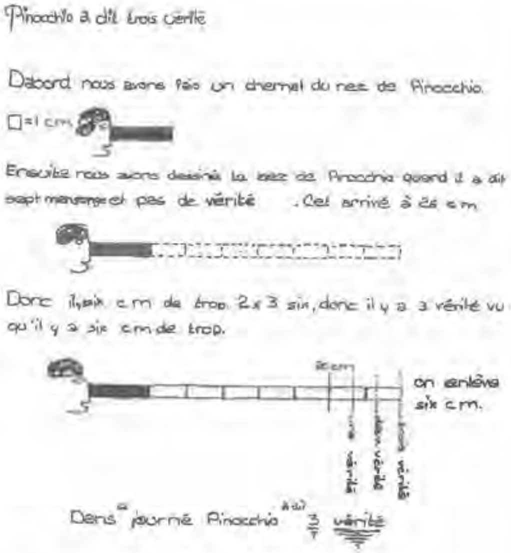


Fig. 5

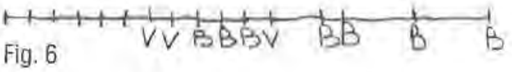


Fig. 6

d'une vérité (11) et pour arriver à 20, encore 3 mensonges pour obtenir un total de sept.

Dans les copies de type mixte, les élèves utilisent aussi la droite numérique, mais ils se sentent obligés de reporter aussi leurs calculs.

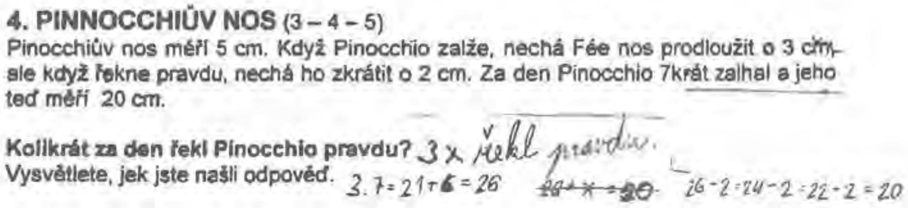
6. Quelques considérations sur la problématique de l'évaluation

L'analyse des copies a inévitablement rouvert, au sein du groupe de travail, la problématique de l'évaluation des épreuves du RMT.

L'analyse a priori cherche à prévoir les différentes stratégies possibles et à définir un barème de points. Naturellement, il arrive très souvent, pour ne pas dire toujours, que certains élèves s'écartent de nos raisonnements d'adultes (même des enseignants praticiens). Il est ainsi difficile d'établir des barèmes intégrant déjà toutes les procédures qui seront effectivement adoptées.

Nos recommandations aux différentes équipes est que l'attribution définitive des points devrait se faire dans une ultime étape de la correction, après avoir analysé toutes les copies et compris les stratégies et procédure des élèves et non pas strictement d'après une liste préétablie, selon des critères « adultes ».

Un autre type de considération, pour les évaluations conduites dans le cadre du RMT, concerne en particulier le cas des problèmes de type arithmétique. La problématique est de savoir si l'on va s'en tenir seulement à la substance de la procédure ou aussi à la forme. Là où les élèves proposent une procédure au cours de laquelle – comme nous l'avons vu précédemment et comme le montre encore l'exemple de la figure 7 – apparaît un usage abusif de l'égalité, nous nous posons la question suivante : Voulons-nous évaluer ce qui, en dernière analyse, est un « phénomène didactique » commun à des réalités très diverses et qui provient peut-être du passage d'une succession temporelle d'actions à leur traduction en terme de chaîne d'opérations ou voulons-nous évaluer les capacités de raisonnement des élèves et leur développement intellectuel ?



4. PINNOCCHIŮV NOS (3 – 4 – 5)

Pinocchiův nos měří 5 cm. Když Pinocchio zalže, nechá Fée nos prodloužit o 3 cm, ale když řekne pravdu, nechá ho zkrátit o 2 cm. Za den Pinocchio 7krát zalhal a jeho teď měří 20 cm.

Kolikrát za den řekl Pinocchio pravdu? 3 x řekl pravdu.

Vysvětlete, jek jste našli odpověď. 3.7 = 21 + 5 = 26 ~~26 + x = 20~~ 26 - 2 = 24 - 2 = 22 - 2 = 20

Fig. 7

Des jeux en math : pour quoi faire ?

Domique Valentin
France

La référence au jeu pour «apprendre des mathématiques» me semble un fil directeur de la revue *Math-Ecole* à laquelle je suis abonnée depuis le numéro 69 (la revue avait déjà 14 ans!). Ma collection, bien qu'amputée de ces quatorze premières années, est une mine dans ce domaine et j'y ai beaucoup puisé aussi bien pour les classes que pour la formation des maîtres. Pourtant, si on ne peut que se féliciter, la plupart du temps, de cette introduction du jeu et des jeux dans l'enseignement depuis une trentaine d'années, je crois que certaines dérives nous guettent encore et toujours. Mon intention est d'essayer ici d'examiner l'intérêt de certains jeux à la lumière de ce qui fait l'essentiel de l'activité mathématique.

Qu'est-ce que faire des mathématiques?

Il me semble que c'est la question essentielle et préalable à toute réflexion sur l'enseignement des maths. Voici une réponse à cette question[1] que donnaient trois chercheurs, R. Bkouche, B. Charlot et N. Rouche dans leur si beau livre «Faire des mathématiques: le plaisir du sens»[2]:

«faire des maths, c'est les FAIRE, au sens propre du terme, les construire, les fabriquer, les produire, que ce soit dans l'histoire de la pensée humaine ou dans l'apprentissage individuel. Il ne s'agit pas, bien sûr, de faire réinventer par les élèves des mathématiques qui existent déjà mais de les engager dans un processus de production mathématique où leur activité ait le même sens que celle des mathématiciens qui ont effectivement forgé des concepts mathématiques nouveaux…».

Pour être encore un peu plus précis, nous dirons que faire des mathématiques, c'est anticiper, schématiser, modéliser; c'est «faire», bien sûr, mais c'est «faire avec sa tête» ce qui serait difficile, voire impossible à faire «en vraie grandeur». Il s'agit bien d'actions mais d'actions principalement mentales. On peut, je crois, relire avec profit à ce propos les écrits de Piaget sur l'action réfléchissante.

Bien que cette thèse ne soit pas partagée par tous, nous sommes aujourd'hui nombreux à penser également que nos élèves, si jeunes soient-ils, ne peuvent «apprendre» des maths, qu'en en «faisant», au sens ci-dessus: pour apprendre à nager, il faut nager et non apprendre les mouvements synchronisés sur le bord de la piscine! Pour apprendre à résoudre des problèmes, il faut en résoudre et non apprendre à lire des énoncés, puis à trier des informations, puis à calculer, etc. Ces idées sont d'ailleurs confortées par une conception encore assez récente de l'apprentissage, quelle que soit la discipline concernée, faisant de l'élève «l'acteur» de ses apprentissages, conception qui rencontre une très large approbation, sur le plan théorique au moins, ce dont on ne peut que se réjouir, même si elle reste parfois assez floue et peu appliquée.

Quelles sont alors, sur le plan des pratiques, les conséquences de ces thèses?

Pour ne pas rester dans des généralités, je voudrais proposer deux exemples très différents. Le premier concerne les tables de multiplication,

1. Dont *Math-Ecole* s'était fait l'écho, dans le numéro 158, 1993

2. Paru en 1991 chez Armand Colin, Paris

le second un jeu pour l'école maternelle. J'espère que le lecteur acceptera de me suivre sur ces chemins de traverse, avant de reprendre la question-titre.

Est-il encore nécessaire d'apprendre les tables de multiplication?

La mémorisation des tables de multiplication a été un objectif majeur de l'enseignement du calcul de base. On ne se posait pas la question: «faut-il les faire apprendre?» mais: «comment les faire apprendre?» et les maîtres ont débordé d'imagination pour faciliter cette mémorisation, n'hésitant pas, depuis quelques années surtout, à quitter l'apprentissage «par chœur» et à utiliser de nombreux jeux de calcul à cette fin. L'usage banalisé des calculatrices de poche[3] par les adultes, pourrait, à l'heure actuelle, nous amener à nous poser une question préalable: faut-il encore les apprendre? Les futurs adultes auront-ils encore à effectuer des multiplications «à la main»? Ne suffit-il pas de disposer d'une table de Pythagore et de s'y référer si, par hasard, la calculatrice est hors service (ah, ces piles qui «risquent» de devenir hors d'usage et qui font donc si peur aux enseignants et aux parents...)?

Je répondrai qu'aujourd'hui encore, il faut les SAVOIR, mais peut-être pas les APPRENDRE! Je sais bien que cela peut paraître paradoxal mais je vais essayer de m'expliquer. La présence de la calculatrice permet, à la fois dans les situations domestiques et professionnelles, d'utiliser un calcul automatique qui n'a plus guère besoin d'être pensé, voire compris, en tant que technique. Ce n'est donc pas tant pour «faire une multiplication» qu'il faut «connaître les tables», que pour «profiter» des relations arithmétiques qui existent entre les nombres, principalement les nombres entiers, pour «penser», pour comprendre le monde! Et pour que ces relations aient du sens, il ne suffit pas de les avoir **apprises**, il faut encore les avoir **construites dans des contextes qui leur donnent sens**! Et voici que l'élaboration de certains faits numériques peut devenir une occasion à part entière de FAIRE des mathématiques. On peut même espérer que cette construction, qui peut sembler plus coûteuse en temps au départ, permette, à elle seule, la mémorisation des faits élaborés à la sueur de son front. Alors que les tables apprises «par cœur» ne contiennent que les faits récités, les faits numériques élaborés dans le désordre et pour répondre à des questions, sont souples, malléables et porteurs, en puissance, de nouveaux résultats utilisables dans différents contextes. Quelles situations faut-il proposer aux élèves pour provoquer une telle construction des tables?

Prenons, par exemple, une situation telle que «Huit billes par jour[4]» qui consiste, sans avoir «appris» la table de huit, à calculer combien il y aura de billes dans une boîte dans laquelle un enfant dépose chaque jour huit billes, au bout de *n* jours. Les élèves doivent chercher successivement le nombre de billes pour différentes valeurs de *n*. L'organisation de ces recherches successives, savamment orchestrée par l'enseignant, va permettre aux élèves de rencontrer toutes les valeurs de la «table de 8», mais aussi de «découvrir» la règle des zéros, d'élaborer des résultats nouveaux à partir de ceux que l'on a déjà établis en utilisant les règles de linéarité: si je sais combien il y a de billes dans la boîte au bout de 3 jours et de 4 jours, je peux trouver combien il y en aura au bout de 6 jours (ce sera le double de trois jours) ou de 7 jours (ce sera la somme de ce qui a été obtenu pour 3 et pour 4 jours), ou

3. On pourra relire les nos 197 et 198 de *Math-Ecole* sur ce sujet

4. Apprentissages Numériques et Résolutions de Problèmes CE2, ERMEL, Hatier 2001, Paris

de 80 jours, etc. On pourra également changer la nature des problèmes posés dans le même contexte : au bout de combien de jours y aura-t-il plus de 200 billes dans la boîte ? La situation «Huit billes par jour» **n'est pas un jeu**, même si les élèves s'investissent facilement et longtemps dans cette situation.

Pour certains élèves, ces recherches répétées dans ce même contexte (ce qui, pour le coup, représente une grande économie de temps d'appropriation) vont suffire à mémoriser une table de huit vivante et évolutive. Pour d'autres, il faudra encore proposer des activités d'entraînement, souvent des **jeux rapides**, à partir de dés ou de cartes. Il suffira peut-être d'un simple jeu de cartes tel que celui-ci : chaque joueur tire une carte-nombre (de 1 à 10) et gagne huit fois la valeur de la carte tirée. On joue cinq fois de suite et on cumule les scores[5].

Les élèves auront-ils «appris» la table de 8 grâce à la situation «Huit billes par jours» ? Peut-être pas au sens habituel du terme, mais ils la sauront. Ils auront jonglé avec «les nombres de la table de huit» comme ils disent et les produits auront un vrai statut de produit : 48 c'est 6 fois 8 mais c'est aussi le double de 24, c'est 3 fois plus que 16 et 16 c'était pour deux jours, etc. Lorsque ces élèves auront à résoudre des problèmes de proportionnalité, ils auront besoin de bien connaître ce type de relation. La mémorisation pure et dure de la table de 8 «dans un seul sens», comme on l'apprenait jadis, n'est pas d'un grand secours pour résoudre un problème tel que : «Si 3 CD coûtent 48 euros, combien coûtent 5 CD ?», alors que toutes les constructions (le bricolage) décrites ci-dessus seront bien utiles.

Le jeu de cartes évoqué plus haut, enfonce le clou, permet une phase d'entraînement souvent nécessaire, il favorise une mémorisation par la répétition et il est certainement un bon outil beaucoup moins fastidieux que la copie et la récitation de la table, mais il ne suffit pas à construire les relations en jeu (!) ni à leur donner sens.

Dans cet exemple, on voit toute l'efficacité, dans la construction des connaissances, de la résolution d'un problème, celui des billes, difficilement remplaçable par un jeu.

Le jeu permet-il de «faire» des mathématiques?

Je commencerai par donner une réponse de normand : «peut-être bien que oui, peut-être bien que non !» Et c'est pourquoi chaque jeu demande une véritable analyse.

Pour être encore un peu plus sévère, on pourrait même se demander parfois si l'activité proposée, même si elle utilise des cartes, des dés ou des supports habituels dans les jeux de société, est bien un «jeu[6]»...

Essayons, alors, de préciser les conditions qui vont permettre à un jeu d'être le support d'une «vraie activité mathématique», au sens où nous l'avons définie plus haut. Pour cela, j'ai bien envie de reprendre ici la définition que Jean Brun donne du problème : *«c'est une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions et d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet situation où la solution n'est pas disponible d'emblée mais*

5. La calculette peut être disponible à certains moments, ou bien un répertoire incomplet par exemple.

6. On pourra, à ce sujet, relire avec profit l'article de Gilles Brougère «Jeu et objectifs pédagogiques : une approche comparative de l'éducation préscolaire» paru dans le no 119 de la Revue Française de Pédagogie, INRP Paris 1997

est possible à construire.» Il me semble que cette définition nous montre bien qu'il y a des jeux qui peuvent devenir une telle situation et il y en a d'autres qui ne le peuvent pas...

Une des premières difficultés rencontrées dans de nombreux jeux est l'importance du **hasard**. C'est sympa, le hasard..., c'est ce qui va mettre du piquant, du suspense, un vrai enjeu. Mais le hasard empêche souvent l'élaboration, la poursuite et le contrôle des actions évoquées dans la définition de Jean Brun. L'élève qui ne réussit pas à atteindre le but fixé finira par dire, qu'il «n'a pas de pot». C'est le déroulement du jeu, dans ce qui lui échappe, qui met l'élève en échec et non sa propre démarche que les conditions incertaines rendent difficile à valider. C'est du moins une échappatoire possible et regrettable.

Parfois ce n'est pas tant la présence du hasard qui gène l'élève mais le fait qu'un «**adversaire**» l'empêche de mener au bout sa propre stratégie, lui fait perdre le fil de son idée, la contrarie, etc. Pourtant, la présence d'un adversaire va apporter le désir de gagner, de se dépasser.

On le voit, les qualités qui font d'un jeu un très bon jeu de société, le suspense, la compétition..., deviennent parfois[7] un réel handicap quand il s'agit de faire des maths!

Comment un jeu peut-il devenir le support d'une situation mathématique?

Mes propos pourraient sembler découragés ou décourageants alors qu'ils sont, en fait, très optimistes. Certains jeux de société (mais pas tous!), ne correspondant pas à ce que nous cherchons, peuvent être modifiés pour devenir «intéressants» de notre point de vue. Je vais ici prendre un exemple très simple, proposé en première année d'école maternelle, pour des enfants d'environ 3 ans. Plus qu'un jeu, il s'agit même ici d'un jouet appelé Baby-jackpot[8]. Deux boutons rouges permettent de faire tourner deux roues disposées côte à côte comme des écrans de télévision: sur celle de gauche, apparaît successivement la tête et le haut du corps de quatre animaux (singe, cochon, éléphant, tigre) alors que sur celle de droite on voit le bas du corps de ces mêmes animaux ainsi que le bébé correspondant. Quand un animal est reconstitué sur l'ensemble de ces deux roues, on peut appuyer sur un troisième bouton, vert, et l'image de l'animal en question se lève sur le dessus du jouet.

Les jeunes enfants qui ont ce jouet entre les mains, le manipulent au hasard, font tourner les roues elles-mêmes au lieu d'utiliser les boutons prévus à cet effet et parviennent très rarement à faire lever l'image bien qu'ils y trouvent beaucoup de plaisir. Le jouet est l'objet de beaucoup de convoitise et les petits ne s'en lassent pas.

Mettre simplement ce jouet entre les mains des enfants de 2-3 ans, comme on le fait dans le milieu familial, leur permet de jouer, de se distraire, sans intention d'apprentissage. L'enfant manipule le jouet et obtient parfois des «états» qui le surprennent mais qu'il a du mal à relier à ses «actions».

J'ai proposé[9] d'utiliser ce jouet pour en faire un réel problème, en collant à la définition de Jean Brun. Il a suffi des quelques modifications suivantes:

- La «situation initiale» est présentée à l'enfant qui commente, avec l'aide de l'adulte, ce

7. Attention: je ne dis pas «toujours»!

8. Créé par TOMY mais actuellement épuisé

9. Travail mené dans des Petites Sections de l'Ecole Maternelle en France dans le cadre d'une recherche sur les mathématiques pour les enfants de 2 à 4 ans.

qu'il voit sur les deux roues du jouet: là, il y a la tête du singe et là il y a la queue du tigre;

- «L'état final», le but à atteindre, est montré à l'enfant de la manière suivante: l'adulte dit: «on va faire lever le tigre», par exemple, et il manipule rapidement les boutons pour qu'il en soit ainsi. L'enfant peut constater ce qu'il doit obtenir mais ne peut imiter une procédure à peine montrée. De manière à bien garder en mémoire le but à atteindre, chaque animal, tel qu'il apparaît quand il se lève au-dessus du jouet, a été reproduit sur une carte, plus grand qu'il ne l'est sur le jouet. L'adulte montre la carte du tigre et dit «tu vois, on a fait lever le tigre».

- Les actions permises sont mises en évidence: lorsque l'enfant essaie de tourner la roue de gauche sans utiliser le bouton prévu[10], l'adulte dit «pour faire tourner la roue on appuie sur ce bouton; on ne touche pas la roue car elle pourrait se casser et c'est pareil pour l'autre roue.» L'enfant sait ainsi ce qu'il ne peut pas faire et quelles sont les actions qui permettent d'obtenir la reconstitution du même animal sur l'ensemble des deux roues. Enfin, on laisse l'enfant chercher comment faire «lever» l'animal reconstitué ou on le lui montre s'il n'y parvient pas seul.

C'est alors seulement que la résolution du problème peut commencer: l'enfant doit bien «élaborer une suite d'actions» et il devra encore décider s'il a atteint son but. On fait jouer deux enfants à chacun leur tour, chacun d'eux tirant une carte-animal et essayant de lever cet animal. Les actions sont commentées au fur et à mesure.

Cette situation peut sembler très simple. Pourtant elle est difficilement réussie par les enfants de 2-3 ans malgré leur forte motivation. En effet, elle demande tout d'abord de bien identifier le but à atteindre et les actions permises, mais elle nécessite aussi de la concentration et une organisation consciente des actions: beaucoup d'enfants qui ont obtenu la tête de l'animal choisi mais la queue d'un autre, oublient leur but et se mettent à appuyer de façon désordonnée sur les deux boutons par exemple. Mais quel bonheur lorsque l'enfant, non seulement a réussi mais encore est capable de reproduire cette résolution pour un deuxième animal, voire de montrer à un camarade son exploit!

Qu'y a-t-il de mathématique dans cette situation? C'est une question qui m'a bien sûr préoccupée[11] et que les maîtres posent bien souvent! Pas de contenu numérique, pas de relations spatiales clairement identifiées...: «c'est pas des maths!» Alors quoi? Pour moi, l'apprentissage visé (car il y en a bien un!) se situe du côté du développement des compétences nécessaires à la résolution de problèmes: identification du but à atteindre, conscience d'avoir ou non atteint ce but, définition des actions possibles et permises, concentration... Certains enfants ont, grâce à ce jeu, développé leur attention, leur patience et ont même été capables «d'expliquer» à un camarade «comment ça marche». Et ils n'ont que 3 ans! Le «jouet» est devenu support d'une situation d'apprentissage qui n'est certes pas parfaite mais qui réunit un certain nombre des caractéristiques indispensables. Dans ce cas précis, les enfants ont encore bien le sentiment de «jouer», sans doute

10. Cette possibilité de faire tourner les roues sans utiliser les boutons prévus est bien regrettable pour notre situation puisque c'est l'adulte qui doit «interdire» cette action; on aimerait que cette action soit techniquement impossible...

11. Et c'est bien souvent le cas des situations que l'on proposer à des enfants de 3 ans

grâce à la présence constante du «jouet» initial. Les compétences développées à travers cette situation ont permis à ces enfants d'entrer dans d'autres situations plus complexes.

Conclusion

Mon intention n'est pas de dire qu'il ne faut plus jouer pendant les «cours de math»! Je voudrais simplement que l'on soit un peu plus vigilant au moment où l'on choisit un jeu, que l'on définisse un peu mieux ses fonctions, sa place.

S'il n'est pas contestable que le jeu peut constituer une forte motivation, il faut savoir que cette motivation reste le plus souvent externe, c'est-à-dire qu'elle ne centre pas toujours l'élève sur le **plaisir de chercher**, de trouver parfois, d'apprendre toujours mais qu'elle utilise le **plaisir de jouer**, ce qui ne revient pas au même.

Certains jeux se présentent comme de vrais problèmes parce qu'ils demandent des analyses fines des états de jeu, la construction de stratégies, de démarches et surtout nécessitent l'anticipation. On comprend pourquoi ils sont alors une mine pour l'enseignant. D'autres ne serviront que de support à des activités d'entraînement, ce qui n'est pas négligeable.

Dans tous les cas, comme le montre bien Gilles Brougère, l'intérêt principal des jeux est qu'ils sont des lieux de **prises de décision**[12]. Malgré le côté nécessairement «frivole», «futile», «incertain», d'un «vrai jeu[13]», choisi librement avec la conscience que c'est une «activité du second degré dont les effets disparaissent quand cesse le jeu», son déroulement oblige le joueur à beaucoup d'attention, à anticiper la plupart du temps, à choisir et donc à décider et à renoncer à certains coups.

Finalement, je dirai que, pour moi, la question fondamentale, pour tout enseignant de mathématiques en train de préparer sa classe, n'est pas tant: «est-ce que demain je vais leur proposer un jeu ou non?» mais: «l'activité que je suis en train de construire, à partir d'un jeu ou non, peut-elle amener mes élèves **à faire des mathématiques, à anticiper**?»

On l'aura compris: cette question ne vous laisse guère en repos!

12. Je reprends ici, en raccourci, les caractéristiques du jeu énoncées par Gilles Brougère dans l'article cité. Ces caractéristiques sont bien sûr discutables.

13. Ce qui signifie, pour Gilles Brougère, un jeu non imposé et, a fortiori, non scolaire!

Jeux Mathématiques et remédiation [1]

François Boule, CNEFEI, Suresnes

L'intervention possible des jeux en mathématiques a souvent été évoquée depuis quelques dizaines d'années. Ils ont en effet paru constituer un moyen attrayant de donner goût aux mathématiques ou de décrisper une représentation ancienne et douloureuse de la discipline. Les exemples abondent (voir bibliographie). Bien des professeurs de mathématiques, notamment en formation des maîtres ont utilisé cette approche, et souvent à la satisfaction de tous. Il convient cependant d'insister sur deux restrictions:

- La première, c'est qu'une étiquette ne suffit pas à donner le statut de jeu. N'est JEU que ce qui est accepté comme tel par les enfants, et non décrété par les adultes. Le jeu contient sa propre motivation et son but, qui est de gagner, contre un adversaire ou contre soi-même. Alors qu'une activité de consolidation a une motivation et un but externe explicite, qui est d'entraîner une compétence, ou de développer un savoir-faire. Les deux ne sont pas incompatibles: il se peut qu'une activité perçue comme un jeu par l'enfant soit en réalité promue par l'enseignant pour exercer une compétence. Mais dans ce cas, l'objectif doit être clair pour l'enseignant, explicite, et l'activité se conclure par une phase de synthèse.
- La seconde restriction a pour cause l'émiettement. Nous avons tous rencontré quantité de jeux stimulants, astucieux, à succès garanti. Ils donnent une assurance en formation continuée, quelquefois même ils font une carrière didactique – cela s'est vu – mais un ensemble d'exemples ne fait pas un programme. Il manque à l'ensemble une cohésion, et pour chaque situation une modulation d'indication et d'emploi.

Le but de ces pages n'est donc pas d'ajouter un nouveau catalogue aux précédents. Il est plutôt, en s'appuyant sur quelques exemples, d'esquisser une démarche concernant les jeux mathématiques, leur indication, leur emploi et des développement possibles.

1. A quoi peuvent servir les jeux mathématiques?

Nous excluons ici les jeux d'occupation, c'est à dire ceux qui peuvent avoir un intérêt, mais sans objectif éducatif clair. Leur intérêt les situe dans la cour de récréation, ou hors de l'école. Mais rien n'empêche qu'un même jeu puisse être proposé «librement» puis repris avec une intention particulière.

Nous proposons quatre directions d'exploitation des jeux mathématiques à l'école:

- **Jeux «pour voir»** (ou pour parler).

Par exemple dans le cadre d'une rééducation, il s'agit tout d'abord de proposer un support pour entrer en contact avec l'enfant, lui permettre une action, favoriser un échange, trouver un point d'appui, et mettre à distance ses pratiques scolaires récentes. On peut aussi placer sous cette rubrique la fonction sociale du jeu: jouer, c'est observer une règle (sans tricher), tenir compte des droits de l'adversaire, intégrer et si possible anticiper ses coups.

Exemple 1: Un jeu de mémory a été proposé, par ateliers, dans une Moyenne Section. Deux

1. Ce texte est largement inspiré de l'atelier «Jeux mathématiques et enfants en difficulté» proposé par F. Boule en 1997 à Besançon, dans le cadre de la COPIRELEM.

enfants jouent, mais chacun pour soi, en retournant des cartes au hasard, sans tenir compte des tirages précédents, sans montrer les cartes à l'adversaire. Deux autres enfants de la même classe, pourtant plus jeunes, jouent réellement, en intégrant les informations à mesure. La pratique du jeu instruit sur le niveau d'interaction sociale, l'intégration des informations, la planification.

• Jeux pour diagnostiquer.

Il s'agit de repérer précisément des compétences ou des difficultés, éventuellement de confirmer une indication donnée par ailleurs. Dans ce cas, il est nécessaire d'avoir une idée précise de ce qui est mis en jeu dans l'activité proposée, et même si possible de se représenter ce que fait l'enfant aux prises avec le jeu: quelles connaissances, quelles représentations mobilise-t-il? Peut-on distinguer la part de l'affect, du repli, du défi, etc. ?

C'est pourquoi chaque support de jeu doit permettre une gradation d'usages, une progression.

Exemple 2: les «petites boîtes». Il s'agit d'un puzzle-3D: remplir un parallélépipède avec quelques pièces en bois comme celles-ci:

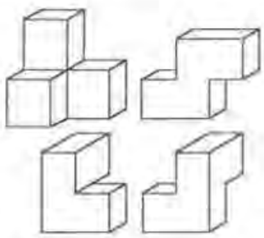


fig. 1: pièces constitutives des «petites boîtes» (puzzles 3-D)

Cette manipulation, par exemple en Grande Section, fait apparaître la difficulté, que l'on ne rencontre pas avec les puzzles-plan habituels, qui est de retourner une pièce (la seconde notamment); cette difficulté est une étape caractéristique dans la disposition du «groupe des déplacements» de l'espace (comme disait Piaget).

• Support de rééducation.

Il s'agit de permettre la reconstruction des représentations et des procédures, par des moyens différents de ceux qui ont mis jusqu'ici l'enfant en échec, ou bien d'adapter une situation en fonction de paramètres spécifiques.

Exemple 3: Les labyrinthes habituellement utilisés ont deux défauts. D'une part ils s'usent vite, c'est à dire qu'en peu d'essais, ils sont mémorisés; l'activité de représentation et de recherche en est détournée. D'autre part, il s'agit d'une activité «papier-crayon» qui ajoute à l'activité mentale représentative une difficulté graphique (motrice). C'est particulièrement évident par exemple pour des enfants trisomiques, qui ont de grandes difficultés à ne pas franchir les murs avec leur crayon. C'est pourquoi on peut imaginer, à l'aide d'une planchette rainurée à mi-bois et de languettes de carton, de construire un labyrinthe avec des murs, dans lequel on indique le déplacement en suivant avec le doigt.

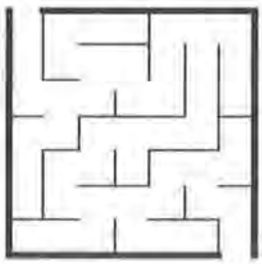


fig. 2 a

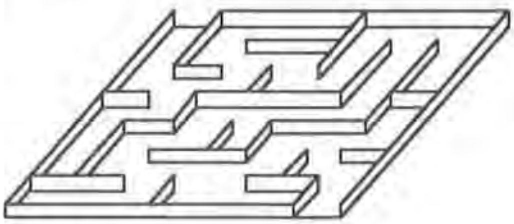


fig. 2 b
Labyrinthe plat, et réalisation en volume

De plus, les languettes sont mobiles: une activité certainement plus enrichissante que de résoudre un labyrinthe consiste à en construire un auquel on impose d'avoir une solution et une seule; les autres chemins sont des fausses pistes, si possibles pas trop évidentes. Il est réalisé par un enfant à destination d'un autre.

- **Renforcement d'une représentation.**

Certains jeux ont pour objectif explicite de renforcer un type particulier de représentation.

Exemple 4: il est numérique. Il y a quantité de jeux qui visent à renforcer l'aspect «répertoire» (mémorisation des tables). En revanche certaines activités sont destinées à favoriser l'ordre sur la «graduation» (droite numérique).

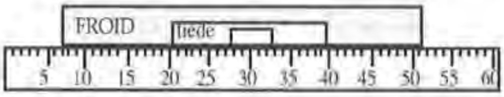


fig. 3: chaud/froid

Un nombre est à découvrir, entre 1 et 99. Les joueurs proposent un nombre, à tour de rôle, auquel il est répondu «froid» si l'écart au but est supérieur ou égal à 10, «tiède» si l'écart est entre 3 et 10, «chaud» si l'écart est inférieur ou égal à 3. On peut s'aider d'une graduation, et d'un curseur, comme ci-dessus.

Exemple 5: il est aussi numérique (mais est-ce bien un jeu?)

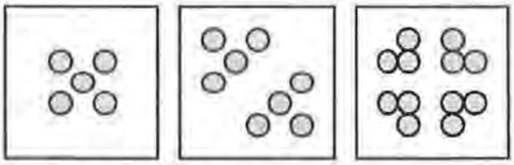


fig. 4 a: Combien?

Les cartes ci-dessus sont présentées une à une rapidement (1 ou 2 secondes). Combien de points?

La première est une constellation classique. On peut lire dans la seconde deux constellations «4», et faire appel à «4 + 4 = 8», ou encore «6 + 2». Pour la troisième, on peut faire appel à «4 + 4 + 4 + 4» ou à «3 · 4».

La construction des cartes vise à favoriser un renforcement. Par exemple, celui des compléments à dix, ou des doubles, ou la reconnaissance de «nombres amis» [Pochon, *Math-Ecole* 179].

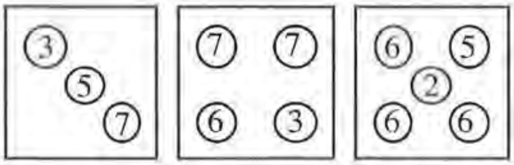


fig. 4 b: Combien?

2. Quelques notions permettant l'analyse des jeux.

Jeu faible – jeu fort

On parle de jeu faible dans le cas où les joueurs ont peu d'initiative, soit parce que le jeu comporte une structure profonde qui échappe aux joueurs (c'est le cas des dominos pour les très jeunes enfants), soit parce que le hasard intervient de façon dominante. Par opposition, on parlera de *jeu fort* lorsque le joueur peut acquérir une maîtrise du jeu. C'est le cas des jeux de stratégies, au moins à un certain niveau d'expertise.

Usure

Un jeu s'use; c'est à dire que la recherche initiale est rapidement remplacée par une récupération en mémoire des résultats antérieurement rencontrés. C'est particulièrement vrai avec les plus jeunes enfants, par exemple pour les encastrements ou les puzzles. Il importe alors de rafraîchir l'intérêt par des variantes, c'est à dire de brouiller les éventuelles récupérations.

Une petite variation du support ou de la règle suffit à prolonger ou renouveler l'intérêt.

Variabilité

Certains jeux sont ainsi susceptibles d'adaptation. On pourrait parler de «variable ludique» à l'instar des variables didactiques.

Exemple 6: Nous connaissons tous les «cascades», notamment grâce à une publication ancienne de Philippe Clarou à l'IREM de Grenoble. Le nombre occupé par une case est la somme des deux nombres voisins situés au-dessus de lui.

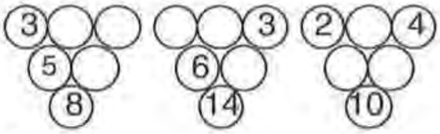


fig. 5 Cascades

Dans le premier cas, ce qui est exercé est la réciprocité de l'addition et de la soustraction. Le jeu est un peu plus stimulant lorsque les trois données nécessaires sont disposées autrement. Le jeu devient «fort» lorsqu'il s'agit de créer une grille: peut-on choisir des nombres arbitrairement? La position de ces nombres est-elle libre? On fait apparaître ainsi une véritable maîtrise de la situation.

Le «jeu sur le jeu» est probablement une métaphore des mathématiques elles-mêmes. Analyser la construction d'un jeu, jouer avec les règles, construire un jeu ou une variante, c'est en prendre possession et faire jouer sa structure. De plus, ce support peut donner lieu à des problèmes (exemples ci-dessous).

Encadrement

Le jeu peut être livré à un élève ou à un groupe, par exemple sous forme de fiche. On fait par là l'hypothèse que son usage conduira à une découverte individuelle, une intuition ou un apprentissage *implicite*. Toutefois, dans la plupart des cas, il est souhaitable de s'assurer de l'acquisition prévue par un guidage de l'activité et surtout une *synthèse explicite* relative aux contenus en jeu.

3. Jeux stratégiques

Un jeu stratégique ajoute à un support donné (par exemple une expertise numérique) deux composantes: l'une est de caractère social (respect des règles du jeu, et de l'alternance des coups), l'autre relève de la planification des actions (imaginer les coups possibles, et les ripostes de l'adversaire, à une «profondeur» un, deux, etc.). Ces composantes peuvent être prises comme objectif de jeu, ou bien permettre de «rafraîchir» l'intérêt d'un jeu dont le support est déjà connu.

Deux positions semblent défendables:

- d'une part, promouvoir des jeux à règles très simples, tels que le respect de la règle ne constitue pas une surcharge excessive au dépens de la capacité d'anticipation,
- d'autre part, admettre des jeux complexes (comme les Echecs), qui mettent en œuvre des expertises synthétiques, non réductibles à des modèles simples. Des retournements de situation («à la mi-temps, on échange les camps») permettent de ré-équilibrer les rapports experts/débutants.

Exemple 7

fig. 6 NIM

Les deux joueurs A et B peuvent retirer de cette file, à tour de rôle, 1 pion ou 2 pions immédiatement voisins. celui qui est contraint de retirer le dernier a perdu.

Devant la situation suivante, un joueur a-t-il des chances de gagner?

Exemple 8: «Quinze vaint» (M. Gardner)

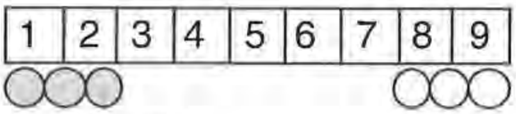


fig. 7 Quinze vaint

Les joueurs A et B, à tour de rôle posent un de leur pion sur une case. Le but est de totaliser 15 avec ses trois pions. Les pions une fois placés, on les déplace un par un.

Exemple 9: «Embouteillage» (Catalogue Eveil et Jeux, 95907 Cergy-Pontoise cedex 9) Comment faire sortir la voiture sombre du parking? (les véhicules ne peuvent qu'avancer ou reculer).

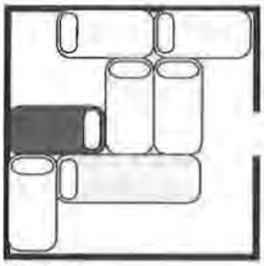


fig. 8 Embouteillage

Nouveaux jeux

D'autres jeux semblent contenir des composantes originales ou ont été expérimentés de façon méthodique dans les écoles. C'est le cas de Abalone, ou bien de Quarto (cf. Grand N, no 58) dont l'originalité tient à ce qu'un joueur choisit pour son adversaire la pièce à jouer.

Les «jeux coopératifs», développés en particulier par les canadiens ou les allemands semblent aussi annoncer des développements intéressants. Le but du jeu n'est pas de faire gagner un joueur contre un autre, mais de les faire coopérer afin qu'ils gagnent ensemble. Exemples: SAMBESI ou L'ARBRE EN DANGER au catalogue de «NON-VIOLENCE Actualité», 45202 Montargis cedex.

Références:

A.P.M.E.P. (1982) *Jeux 1*, publication APMEP n°44.

A.P.M.E.P. (1985) *Jeux 2*, (numériques) publication APMEP n°59.

BETTINELLI, B (1984) *Jeux de formes, formes de jeux*, IREM Besançon.

BETTINELLI, B. (1976) *Mathématique et jeux de société*, CRDP Besançon.

BOULE, F (1976) *Mathématiques et jeux*, Cedic [mais seulement le chapitre 2...].

BOULE, F. (1999) *Supports de calcul et jeux numériques à construire*, CNEFEI, Suresnes.

BOULE, F. (1994) *Jeux de calcul*, A. Colin.

CHAMPDAVOINE, L. (1985-86) *Les mathématiques par les jeux* (cycle I), F. Nathan.

GARDNER, M (1979) *Jeux mathématiques*, Pour la Science.

Commission JEM: LUDI-MATH n°1 (1979), n°2 (1979), n°3 (1982), n°4 (1985), APMEP, Régionale de Poitiers.

JAQUET, F. (1995-96) *«Quarto»*, Revue Grand N, n°58.

DJAMENT, D (1997) *Un petit jeu pour le C.E.*, APMEP n°408.

MEIROVITZ, M., JACOBS, P (1988) *La gymnastique de l'esprit*, Hatier.

MEIROVITZ, M., TRICOT, J. (1979) *Le Mastermind en dix leçons*, Hachette.

PICARD, N. et al. (1980) *Les jeux du Club des Cordelières*, IREM Paris VII.

Fête de la géométrie

19 mai 2001
Collège de Beau-Site
Le Locle

Jacqueline Brandt,
Marie-Claire Dreyfuss

[Ndlr] Le collège de Beau-Site, au Locle, a connu une grande animation le samedi 19 mai de 10h à 18h dans la cour et à l'intérieur des bâtiments. Depuis plusieurs mois, les élèves et leurs enseignant(e)s avaient travaillé d'arrache-pied pour préparer leur fête du Collège, consacrée cette année à la géométrie. Ils ont ainsi combiné leur programme scolaire de la discipline avec la préparation d'une exposition, d'ateliers, de jeux et également de gourmandises géométriques pour le plus grand plaisir de leurs parents et autres visiteurs.

Nous présentons aux lecteurs de *Math-Ecole*, quelques éléments de cette fête de la géométrie, pour leur montrer que c'est possible et, peut-être, pour leur donner l'envie de faire quelque chose d'analogue chez eux, car le jeu en vaut la chandelle!

L'annonce dans le journal de l'Ecole de Beau-Site, mars 2001

Fête de la géométrie

Elle aura lieu le samedi 19 mai 2001, dans le cadre du collège de Beau-Site, de 10h00 à 18h00.

Les classes primaires et enfantines, ainsi que quelques classes secondaires animeront ateliers, expositions, jeux et animations à l'intérieur du bâtiment. Une cantine se tiendra dans la cour où seront servis boissons et diverses pâtisseries, ainsi qu'une minestrone «géométrique», des sandwiches et des canapés variés.

Enseignants et élèves, au travers des programmes officiels, approfondissent certains thèmes relatifa à ce domaine mathématique: histoire et géographie (Grecs, Egyptiens... courbes de niveaux, plans...) linguistique (origine de certains mots, préfixes, en français), schéma corporel, symétries, prismes, mesures, art, construction de jeux. Bref, toutes ces activités, étalées sur l'année scolaire en cours, seront présentées lors de cette journée.

Au nom du corps enseignant et des élèves de Beau-Site:

Jacqueline Brandt

Le discours d'accueil des parents et invités (par Jacqueline Brandt):

Mesdames, Mesdemoiselles, Messieurs,

Si le cinéma nous a offert «2001, Odyssée de l'Espace», les élèves du collège de Beau-Site sont heureux de vous présenter «2001, Odyssée de l'Espace géométrique»

Pourquoi un tel thème, me demanderez-vous. Tout simplement pour mettre en évidence le fait que vos enfants, nos élèves, sont de véritables géomètres, et cela depuis le berceau. Cela vous fait peut-être sourire, mais songez à toutes les découvertes, à tous les ajustements que nécessitent la connaissance de notre monde en 3 dimensions.

Vous les avez vus, très tôt, suivre les oscillations du mobile accroché au-dessus de leur moïse, évaluer la distance séparant le hochet de leur main, prendre conscience de leur corps et de ses possibilités.

Vous avez certainement ri quand, croyant se cacher, ils masquaient leur tête derrière le rideau, vous avez joué avec eux devant un miroir, leur permettant ainsi d'effectuer leurs premières symétries.

Vous avez admiré leur patience à construire des tours avec des plots, encastrer des formes dans les trous prévus à cet effet. Leurs premiers dessins vous ont montré comment ils percevaient l'espace qui les entoure.

Toutes ces activités de la petite enfance sont les prémisses de la géométrie et sont autant de preuves de la construction mentale que réclame ce domaine mathématique. Sans elles, il leur est difficile d'entrer dans les programmes scolaires, lesquels requièrent, de manière de plus en plus pressante, la connaissance des lignes, des surfaces, des volumes et de leur mesure, sans parler des notions de plan, de perspective et de représentation des différents objets géométriques.

Que vous offrir de mieux que la concrétisation de tous ces apprentissages et cela sous la forme d'une Fête ?

Vous pourrez donc admirer le gigantesque tableau « A la manière de Vasarely », dont chacun des 256 carrés a été peint par un enfant.

Bien sûr, vous ne manquerez pas de parrainer le mètre cube, dont chaque décimètre cube a été assemblé par les élèves, ceci grâce à Monsieur Jubin et à son fils, qui ont scié, crêté et rainuré 6000 faces !

A chaque étage, dans les salles, les corridors, dans la cour et ici même sous la cantine, expositions, jeux, ateliers, vidéo et labyrinthe vous attendent. Les élèves vous feront découvrir leurs réalisations mathématiques, langagières et artistiques.

Nous espérons que vous aurez plaisir à réfléchir, manipuler, jouer avec tout ce qu'ils vous ont concocté, y compris la minestrone géogastronomique, peut-être plus gastro que géo d'ailleurs !

Je profite encore de l'occasion qui m'est offerte pour témoigner notre reconnaissance à la fabrique de cartonnage Bourquin S.A. à Couvet et féliciter les enseignants qui se sont dépensés sans compter et de l'enthousiasme avec lequel ils ont oeuvré pour mener à chef cette fête.

Au nom de tous les élèves et de leurs enseignants, je vous souhaite une magnifique odyssée de notre espace géométrique.

1 m³ en dm³ Les dm³ en vrac prennent beaucoup plus de place.

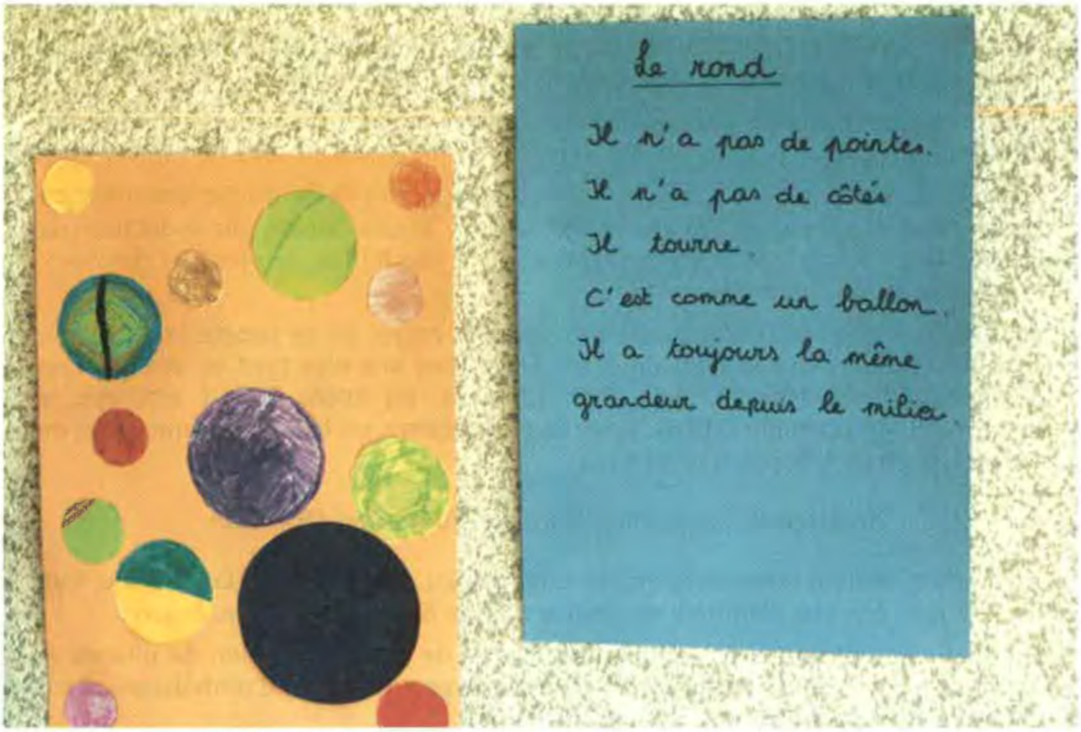
La cage d'escalier est décorée par les 2e (dessins), les 5e (volumes en arêtes) et les 6e (mobiles).

Pour 1 Fr., on peut décorer son dm³

Cube brun = 1 m^3
Cube rouge = 1 dm^3
Cube jaune = 1 cm^3

Combien de cubes rouges dans le grand cube brun?

Combien de petits cubes jaunes dans le rouge?



« Le rond » décrit par un élève de 1ère.

Exposition du matériel scolaire. Etude de la mesure, de l'école enfantine à la 5e primaire. *(Suite en page 38)*

Avril 1962 : un supplément de huit pages est agrafé dans l'*ECOLE VALAISANNE : Les nombres en couleurs, bulletin Cuisenaire de Suisse romande.*

Une centaine de tirés à part vont chez tous les maîtres de Suisse romande qui utilisent les réglettes.

L'éditeur du bulletin est M. Samuel Roller. Il a l'appui et l'aide du Département de l'instruction publique du Valais, dirigé par M. Marcel Gross, du rédacteur de l'*ECOLE VALAISANNE,* M. Eugène Claret et de M Léo Biollaz, le pionnier des nombres en couleurs dans notre canton.

Le nom de l'imprimeur n'apparaît pas dans les pages de ce supplément, même lorsque celui-ci prend le nom de *Math-Ecole* cinq ans plus tard et devient une publication indépendante, typographiquement, en 1966. Il faut attendre le numéro 75, en novembre 1976, pour voir apparaître en bas de la quatrième de couverture et en très petits caractères :

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgerner, 1950 Sion

C'est effectivement dans cette imprimerie, sise au 4 de la rue de Lombardie, que tous les numéros des *Nombres en couleurs* et de *Math-Ecole* ont vu le jour.

En 40 ans et 200 numéros, combien de tonnes de papier, combien de pliages et agrafages, combien de chutes et d'essais d'encrage, combien d'emballages d'étiquetages et d'expéditions ?

Les statistiques manquent pour répondre à ces questions, on ne peut qu'établir des estimations.

Mais ce qui compte aujourd'hui, c'est ce sentiment de plénitude d'être arrivé à ce numéro 200 et d'avoir, parfois dans l'ombre, oeuvré pour l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. Il y a aussi d'excellents souvenirs de coopération directe avec MM. Léo Biollaz, François Brunelli, Yvan Michlig, qui venaient nous trouver pour régler les problèmes de mise en page, au moment où l'informatique ne permettait pas de le faire par correspondance, puis les relations régulières avec MM. Michel et Mathieu Chastellain et Raphael Cuomo qui nous ont régulièrement envoyé les maquettes de la revue, sur disquettes, sur disques et maintenant par Internet. Il faut encore mentionner les contacts réguliers avec les différents rédacteurs, MM. Samuel Roller, Raymond Hutin et François Jaquet toujours empreints de cordialité et d'estime mutuelle.

Merci à toutes ces personnes et longue vie à *Math-Ecole.*

LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

POLYDRON

Au début de l'année, les élèves de première ont dessiné leur silhouette grandeur réelle. En mai, les élèves expliquent à leur manière « de combien » ils ont grandi (par exemple : « de 40 traits », « de 3 crayons », etc.).

Qui pourrait bien se cacher sous ce rond ?

Formes géométriques à foison

Ecoles locloises ▪ *Les classes enfantines, primaires et secondaires de Beau-Site se mobilisent autour d'une fête. Une première*

Cercle bleu, jaune, rouge ou vert? Il s'agit de ne pas s'emmêler les pinceaux. PHOTOS FAVRE

Concours, jeux, expositions, ateliers... Les visiteurs ont eu l'occasion de tester leurs connaissances et leur esprit logique

Carrés, rectangles, losanges, triangles, parallélogrammes... Les formes géométriques ont été au cœur d'une monstre fête ce dernier samedi à Beau-Site. Le temps d'une journée, les corridors et quelques classes du collège loclois ont été investis par les travaux des élèves des écoles enfantine, primaire et secondaire pour le plus grand plaisir des visiteurs, littéralement conquis par tout le boulot abattu depuis le début de l'année scolaire. Première dans le genre, cette collaboration a rompu le clivage qui existe entre les deux institutions et que personne ne peut nier.

Initiatrice du projet, Jacqueline Brandt, responsable du soutien pédagogique, s'est plue à comparer le film «2001, odyssée de l'espace» avec l'extraordinaire aventure vécue par tous les élèves et qu'elle a baptisée «2001, odyssée de l'espace géométrique»! Pourquoi avoir choisi un tel thème? Selon elle, les enfants sont de véritables géomètres, et cela depuis le berceau: «*Très tôt, ils suivent les oscillations du mobile accroché au-dessus de leur tête, ils évaluent la distance séparant le hochet de leur main, ils prennent conscience de leur corps et de ses possibilités*».

Toutes ces activités de la petite enfance sont les prémices de la géométrie et autant de preuves de la construction mentale que réclame ce domaine mathématique. Si fait que sans elles, il est difficile d'entrer dans les programmes scolaires. Ainsi, c'est la concrétisation de tous ces apprentissages que cette fête de la géométrie a voulu démontrer. Par le biais de jeux, de concours, d'ateliers, de vidéos et d'expositions, le public a traversé tous les niveaux de compréhension par lesquels un enfant doit passer pour progresser dans son cursus scolaire. Il serait trop long de décrire chaque réalisation, concrétisation d'idées foisonnantes. Notons cependant que toutes sont le reflet d'une imagination débordante, qu'il aurait été dommage de ne pas laisser s'exprimer. /PAF

LA RÉGION PRATIQUE

AGENDA

DEMAIN

■ **La Brévine** A 20h15, réunion du Conseil général.

URGENCES

■ **Police:** 117.
■ **Urgence-santé et ambulance:** 144.
■ **Feu:** 118.
■ **Pharmacie de service:** Coopérative, Pont 6, jusqu'à 20h (en dehors de ces heures, 931 10 17). **Permanence médicale:** 117 ou hôpital 933 61 11. **Dentiste de garde:** 931 10 17
■ **Vétérinaire de garde:** le tél. de votre vétérinaire renseigne.

BIBLIOTHÈQUE

■ **Bibliothèque de la ville:** lu-ve 14h30-18h30, sa 10h-12h. **Bibliothèque des jeunes:** lu-ve 13h30-18h, sa 10-12h. **Ludothèque:** lu-ve (sauf mercredi) 15h30-17h30, sa 9h-11h.

PISCINE

■ **Piscine du Locle:** tous les jours 9-19h30.

Article de presse publié dans le journal local l'Impartial du 21 mai 2001.

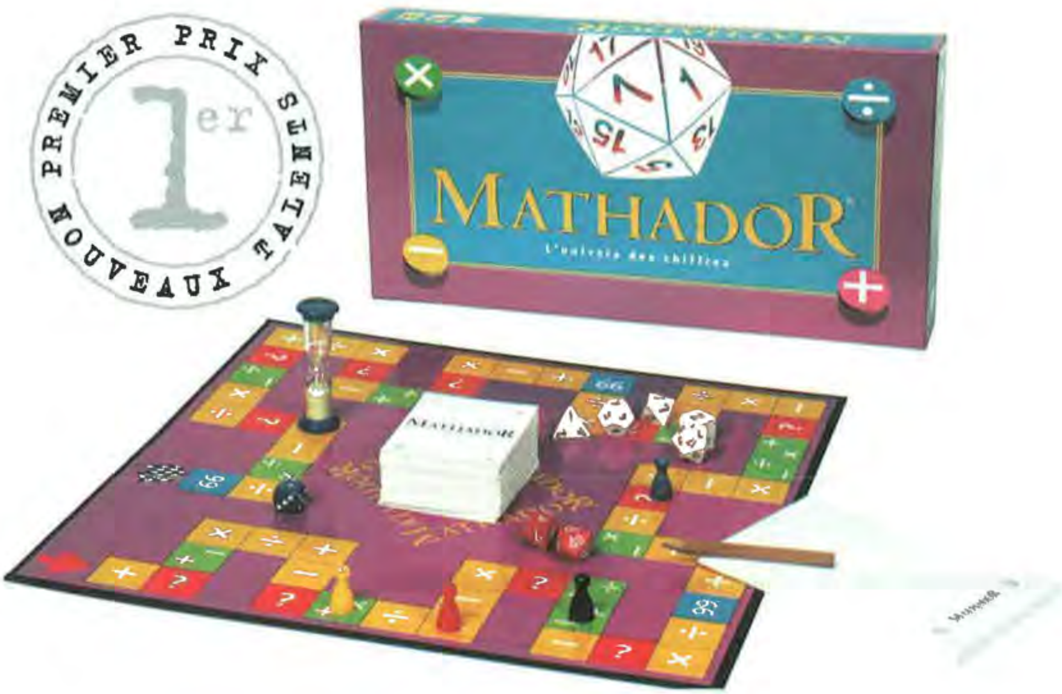
En conclusion, une bien belle fête, dont les élèves garderont un bon souvenir et, pourquoi pas, une image vivante et sympathique de la géométrie.

Mathador, l'univers des chiffres

Un jeu de calcul, d'Eric Trouillot

[Ndlr] *Mathador* est un jeu[1] de calcul, créé par notre collègue Eric Trouillot, professeur de mathématiques au collège Victor-Hugo de Besançon. Ce jeu a déjà été présenté dans nos colonnes (M. Simonet, no 194, octobre 2000, p. 44). Il vient d'obtenir le premier prix des «nouveaux talents 2001» du Salon international du jeu de Paris. Vu son intérêt, nous y revenons aujourd'hui, par une analyse un peu plus approfondie de l'activité mathématique qu'on peut développer en classe à son propos, sous la plume de son créateur.

Les lignes suivantes présentent de très larges extraits d'un article publié dans le numéro 129 du bulletin de l'APMEP (avec l'aimable autorisation de nos collègues).



1. *Mathador* est desormais diffusé en Suisse par la société Swissgames, Place du Temple 2, 1227 Genève (tél: 022 342 50 50). Le site http://perso.wanadoo.fr/mathador a une démo du jeu qui permet de découvrir le fonctionnement de *Mathador* et de jouer en ligne.

”...

La pratique du calcul sous les trois formes: mental, à la main ou à la calculatrice, est une partie importante de l'activité mathématique au collège et à l'école primaire.

Cette activité peut prendre différentes formes. Le jeu est une des approches possibles et présente de nombreux avantages. Notamment de donner la possibilité à un élève en difficulté de se libérer de contraintes psychologiques inhérentes à une pratique plus classique du calcul. Il est cependant important de préciser que la pratique du calcul par le jeu apporte un plus, un complément, mais ne peut en aucun cas se substituer aux activités traditionnelles de type gamme, nécessaires et indispensables.

Qu'est-ce qu'un jeu mathématique? Quelles sont les conditions à remplir pour qu'une activité mathématique soit considérée comme un jeu? Questions difficiles. L'accessibilité au plus grand nombre c'est-à-dire faire appel aux connaissances les plus élémentaires, l'idée de défi et surtout de plaisir semblent des paramètres nécessaires pour avoir le label jeu. Mais cette liste n'est pas exhaustive et, de plus, la perception de ces paramètres est très personnelle. En effet, nous le vivons tous les jours dans nos classes: certains élèves prennent naturellement du plaisir en pratiquant les mathématiques et, pour d'autres, c'est une vraie «galère».

Matériel

Il suffit de se procurer les sept dés utilisés dans les jeux de rôle soit

- deux dés à 10 faces, l'un gravé en unités de 0 à 9, l'autre gravé en dizaines de 00 à 90,
- cinq dés à 4, 6, 8, 12 et 20 faces (les cinq solides de Platon) respectivement gravés de 1 à 4, 1 à 6, 1 à 8, 1 à 12 et 1 à 20.

Si vous ne possédez pas ce genre de dés, vous pouvez vous les procurer facilement dans un magasin de jeux de rôle ou dans certains magasins de jeux et jouets.

Règle du jeu pour le collège

1) Il faut d'abord lancer les deux dés à 10 faces. L'addition des deux nombres obtenus donne une somme entre 0 et 99. Ce nombre est le contrat qu'il va falloir atteindre. Comment?

2) En lançant les cinq autres dés, on obtient cinq nombres. Le jeu consiste à atteindre le contrat entre 0 et 99 en utilisant:

- ces cinq nombres (pas forcément tous),
- les quatre opérations (pas forcément toutes),
- le tout en moins d'une minute (ou un peu plus).

3) En plus de cette règle de base, on peut fixer une contrainte opératoire: une des quatre opérations (+, x, – ou :) ou une des six paires constituées de deux opérations (+ x, + –, + : , – x, – : ou x :). Cela signifie que dans son calcul l'élève doit utiliser au moins une fois la contrainte opératoire fixée à l'avance. Si c'est une contrainte simple, il faut utiliser au moins une fois l'opération et, si c'est une contrainte double, il faut utiliser au moins une fois chacune des deux opérations.

4) Une partie se déroule en plusieurs étapes (une étape correspondant à un lancer des sept dés) avec, à chaque fois, une des dix contraintes opératoires ou pas de contrainte. De plus, on peut établir un système de comptage de points. Dans ce cas, à l'issue de chaque étape, l'élève qui a réussi le contrat se voit attribuer le nombre de points qui correspond à la contrainte opératoire fixée, puis on relance les dés pour l'étape suivante.

Voici, pour exemple, le système de comptage que j'utilise :

+ (1 point), x (1 point), – (2 points), : (3 points), + x (2 points), + – (3 points), + : (4 points), – x (3 points), – : (5 points) et x : (4 points).

5) Le coup parfait ou coup en or est un calcul réussi en utilisant les cinq nombres et les quatre opérations (+, x, – et :) utilisées chacune une fois. Par exemple, pour trouver 24 avec 2, 5, 17, 1, 4, on peut faire :

(17 + 1) x 4 : (5 – 2) = 24.

Le coup en or rapporte un bonus de 10 points.

Règle du jeu pour l'école primaire (cycle 3)

Avec quelques modifications, on peut facilement pratiquer ce jeu à l'école primaire au cycle 3 [*ndlr : quatrième et cinquième en Suisse romande*] :

- remplacer le dé à dix faces des dizaines par un dé cubique. L'intervalle du contrat à atteindre passe de [0 ; 99] à [10 ; 69].
- éliminer la division des contraintes opératoires au début du cycle 3 et l'introduire progressivement en milieu et en fin de cycle 3.

Pour le reste, le principe du jeu reste le même.

Quelques situations de jeux

La très grande distribution de lancers donne le partage empirique et approximatif suivant : 1/3 de cas faciles, 1/3 de cas moyens et 1/3 de cas difficiles (dont quelques cas impossibles). La notion de cas facile, moyen ou difficile est évidemment très personnelle et subjective. Cela dépend de sa propre perception des nombres et surtout du public d'élèves que l'on a en face de soi.

Exemples de cas faciles

Les cas faciles sont accessibles à tous et permettent d'intéresser et de remotiver des élèves en difficultés ou en situation de blocage.

Contrat 18 avec 3, 12, 1, 4, 6.

Contrainte +	12 + 6 = 18
Contrainte x	3 x 6 = 18
Contrainte – ou + ou + –	12 + 6 + 4 – 3 – 1 = 18
Contrainte : ou + ou + :	(12 + 6) : 1 = 18
Contrainte + x	(12 + 6) x 1 = 18
Contrainte – x	(4 – 1) x 6 = 18
Contrainte x :	3 x 6 : 1 = 18
Contrainte – : ou toute contrainte	(12 – 4 + 1) : 3 x 6 = 18

Exemples de cas moyens

Les cas moyens font apparaître des différences entre les élèves mais sont aussi une source de motivation et de progrès pour tous.

Contrat 63 avec 14, 5, 7, 8, 4.

Contrainte + ou – ou x ou + – ou + x ou – x	(14 + 7) x (8 – 5) = 63
Contrainte – ou x ou – x	5 x 14 – 7 = 63
Contrainte – ou x ou – x	(14 – 5) x 7 = 63
Toute contrainte	(14 + 7) x (5 – 8 : 4) = 63

Exemples de cas difficiles

Les cas difficiles sont un bon exercice de jonglage mental avec des nombres. Et pour tout le monde !

Contrat 47 avec 11, 3, 8, 3, 7.

Contrainte + ou – ou x ou + x ou + – ou – x	(7 – 3) x 11 + 3 = 47
Toute contrainte	((11 + 7) x 8 – 3) : 3 = 47

Exemple de cas impossible

Contrat 99 avec 1, 1, 1, 1, 1

...

L'impossibilité du cas ci-dessus est évidente mais ce n'est pas toujours aussi flagrant et, pour de tels cas, il peut être intéressant d'effectuer une recherche plus approfondie.

Conseils pratiques

- Ce jeu permet une grande souplesse dans la gestion de la classe. Il suffit de fixer le nombre d'étapes en fonction du temps que l'on veut y consacrer (il m'arrive fréquemment de terminer une heure de classe par deux ou trois lancers des sept dés).
- On peut adapter les contraintes opératoires en fonction du niveau du groupe d'élèves (les contraintes simples + ou x sont plus faciles que les contraintes doubles + : ou – :).
- L'écriture au tableau du contrat et des cinq nombres obtenus facilite le déroulement du jeu pour toute la classe.
- Il est préférable de se procurer deux dés à dix faces d'une couleur et les cinq autres dés d'une autre couleur afin de les visualiser plus facilement.
- Il est possible de proposer aux élèves des situations fixées à l'avance (nombres et opérations) de façon à mettre en place une démarche pédagogique tenant plus compte d'une progression.
- Pour travailler plus particulièrement une opération, on peut imposer exclusivement cette contrainte opératoire pendant une certaine période.

L'apport du jeu dans la classe

- La plupart des élèves prennent du plaisir à chercher car l'aspect ludique semble l'emporter sur l'aspect calcul.
- La manipulation des sept dés est un vrai plaisir tactile pour les élèves. Les dés ont un côté magique et mystérieux qui aide l'élève à « s'approprier » les nombres avec lesquels il va jongler.
- L'élève est acteur dans son calcul car il a des choix opératoires et numériques à effectuer contrairement à des situations plus classiques où l'élève est plus guidé dans sa démarche. En fait, l'aspect combinatoire est aussi important que l'aspect calculatoire.
- La notion de défi est très présente : saine émulation que l'on peut retrouver dans d'autres circonstances en classe ou dans les concours tels que *Kangourou* ou le championnat des jeux mathématiques et logiques.
- Il n'y a pas toujours de corrélation entre la réussite scolaire et la réussite au jeu. Le jeu est une façon de valoriser des élèves en situation d'échec et de les remotiver.

Liens avec les programmes de mathématiques :

On peut facilement établir des liaisons avec certaines parties des programmes du collège et du cycle 3 de l'école primaire :

- Les calculs peuvent s'effectuer mentalement, à la main ou à la calculatrice. Il peut être intéressant d'envisager des séances avec calculatrice et de faire remarquer aux élèves que la calculatrice n'est pas d'un très grand secours car l'aspect combinatoire l'emporte souvent sur l'aspect calculatoire.
- Lien avec les règles de priorités dans les calculs en essayant de faire écrire en ligne un calcul trouvé mentalement ou au brouillon.
- La notion de démarche scientifique est très présente dans la mesure où pour réussir les calculs, il est souvent nécessaire d'effectuer différents tests calculatoires afin

d'approcher au plus près le résultat à atteindre.

- Lors de ces calculs d'approche, l'élève travaille les différentes décompositions d'un nombre et ceci avec les quatre opérations. C'est l'occasion d'aborder la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers.

- Pour réussir ses calculs l'élève travaille également les ordres de grandeur et le sens des opérations.

- La manipulation des dés à quatre faces (le tétraèdre), à six faces (le cube), à huit faces (l'octaèdre), à dix faces (le décaèdre), à douze faces (le dodécaèdre) et à vingt faces (l'icosaèdre) est l'occasion de faire un lien avec l'étude des solides en géométrie dans l'espace.

Conclusion

Rien ne remplace l'expérience personnelle. Il ne vous reste donc plus qu'à essayer.

Rallye Mathématique transalpin

Dernières nouvelles

Vu le développement du RMT, qui touche maintenant plus de 2000 classes en Suisse et dans les pays qui nous entourent, il est devenu nécessaire de créer une structure au niveau international pour gérer l'entreprise: de l'élaboration des épreuves aux commandes de matériel, en passant par la défense de la propriété intellectuelle et la représentation vis à vis des autorités scolaires.

Une association internationale a donc vu le jour, le 29 septembre 2001 à Parma, après un an de préparation. Il s'agit de l'ARMT (Association Rallye Mathématique Transalpin), enregistrée au Registre du Commerce de Neuchâtel.

Elle comprend actuellement 19 sections régionales: Bourg-en-Bresse (France), Negeev (Israel), Aosta, Belluno, Cagliari, Genova, Lodi, Milano, Parma, Puglia, Riva del Garda, Rozzano, Siena, Udine, Vicenza (Italie), Luxembourg, Prague (République Tchèque), Suisse romande et Tessin (Suisse).

Son comité de gestion est composé de deux coordinateurs internationaux: Lucia Grugnetti, de Parma, et François Jaquet, de Suisse romande, et de trois autres membres: Lucia Doretti, trésorière, de Siena, Roland Charnay, de Bourg-en-Bresse, Gunnar Gnad, du Luxembourg.

En Suisse romande, les animateurs du rallye ont a leur tour décidé de se constituer en Association du Rallye Mathématique Transalpin, section de Suisse romande (RMT-SR), le 3 novembre 2001.

Les statuts de la nouvelle association précisent qu'elle est «une section de l'ARMT dont les buts sont de promouvoir la résolution de problèmes pour améliorer l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques par une confrontation entre classes»

Les membres de l'association sont des maîtres dont les classes participent au rallye et des personnes physiques ou morales intéressées.

Le comité du RMT-SR se compose de cinq membres :

Pascal Michel, Les Monts de Corsier, président,

Catherine Dupuis, Lussy, secrétaire,

Philippe Fragnière, Sorens, trésorier,

Martine Simonet, Montagne de Cernier,

François Jaquet, Neuchâtel.

Les ressources de l'association sont les finances d'inscription des classes, les cotisations de ses membres, les subsides des corporations ou administrations publiques, le sponsoring. Un gros effort est à faire pour la recherche d'aides financières car l'organisation du rallye coûte cher. Même en passant par Internet pour la transmission des épreuves, il y a encore des envois postaux et des photocopies, des prix, certificats et souvenirs, les frais d'organisation de la finale... On espère pouvoir rembourser les déplacements des animateurs et des correcteurs qui travaillent bénévolement, voire indemniser ou décharger de leur enseignement ceux des organisateurs qui s'engagent quasi « professionnellement » pour la rédaction des problèmes, les analyses et la gestion administrative.

Le 10e RMT est lancé. Il est présenté dans *Math-Ecole* 199 et sur le site www.irdp.ch/rmt où chacun peut inscrire sa classe en ligne ou devenir membre du RMT-SR. Il est encore possible de communiquer par courrier postal en attendant que chaque école soit reliée à Internet. Il en coûte une différence de 10 Fr. dans les frais d'inscription (40 Fr. par classe au lieu de 30 Fr.)

Dans de nombreuses régions, les liens entre le RMT et la recherche en didactique des mathématiques sont assurés par des départements de mathématiques d'universités ou par des instituts de formation des maîtres. En Suisse romande, l'IRDP n'ayant plus de mandat dans ce domaine, c'est *Math-Ecole* qui assurera ce lien et qui reste l'instrument de diffusion et d'information du Rallye. Les pages suivantes, présentent un « Best of », qui peut faire office d'épreuve d'essai, et les commentaires détaillés, fruit de longues années d'analyse et d'étude de ces problèmes.

Les organisateurs romands remercient l'IRDP de tout le soutien qu'il a apporté dans les tâches didactiques et organisationnelles des neuf premiers rallyes.

Choix de problèmes

(Best of RMT du siècle passé)

pour une épreuve d'essai en vue du 10e RMT

1. Tous sportifs (Cat. 3)

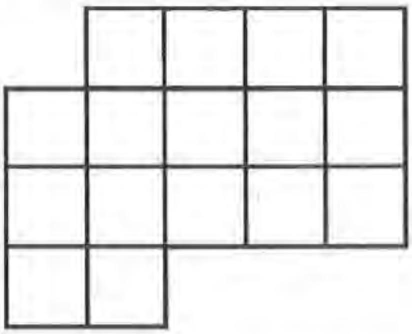
Dans cette classe, tout le monde est sportif! Lorsqu'on demande:

«Qui fait de l'athlétisme?», 16 mains se lèvent; et à la question «Qui fait du basket?», 10 mains se lèvent. Quatre élèves ont levé la main deux fois.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe? Expliquez votre solution.

2. Puzzle (Cat. 3, 4)

Ce puzzle est constitué de trois pièces absolument identiques.



Dessinez ces trois pièces, chacune d'une couleur différente

3. Les trois maisons (Cat. 3, 4)

Trois commerçants, un Suisse, un Italien et un Français habitent dans ces trois maisons de la même rue, qui sont de couleurs différentes.

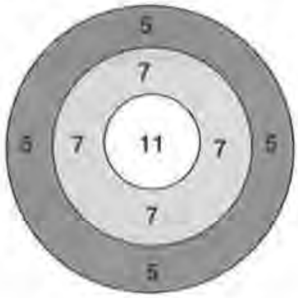
Le boucher habite dans la maison jaune qui est à côté de la rouge mais qui n'est pas à côté de la verte. L'épicier, qui n'est pas suisse, habite à côté du Français. L'Italien habite au numéro 21 et sa maison n'est pas jaune.

Quelle est la nationalité du pharmacien et de quelle couleur est sa maison?

Expliquez comment vous avez trouvé.

4. La cible (Cat.3, 4, 5)

Guillaume a atteint la cible avec toutes ses fléchettes, il compte ses points: 40.



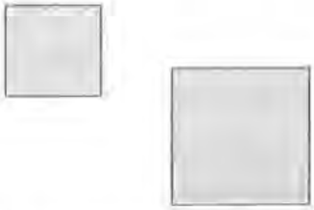
Jeanne joue et dit: «j'ai aussi 40 points et le même nombre de fléchettes dans la cible, mais j'en ai une au centre».

Combien ont-ils chacun mis de fléchettes dans la cible? et dans quelles zones?

Expliquez votre réponse.

5. La ligne de partage (Cat. 3, 4, 5)

Luc aimerait partager ces deux carrés, chacun en deux parties égales, en traçant une seule ligne droite.



Attention, le même trait doit partager les deux carrés à la fois!

Dessinez la droite qui partage chacun de ces carrés en deux parties égales.

Expliquez comment vous l'avez trouvée.

6. Carré magique (Cat. 4, 5)

Dans un carré magique, lorsqu'on additionne tous les nombres d'une ligne, d'une colonne ou d'une diagonale, on obtient toujours le même résultat.

7	12	1	14
	13		11
	3		
9			

Ce carré est magique et contient les nombres naturels de 1 à 16.

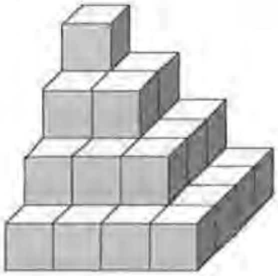
On en a déjà placé quelques-uns.

A vous de placer les autres!

Indiquez comment vous avez procédé.

7. Jeu de construction (Cat. 4, 5, 6)

Voici un empilement de cubes. Il comporte quatre étages de cubes et chaque étage est de forme carrée.

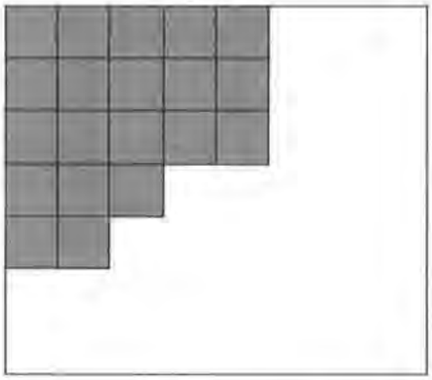


Combien faut-il de cubes pour construire, sur le même modèle, un empilement de 10 étages?

Expliquez comment vous avez trouvé.

8. Carrelages (Cat. 5, 6, 7)

Voici le plan d'un pièce rectangulaire dont il faut entièrement recouvrir le sol avec des carreaux identiques. (Il y a un nombre entier, exactement, de carreaux dans la longueur et dans la largeur)



S'il a fallu 3 heures pour poser les carreaux dessinés, **combien de temps de travail faut-il encore pour terminer l'ouvrage?**

Justifiez votre solution.

9. A bas les profs! (Cat. 5, 6, 7, 8)

Quatre élèves sont resté dans la classe pendant la récréation, l'un d'eux a écrit «A bas les profs!» au tableau noir. Lorsque le professeur rentre en classe, il demande: Qui a écrit ça?

Paul qui porte des lunettes: «c'est une fille».

Jacques, qui n'a pas de lunettes: «c'est quelqu'un qui porte des lunettes».

Marie, qui ne porte pas de lunettes: «ce n'est pas moi».

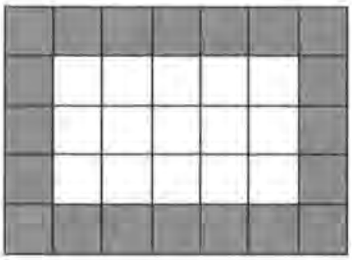
Françoise, qui porte des lunettes: «c'est quelqu'un qui ne porte pas de lunettes».

Un seul des élèves a menti. Les trois autres ont dit la vérité.

Qui a menti et qui a écrit au tableau noir? Expliquez votre raisonnement.

10. Bordures (Cat. 5, 6, 7, 8)

Mombo Tapie est fabricant de couvertures quadrillées. Il aimerait créer un modèle «égalité» qui a autant de carrés gris touchant le bord que de carrés blancs à l'intérieur.



Son apprenti Amal lui a proposé ce modèle qui, malheureusement, ne convient pas, car il a 15 carrés blancs intérieurs et 20 carrés gris sur la bordure.

Est-il possible de créer des tapis avec autant de carrés gris sur le bord que de carrés blancs à l'intérieur?
Expliquez votre réponse.

11. Transports (Cat. 6, 7, 8)

Lundi, l'entreprise SAVONEX a produit 291 caisses de bulles de savon. Pour les transporter, le camion de l'usine a fait plusieurs voyages, toujours entièrement rempli. Comme il ne restait que trois caisses, le chauffeur a décidé de ne pas faire un nouveau voyage et de les prendre le lendemain.

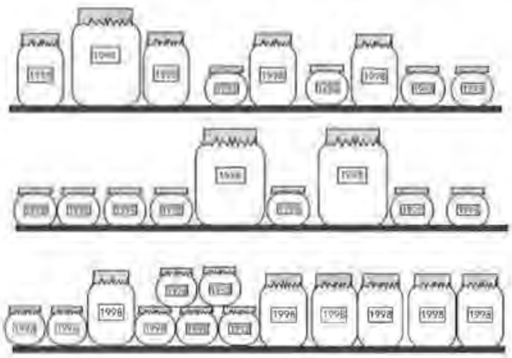
Le mardi, avec la nouvelle production, il y avait 229 caisses à transporter en tout. Le camion a fait deux voyages de moins que le jour précédent, tous pleins, sauf le dernier où il restait encore de la place pour 11 caisses.

Combien le camion a-t-il fait de voyages le deuxième jour et combien transporte-t-il de caisses lorsqu'il est plein?

Justifiez vos réponses.

12. Les pots de confitures (Cat. 6, 7, 8)

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons:

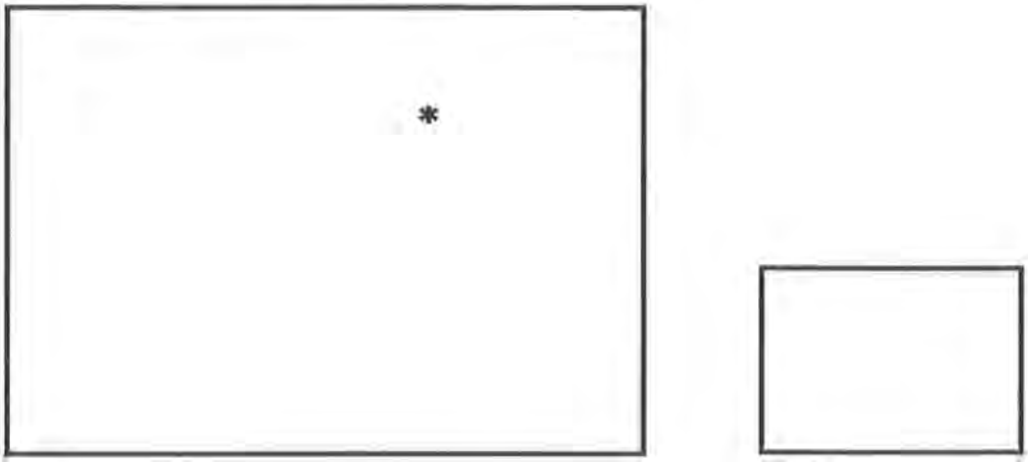


Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

Combien pèsent un grand pot, un moyen et un petit?

Expliquez votre raisonnement.

13. Où il faut faire mouche (Cat. 6, 7, 8)



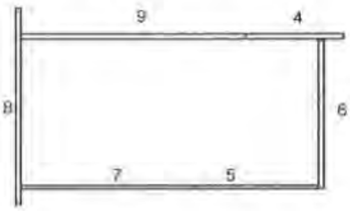
Le petit rectangle de droite, est une photographie du grand rectangle de gauche.

Au moment où la photographie a été prise, une mouche s'était posée sur le grand rectangle. Le photographe a pris soin de l'effacer lors du développement de la photographie.

Replacez la mouche sur la photographie. Expliquez comment vous avez procédé.

14. L'enclos de la chèvre (Cat. 7, 8)

Monsieur Seguin a construit, pour sa nouvelle chèvre, un enclos avec des barrières de 4m, 5m, 6m, 7m, 8m et 9m de long.



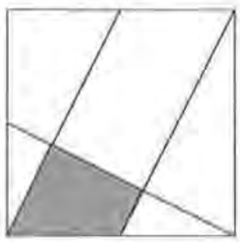
Sa chèvre n'est pas contente du tout. Elle pense que, avec les mêmes barrières, on peut lui offrir un espace rectangulaire plus grand, où il y a plus d'herbe à brouter.

Quel est le plus grand enclos possible, de forme rectangulaire, que peut construire M. Seguin avec ses six barrières, pour satisfaire sa chèvre? Justifiez votre solution.

15. Fraction de terrain (Cat. 8)

Le père Joseph a un terrain carré. Il le partage par trois segments de droites passant par des sommets ou des milieux de côtés.

François héritera de la partie grise du terrain carré de son père Joseph.



Quelle fraction du terrain recevra-t-il? Justifiez votre réponse.

Commentaires et solutions en pages 64 à 70

16e Championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualifications régionales*, Valais 14 novembre 2001

[Ndlr] Après les éliminatoires du 16e Championnat des jeux mathématiques et logiques (destinés à tous les publics, sans limite de temps) publiés dans notre numéro 199, voici les épreuves de qualification élaborées par nos collègues valaisans pour leurs différentes catégories scolaires. Ils étaient plusieurs milliers d'élèves, le 14 novembre à transpirer sur ces problèmes, dans les différentes écoles du Valais.

Essayez vous-mêmes, vous verrez que ça en valait la peine! Bravo encore à l'équipe si dynamique des animateurs valaisans du Championnat de la FFJM.

Corrigé en page 70

CM: 4es et 5es primaires – ex. 1 à 6

C1: 6es primaires et premières du CO – ex. 2 à 8

C2: 8es et 9es années = 2es et 3es années du CO et 1ères du collège – ex. 4 à 11

L1: 10es années et suivantes, jusqu'à la maturité – ex. 7 à 14

1. Les albums de Tintin (CM)

A la librairie La Bulle, tous les albums de Tintin sont vendus au même prix. Clotilde achète un album et présente à la caissière un billet de 50 francs. Celle-ci lui rend 42 francs. Mathurin achète deux albums et présente également un billet de 50 francs à la caissière.

Combien d'argent la caissière doit-elle rendre à Mathurin?

2. Les bonbons (CM, C1)

En 3 jours, Emilie a mangé tout un cornet de 45 bonbons. Chaque jour, elle a mangé 3 bonbons de plus que le jour précédent.

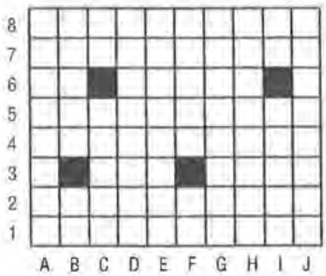
Combien de bonbons Emilie a-t-elle mangés le premier jour?

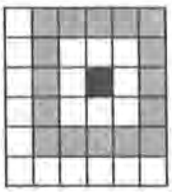
3. L'hôtel (CM, C1)

Un hôtel demande 50 francs par jour. Pour le mois de novembre 2001, le patron fait une action: les jours se terminant par 4 et les jours étant des multiples de 4 sont gratuits.

Quel est le prix que paiera un client ayant passé les 30 jours de novembre dans cet hôtel?

4. Le pôle de Paul (CM, C1, C2)





Les cases noires représentent les positions de 4 explorateurs. Chacun d'eux pense avoir atteint le pôle Nord. Mais en fait, ils se trompent tous. En effet, Paul est à 1 case du pôle, Adrien à 2 cases, Julien à 3 cases et Damien à 4 cases.

Le dessin de droite montre toutes les cases situées à 2 cases d'un explorateur.

Quelles sont les coordonnées de la case représentant l'emplacement du pôle Nord?

5. Les bougies (CM, C1, C2)

Fonfon Labricole s'est aperçu que les bougies ne se consument jamais complètement. Avec 7 restes de bougies, il fabrique une grande bougie.

Quel est le maximum de grandes bougies qu'il peut allumer avec 49 restes de bougies et un briquet?

6. Les marrons (CM, C1 et C2)

Luc a toujours des marrons dans ses poches. Un jour, il dit:

«Si je prends un marron dans ma poche de gauche et que je le mets dans la poche de droite, j'ai alors le même nombre de marrons dans chacune de mes poches. Mais, si je prends un marron dans la poche de droite pour le mettre dans la poche de gauche, j'ai alors le double de marrons dans ma poche de gauche que dans celle de droite.»

Combien de marrons Luc a-t-il en tout?

7. Qui ne peut pneu (C1, C2, L1)

Les 50 membres d'un club de motocyclistes veulent faire une commande globale de pneus. Une partie des membres n'a besoin que d'un pneu neuf. La moitié du reste n'a besoin d'aucun pneu. Tous les autres commandent deux pneus neufs.

Combien faut-il commander de pneus?

8. Les dimanches (C1, C2, L1)

Quel est le nombre maximum de dimanches que l'on peut retrouver en une année (du 1er janvier au 31 décembre) le premier jour du mois?

9. Les vaches tricolores (C2, L1)

Tom Devache possédait 30 vaches, 60 veaux et 3 fils. Dix des vaches étaient blanches et avaient chacune 3 veaux, dix étaient noires et avaient chacune 2 veaux, dix étaient rousses et n'avaient chacune qu'un seul veau.

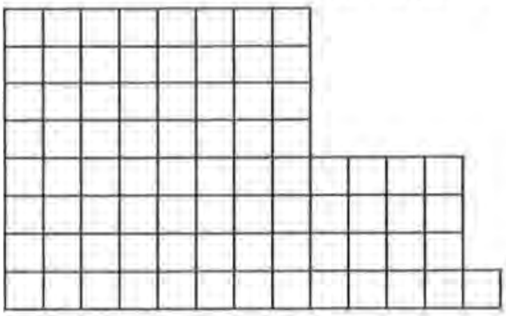
Arrivé à l'âge de la retraite, Tom désira partager ses vaches et veaux entre ses 3 fils, mais d'un naturel très scrupuleux, il voulut non seulement que tous reçoivent le même nombre de vaches et le même nombre de veaux, mais encore que chaque veau suive sa mère, que chaque lot comprenne au moins une vache de chaque couleur, et qu'aucun lot ne comprenne plus de la moitié des vaches d'une couleur donnée.

Quelle fut la composition du lot de l'aîné, sachant que celui-ci choisit le lot comprenant le plus de vaches blanches?

10. Le puzzle (C2, L1)

Comment découper cette surface en 3 morceaux avec lesquels il est possible de réaliser un carré?

NOTE: La surface est composée de carrés



11. Le marcheur (C2, L1)

M. Durand quitte généralement son travail à 19 h. Sa femme vient chaque jour le chercher en voiture (elle roule toujours à la même vitesse). Une fois, il finit à 18 h et se met en route, à pied, jusqu'à la rencontre de sa femme. Celle-ci le prend en cours de route et ils arrivent alors chez eux dix minutes plus tôt que d'habitude.

Pendant combien de minutes M. Durand a-t-il marché ?

12. Le sacristain (L1)

Un curé dit à son sacristain :

« Aujourd'hui, j'ai croisé 3 personnes dont le produit des âges vaut 2450 et la somme est égale au double de ton âge. Quel est l'âge de chacune des 3 personnes ? »

Après réflexion, le sacristain annonce qu'il n'est pas possible de connaître ces âges.

Alors, le curé rajoute :

« Une des 3 personnes est plus âgée que moi. »

Le sacristain lui donne alors la réponse.

Mais quel est donc l'âge du curé ?

13. Les sacs de billes (L1)

Albert possède deux sacs de billes. Les nombres de billes contenues dans ces deux sacs ne possèdent pas de diviseur commun autre que 1. Lorsque Albert joue contre un adversaire, à chacune de ses défaites, il doit prélever, sur son sac le plus plein (ou sur l'un des deux s'ils contiennent le même nombre de billes), le nombre de billes contenues dans son sac le moins plein, qu'il donne alors à son adversaire. Après la 13e partie, Albert, qui n'a jamais gagné, est contraint d'abandonner, l'un de ses sacs étant vide.

Combien de billes, au maximum, Albert possédait-il avant le début de la première partie ?

14. Les dépenses de Dédé Panse (L1)

Le vieux Dédé Panse se souvient d'une mémorable Fête des Matheux à laquelle il participa il y a bien longtemps. Il se rappelle y avoir dépensé la moitié de son argent en moins d'une demi-heure, de sorte qu'il lui restait autant de centimes qu'il avait de francs au départ, et seulement moitié moins de francs qu'il avait de centimes initialement.

Quelle somme d'argent Dédé Panse avait-il au départ ?

NOTE : A cette époque, on pouvait encore payer avec des pièces de 1 et 2 centimes.

solutions en page 70

Math-Ecole, les années soixante

François Jaquet

***Les nombres en couleurs*, Bulletin Cuisenaire de Suisse romande (No 2, juin 1962)**

Notre objectif

Le « Bulletin Cuisenaire de Suisse romande » est lancé. Précisons notre objectif.

- *Ce bulletin est au service des maîtres qui souhaitent de mieux enseigner l'arithmétique, voire les mathématiques, à leurs élèves. Il vient à son heure puisque, de tous côtés, on demande à l'école de renforcer l'équipement des enfants en calcul.*
- *Ce bulletin est une tribune libre. Il n'entend pas formuler une doctrine. Il veut, au contraire, susciter des recherches et donner audience à toutes les remarques – constructives – que les amis de l'école entendront formuler (mathématiciens, psychologues, sociologues... et pédagogues aussi).*
- *Ce bulletin ainsi, quoique placé sous l'égide des « Nombres en Couleurs » et de leur vénéré géniteur, Georges Cuisenaire, n'est pas inféodé à un système, une méthode, un matériel. Il entend demeurer ouvert et ambitionne de pouvoir se situer dans le grand ensemble de la mathématique moderne et des travaux pédagogiques qu'elle suscite.* S. R.

Voici ce que l'on pourrait qualifier d'acte de fondation d'une nouvelle revue, déjà préparée par un modeste bulletin, *Nouvelles des nombres en couleurs*, lancé en 1960 pour servir d'organe de liaison entre les membres de l'équipe Cuisenaire de Genève.

Avril 1962 est une date importante pour l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. La revue *Les nombres en couleurs* ignore d'emblée les frontières cantonales. C'est l'*ECOLE VALAISANNE* qui lui offre son hospitalité, avec le bienveillant appui du Chef du Département de l'Instruction Publique du Valais, M. Marcel Gross. Elle est créée sous l'initiative de Samuel Roller de Genève, avec la participation active de Léo Biollaz, du Valais, de Nicolas Savary de Lausanne. Elle va aussi au-delà la Sarine puisque chacun de ses numéros évoque des cours, des conférences, des activités qui se déroulent à Zurich, Zoug, Trogen... La nouvelle revue se place encore, évidemment, dans un contexte international, avec la participation active de Georges Cuisenaire en personne, de Belgique, de Madeleine Goutard du Canada, de Caleb Gattegno et de Zoltan P. Dienes « citoyens du monde » et de tant d'autres collègues de France, du Canada et de Belgique.

En ce début des années soixante, on note, en Suisse romande comme ailleurs dans le monde occidental, une aspiration des maîtres à un renouvellement de leur enseignement des mathématiques, sous l'influence d'un triple courant psychologique, technologique et social : les idées de Piaget, la course à la conquête de l'espace, la démocratisation des études. *Les nombres en couleurs* en est le reflet. Que d'espoirs ne met-on pas dans ces bâtonnets qui donnent une vie aux nombres, qui les mettent en relation, qui les situent dans l'espace physique de l'enfant, capable de les manipuler concrètement.

Écoutons Gattegno, après sa première rencontre avec George Cuisenaire à Thuin, dans les années cinquante :

L'idée est si merveilleusement simple qu'elle ne pouvait pas échapper à l'attention de tout le monde… Le génie d'Archimède s'est étonné de la poussée éprouvée par son corps dans le bain, celui de Newton que les objets tombent, ce que tout le monde éprouvait tous les jours sans s'y arrêter. Georges Cuisenaire a vu que la base de la mathématique était la relation ou les relations et il a produit un matériel qui existe de ce fait; il a coloré ses réglettes à l'aide de teintes proches ou lointaines selon que leurs longueurs sont des rapports évidents ou pas. Si deux nombres sont le double l'un de l'autre, leurs couleurs sont très proches (rouges, roses, marron). Si au contraire, ils n'ont rien de commun, ils sont fortement distincts (rouge et noir, ou jaune et bleu, etc.)

Dix réglettes de couleurs différentes, de longueur croissant d'un centimètre chaque fois, … permettant d'élaborer le développement de la plupart des questions du programme de l'enseignement primaire et secondaire en arithmétique et en algèbre, ainsi que certaines questions de géométrie métrique également. [1]

L'engouement est grand, partagé par de très nombreux enseignant(e)s. Encore faut-il un rassembleur. C'est Samuel Roller, qui en prend l'initiative. Il a perçu chez Cuisenaire un *pédagogue de la sève decroylienne, … maître d'école avant tout, qui a opiniâtrement voulu le bonheur des enfants, qui les a fait courir dans la campagne et observer la nature, qui les a fait chanter, qui les a fait calculer et chaque fois a su les rendre heureux.* [2]

La revue *Les nombres en couleurs* paraîtra ainsi régulièrement, au rythme de cinq numéros par année, orchestrée par son fondateur, soutenue par Léo Biollaz, un des pionniers romands de la méthode Cuisenaire et avec des contributions régulières et essentielles de Madeleine Goutard, conseiller pédagogique *(sic)* du Département de l'Instruction publique du Québec, qui apparaît comme une référence théorique de la nouvelle publication.

Un de ses premiers articles, *Conseils aux débutants*, reproduit dans les pages suivantes [3] est essentiel pour comprendre les conceptions de l'apprentissage que les pédagogues de l'époque cherchent à induire au travers de l'usage des réglettes. L'auteur se situe au-delà du matériel et de la méthode pour y voir une « conversion totale de l'attitude enseignante ». Alors que certains textes de la revue sont très orientés sur les techniques et introduisent des notations qu'on ne comprend plus aujourd'hui sans référence au matériel et à ses couleurs (« 4Ro et 3Rr » symbolise le nombre 46 : 4 réglettes orange de valeur « 10 » et 3 réglettes rouges de valeur « 2 »), Madeleine Goutard relève avec force qu'il ne « s'agit pas d'enseigner les réglettes Cuisenaire (!), mais d'enseigner les mathématiques, les réglettes ne constituant qu'un *modèle mathématique* ».

Le numéro 23, de mai 1966 annonce la création d'un prix, « La réglette d'or » offert par l'association Cuisenaire-Belgique et l'éditeur de sa revue, qui sera attribué en 1966 aux abonnés du bulletin belge et, en 1967, au lecteur du bulletin de Suisse romande. Ce prix récompensera un travail, *un rapport, une étude, une thèse sur la méthode, le matériel Cuisenaire et devra constituer une œuvre originale, une nouveauté ou un apport personnel à l'utilisation des réglettes Cuisenaire dans une classe, dans une école, et présenter un caractère didactique prépondérant.* (C'est Léo Biollaz qui obtiendra ce prix.)

1. In *Les nombres en couleurs* No 11 (janvier 1964)

2. Ibidem Editorial de S. Roller

3. Voir pages 55 à 58

Simultanément, dans le même numéro paraît un article de Jean-Blaise Grize intitulé : *Notes pour un débat sur l'enseignement des mathématiques nouvelles* et dans le numéro suivant un article de Louis Jeronnez, président de l'association Cuisenaire-Belgique, dont le titre annonce un tournant pour l'histoire de notre revue : *Mathématiques modernes et réglettes Cuisenaire*. Nous sommes en 1966, à l'époque où la communauté scientifique est en plein débat – depuis le fameux colloque de Royaumont de 1958 – sur la réforme de d'enseignement des mathématiques.

On ne connaît pas la réaction des lecteurs des *Nombres en couleurs* en janvier 1967 en recevant leur revue, mais on peut imaginer quelques surprises. En effet, le numéro 26 a un nouveau titre : la MATHématique à l'ECOLE.

Il ne s'agit pas d'une rupture, mais d'une évolution, ainsi que le souligne Samuel Roller dans son éditorial : *En effet, après cinq années de vie, le bulletin désire marquer d'une manière plus nette sa véritable orientation. Cette dernière, nous l'avions précisée dès le numéro 2... ne voulait s'inféoder à aucune «école», mais qu'il souhaitait essentiellement se mettre au service des enseignants chargés d'initier les jeunes enfants aux mathématiques avec l'aide des méthodes, procédés et matériels les plus variables. [...]*. L'éditorialiste évoque ensuite les publications de Caleb Gattegno et de Madeleine Goutard, divers essais de nouveaux programmes et cours dans les cantons romands, les ouvrages de Lucienne Félix. Il termine en disant sa gratitude à Georges Cuisenaire, en disant que *les réglettes ne disparaissent pas mais sont promues à une dignité nouvelle et que leur présence dans MATH-ECOLE sera attestée par les articles que nous ne cesserons de faire paraître sur l'emploi des réglettes dans l'enseignement*. En effet, de nombreux articles des années suivantes feront encore appel à ce matériel, qui sera souvent utilisé en lien avec les ensembles et relations ou en numération.

Dans ce numéro 26, de janvier 1967, un article de Nicole Picard, *Place de la formation mathématique dans l'équipement de l'homme d'aujourd'hui nous* paraît révélateur des préoccupations du moment et des thèmes de réflexion de *Math-Ecole* dans sa nouvelle appellation. Nous l'avons reproduit dans les pages suivantes[4] car il peut encore nous intéresser, 35 ans après !

Les années soixante, pour *Math-Ecole*, c'est Cuisenaire, ses réglettes, et sa méthode, puis un passage progressif vers des réflexions qui vont au-delà des matériels.

(La suite de cet historique de *Math-Ecole : Les années septante*, paraîtra dans le prochain numéro.)

4. Voir pages 59 à 63

Conseils aux débutants [1]

Madeleine Goutard
Conseiller pédagogique, Département de l'instruction publique (Canada)

Extrait de «L'Instruction Publique», sept. 1962, Québec, Canada.

La plupart des maîtres éprouvent une certaine appréhension à se lancer dans une méthode si différente de tout ce qu'ils ont connu jusque-là. Ces craintes sont compréhensibles car il ne suffit pas d'être persuadé que la méthode est bonne et d'acheter le matériel pour que l'enseignement des mathématiques s'en trouve immédiatement amélioré. La méthode Cuisenaire n'est pas un procédé auquel il suffit de se conformer passivement: *elle exige une conversion totale de l'attitude enseignante et celui qui ambitionne de s'y aventurer ne peut plus être le même homme.*

Aussi peut-il arriver que l'on possède les réglettes Cuisenaire tout en continuant d'enseigner de la même façon qu'auparavant, car la méthode ne réside ni dans le matériel (tout indispensable qu'il soit), ni dans les textes, pas plus que la musique ne réside dans l'instrument et la partition: elle est toujours tout entière à recréer et pour cela il faut un virtuose. On ne devient pas un virtuose du jour au lendemain; toutefois, pour le devenir, encore faut-il commencer à s'exercer.

1. Article publié dans *Les nombres en couleur, Bulletin Cuisenaire* No 5, décembre 1962 pp. 4 à 7)

Les résultats risquent de présenter des écarts énormes d'une classe à l'autre selon le degré de préparation des maîtres. Je crois très peu à la réussite de ceux à qui l'on *imposerait* la méthode contre leur gré. Mais à tous les éducateurs de bonne volonté qui me disent: «je veux attendre de posséder parfaitement la méthode pour m'y lancer», je réponds: «La méthode Cuisenaire n'est pas à apprendre par cœur et à reproduire, *c'est en la pratiquant que vous la connaîtrez et ce sont des années d'expérience qui vous en donneront la maîtrise*».

Il est possible d'introduire la méthode à n'importe quel degré et à n'importe quel moment de l'année, puisqu'il ne s'agit jamais d'enseigner les réglettes Cuisenaire (!) mais *d'enseigner les mathématiques*, les réglettes ne constituant qu'un «modèle mathématique» qui, par son excellence, peut faciliter grandement l'apprentissage. Il vaut mieux laisser une maîtresse de grande classe qui a reçu une initiation tenter l'expérience que de l'imposer à des maîtresses de première année insuffisamment ou non préparées.

Il est important que les *débutants ne restent pas isolés*. Si, dans une même école, plusieurs éducateurs se lancent dans l'aventure Cuisenaire, *qu'ils travaillent en étroite collaboration et s'aident mutuellement*. Que ceux qui habitent un même quartier, une même région se réunissent périodiquement; qu'ils visitent leurs collègues qui ont déjà une petite expérience. Celui qui s'engage dans la méthode Cuisenaire – Gattegno rompt avec les habitudes dogmatiques pour prendre une attitude de recherche et la recherche ne peut être que stimulée par de nombreux contacts.

J'ai accepté d'écrire une série d'articles pour cette revue afin de venir en aide à tous ceux qui s'intéressent à cette pédagogie nouvelle. S'ils éprouvent des difficultés particulières, ils pourront m'écrire et j'essaierai d'y répondre ici. Je voudrais consacrer ce premier article à mettre les débutants en garde contre les erreurs les plus fréquentes constatées lors de mes visites dans les classes.

Il faut éviter d'enseigner inutilement et de montrer à l'enfant ce qu'il peut découvrir tout seul et à sa façon. La connaissance du matériel, l'enfant l'acquerra spontanément si on le laisse jouer. Il faut qu'il joue beaucoup mais pas trop. Dans une pédagogie qui s'efforce de se centrer sur la créativité enfantine, il faut laisser à l'élève l'initiative de son éducation et ne pas l'habituer à attendre les directives du maître. Si l'adulte intervient trop tôt, il appauvrit le jeu de l'enfant en l'acheminant trop rapidement vers des constructions uniquement schématiques et linéaires, alors que l'enfant construit spontanément dans les trois directions de l'espace, avec une profusion d'idées. On verra en particulier qu'en ce qui concerne les escaliers, les enfants en bâtissent une grande variété qui diffèrent par la forme (certains sont imposants, volumineux, d'autres hardis, effilés) et par le procédé de fabrication, mais qui constituent toujours des progressions intéressantes. Toutefois si l'adulte impose tout de suite «l'échelle des dix couleurs», l'enfant a tendance à s'en tenir là. L'observation des jeux libres des enfants sera toujours pour le maître une source de renouvellement de son enseignement.

Mais il ne faut pas non plus que l'enfant joue trop. *Sitôt que le jeu n'est plus calme, absorbant, inventif, il faut l'interrompre*. Des jeux organisés tels qu'on en trouve dans la première partie du livre I de l'*Arithmétique avec les nombres en couleurs*[2] pourront d'ailleurs recréer le jeu individuel et il est bon de faire alterner l'invention libre et le travail collectif.

Il faudra éviter de s'immobiliser trop longtemps sur un point particulier sous prétexte que quelques enfants ne l'ont pas encore parfaitement maîtrisé. Tout le monde s'ennuie, l'esprit s'endort et celui qui n'a pas saisi ne saisira pas davantage à grands coups de répétitions. C'est en changeant la situation, au contraire, et en retrouvant des relations semblables dans un contexte différent qu'on aidera à la compréhension.

Il faudra par ailleurs se demander si la difficulté ne provient pas de ce qu'on exige que la situation soit maîtrisée sur le plan de la notation en même temps que sur le plan de l'action. Par exemple, ayant fait faire le tableau des décompositions linéaires de la réglette vert clair ou de la rose, il se peut que la maîtresse exige que tous les enfants sachent tout de suite l'écrire par cœur avant de passer à quelque chose d'autre. Pourtant il est naturel, normal – et donc pédagogiquement favorable – qu'il existe un décalage entre les niveaux de l'action, de la verbalisation et de l'écriture, le premier devant toujours être fort en avance sur les deux autres. *L'enfant doit savoir faire beaucoup plus de choses, avec son matériel qu'il ne peut encore en dire ou en écrire*. C'est pourquoi, au lieu de se figer sur un tableau, j'envisage fort bien qu'on soit encore à écrire le tableau de la réglette vert pâle, tandis qu'on essaie de construire des tableaux plus complexes, des escaliers de toutes sortes, etc. Car il n'est pas nécessaire d'attendre d'avoir à enseigner les progressions des nombres pairs et impairs pour inviter les enfants à construire des escaliers où l'on monte d'une réglette rouge à chaque marche: on peut le faire dès les premiers jours; alors, quand viendra le temps de l'enseigner, comme cela paraîtra facile et déjà familier! La mémorisation n'est pas ce sur quoi il faut insister au début, et la notation mathématique est d'autant plus facilement dominée qu'elle a été préparée de longue date par un jeu manipulatoire très sûr. *C'est la variété et la richesse de l'expérience qui donnent à la notation dynamisme, souplesse, intelligibilité*. En fait, il est aujourd'hui prouvé que, loin d'embrouiller les enfants, plus on fait

2. de Caleb Gattegno

de choses, plus tout devient facile et aisé. À l'école primaire, nos enfants vivent trop souvent dans un temps pauvre, étiré, où il se passe bien peu de choses. *Permettons-leur de vivre dans une durée bien plus dense et pleine d'expériences variées*.

Ceux qui utilisent les volumes verront donc à le faire avec beaucoup de souplesse et à y puiser des idées, une inspiration plutôt qu'un enchaînement rigide. Par nécessité d'exposition, il faut bien qu'un numéro en suive un autre, mais cela n'exclut pas le droit de s'intéresser à plusieurs questions à la fois.

On aura soin également de n'utiliser les réglettes que *pour ce à quoi elles sont faites*: *la découverte et la vérification*. Elles ne sont pas une machine à calculer paresseusement. La méthode Cuisenaire n'aurait aucune valeur si les enfants ne savaient pas calculer sans leurs réglettes. C'est pourquoi, sitôt qu'une situation est bien comprise, il faut exercer l'enfant à l'évoquer et à la manipuler mentalement. *Le travail écrit doit toujours se faire sans les réglettes*. D'ailleurs l'enfant qui a besoin de voir les objets pour savoir ce qu'il veut dire ne se trouve pas en bonne position pour dominer l'écriture, mais s'il a tout présent à l'esprit, il saura d'autant mieux manier efficacement les symboles.

Judicieusement exercée, la mémoire des faits mathématiques peut atteindre un développement remarquable. Mais pour cela, il ne faut pas traiter l'enfant comme un manœuvre qui aligne aveuglément des bâtons dans il ne sait quel but; il faut au contraire *lui laisser la plus grande initiative possible dans la construction de l'édifice mathématique*. Au lieu de toujours commencer les leçons par: «Prenez vos réglettes, faites ceci, faites cela» (et c'est souvent quelque chose que les enfants ont déjà fait maintes fois) demandez plutôt: «Qui est-ce qui se rappelle ce qu'on a cherché hier? Et qu'a-t-on trouvé?» (même si on présume que c'est insuffisamment su et qu'il y aura des réponses inexactes). «Prenons nos réglettes et vérifions si ce que nous disons est exact». Laissez aux enfants l'initiative des transformations: «... Mais était-on obligé d'employer cette réglette-là? Quelle autre aurait-on pu prendre?...» Faites-les prévoir ce qui arriverait si...: «On n'a jamais cherché si ce nombre-là avait des facteurs. À votre avis lui en trouverait-on?... Pourquoi?... Lesquels?... Vérifions si nous avons deviné juste.» De cette façon, l'esprit vole au-devant des faits au lieu d'être à la traîne et de se laisser passivement conduire pour se rendre docilement à l'évidence.

Enfin, la maîtresse écrira le moins possible, laissant les enfants proposer eux-mêmes et composer en entier ce qu'il convient d'écrire et qui n'est que l'expression de ce qui a été découvert et formulé en commun. Les enfants ne peuvent acquérir une maîtrise parfaite de la notation que si leur rôle ne se borne pas à écrire simplement «la» réponse et que s'ils écrivent *tous les jours* ce qu'ils ont retenu et découvert pendant la leçon.

Place de la formation mathématique dans l'équipement de l'homme d'aujourd'hui[1]

Nicole Picard
Chargée de Recherches à l'Institut pédagogique national PARIS

S'il est un problème concernant l'enseignement dont se préoccupent, à l'heure actuelle, les ministres des différents pays, c'est bien celui de l'enseignement des mathématiques. La demande de réformes vient de partout à la fois: historiquement, elle est partie des mathématiciens de l'enseignement supérieur dont le rôle est de former des chercheurs en mathématique.

L'enseignement secondaire fournissait à l'enseignement supérieur des étudiants absolument inaptes à dominer les matières enseignées: l'esprit dans lequel ils devaient considérer les mathématiques était tout différent de celui dans lequel ils les étudiaient dans le secondaire.

En effet, si les êtres mathématiques n'ont pas changé (il n'y a pas de mathématique moderne ou de mathématique ancienne mais une mathématique en évolution depuis 2000 ans) le regard que l'on pose sur ces êtres mathématiques n'est plus le même. On s'est aperçu, il y a plus d'un siècle, que les êtres mathématiques vivent en société et l'on s'intéresse aux relations qu'ils entretiennent entre eux. C'est cela qui a conduit les mathématiciens à l'idée si fructueuse de structure, sans laquelle la recherche mathématique était arrivée dans une impasse. C'est cette mathématique réorganisée qui est partout dans le monde enseignée au niveau de l'enseignement supérieur. D'où la nécessité de former, dans le secondaire, des élèves capables de profiter d'un tel enseignement.

Les premières réformes ont, en effet, été, en général, des réformes portant sur les dernières classes de l'enseignement secondaire. Une fois ces réformes effectuées, on s'est vite aperçu que le problème n'était absolument pas résolu et que les difficultés n'étaient pas éliminées mais repoussées. En effet, ce n'est pas seulement un changement de contenu des programmes qui est nécessaire mais aussi un changement de mode de pensée et à 14 ans comme à 17, il faut procéder, avant de faire passer la matière nouvelle, à un déconditionnement.

Rénover complètement l'enseignement secondaire n'est d'ailleurs pas suffisant non plus car la difficulté se retrouve intacte au passage de l'enseignement primaire à l'enseignement secondaire. Si l'on veut faire un enseignement cohérent des mathématiques sans reprise ni déconditionnement, il faut commencer au jardin d'enfants et enseigner les mathématiques dans un même esprit du jardin d'enfants à l'université, dans un même esprit mais pas de la même manière, bien sûr.

C'est dans cet esprit que, peu a peu, sont éclos un grand nombre de projets de programmes: aux USA, chaque grande université à écrit son projet, l'a expérimenté. Des conférences, des colloques ont en lieu. L'initiative de ces projets venait toujours de l'enseignement supérieur qui pensait y trouver son compte et augmenter le nombre des chercheurs valables.

Les détracteurs de ces projets objecteront que de but des enseignements élémentaires

1. Article publié dans *Math-Ecole* no 26, janvier 1967 (pp. 5-11)

(jusqu'à 14 ou 16 ans) n'est pas de former des chercheurs en mathématique et ils ont raison. Mais voilà que d'autres aussi et qui n'étaient pas mathématiciens réclamaient autre chose de l'enseignement, des mathématiques. En effet, le nombre des utilisateurs des mathématiques augmente sans cesse et dans toutes les disciplines, nous en verrons quelques exemples plus loin.

La mathématique a droit de cité partout. En France, il y a depuis quelques années déjà un cours de mathématiques dans la Faculté de Droit et de Sciences économiques et depuis cette année dans la Faculté des Lettres, cours destinés aux psychologues, aux sociologues, aux philosophes et aux linguistes.

Bien sûr, l'étude sacro-sainte des «cas d'égalité des triangles» ne sert de rien ni aux économistes, ni aux psychologues, ni d'ailleurs à la plupart des utilisateurs. Si cette étude existe dans l'enseignement traditionnel, c'est que l'on pensait que la géométrie était le seul moyen d'apprendre la pratique du raisonnement hypothético-déductif et cela permettait de fabriquer un très grand nombre de problèmes. En fait, on se servait de ce que l'on avait à sa disposition, la géométrie euclidienne, pour faire l'apprentissage du raisonnement. On s'est aperçu, lorsque l'on a entrepris la mise en place des programmes expérimentaux que l'on disposait, pour ce faire, de matériels beaucoup plus adéquats.

Un autre fait: jusqu'à maintenant, les mathématiques enseignées dans les classes du secondaire étaient destinées à de futurs ingénieurs ou physiciens comme si, dès l'âge de 10 ans, on se préparait à entrer à Polytechnique. Elles étaient (et sont encore bien souvent) enseignées comme une technique particulière. Dès le départ, elles étaient un outil de spécialistes. Cela se comprend très bien: les mathématiques se sont, en effet, développées au cours des âges pour mieux comprendre et dominer le monde physique: les nécessités du dénombrement ont conduit à la notion de nombre, celles de l'arpentage à la géométrie, la dérivée a permis l'étudie théorique des mouvements et l'intégrale celle de l'énergie. Nous savons bien, tous, que la mathématique est l'outil de choix, irremplaçable, de l'ingénieur et du physicien mais l'on comprend bien que les esprits littéraires se trouvent tout à fait en dehors de l'affaire. Or, les mathématiques utilisées par les physiciens et les ingénieurs ne sont qu'une petite partie de «la mathématique». De plus, elles ne consistent, bien souvent, qu'en techniques dont certaines n'ont pas leur place dans l'enseignement des mathématiques jusqu'à l'âge de 14 ou 15 ans.

Le résultat le plus visible est que, depuis des générations, tous ceux qui ne sont pas tentés par une carrière d'ingénieur, dès l'âge de 18 ans, c'est-à-dire une fois passés les examens comportant une épreuve de mathématiques, rayent de leur préoccupation tout ce qui est mathématique.

Rayent ou croient rayer car bon nombre d'entre eux vont, tout au long de leur carrière, trouver et utiliser des mathématiques, mais ce ne sont pas celles qu'on leur avait enseignées dans le secondaire. Bon nombre d'entre eux, aussi, ne sachant pas qu'il peut exister d'autres opérations que celles qui les ont fait pâlir sur les bancs de l'école, opérations portant sur du non numérique, n'aboutiront pas dans les tâches qu'ils voulaient entreprendre.

Quels sont donc, mis à part les ingénieurs et les physiciens les utilisateurs des mathématiques. Et quelles mathématiques utilisent-ils?

Il n'est pas question de faire ici une étude complète sur ce sujet.

La liste des utilisateurs et celle des modes d'utilisation sont beaucoup trop longues mais nous allons prendre quelques exemples précis:

Voyons d'abord un domaine où la mathématique a fait irruption au cours des récentes années: celui de l'action.

Donnons la parole à des spécialistes :

Comme le signalent Mothes et Rosentiehl dans leur livre *Les mathématiques de l'action*[2], la mathématique y a remporté un certain succès. De ce fait, l'ancienne dichotomie établie entre le monde de la pratique et celui de la théorie, entre le monde de la science et celui de l'action s'est trouvée remise en question... Pour une large part, les problèmes de l'action s'énoncent... en termes de votes, de choix, de paris, de compromis, de programmes, de plans.

Ce que doit apprendre le futur responsable c'est donc à classer, à structurer, à comparer, à hiérarchiser, à ordonnancer, à faire des plans... de façon à pouvoir remettre en cause les routines existantes, formuler les problèmes d'une façon intelligible et communicable, décider, en toute connaissance de cause, de les soumettre, ou non, au calcul.

«... La formation de l'homme d'action sera essentiellement logique et méthodologique. Parmi les démarches intellectuelles les plus naturelles de l'homme, il en est une qui consiste à reconnaître dans l'univers qui l'environne des objets, des individus, des événements, en bref des collections d'éléments ou ensembles. Les ensembles constituent le matériau brut du statisticien, la première démarche de ce spécialiste consistant à y opérer des classements puis des dénombrements.

Les décisions humaines sont elles-mêmes tributaires de multiples événements. Ceux qui se réalisent appartiennent à l'histoire, ceux qui ne se réalisent pas n'ont appartenu qu'aux possibles. L'art de conjecturer c'est d'abord de dresser un inventaire des possibles, puis de classer les événements ainsi identifiés, en vue de séparer le certain de l'incertain, voire d'ordonner les incertitudes».

2. Dunod, éd., Paris

Citons maintenant une réflexion de M. Faure lors d'une conférence au SICOB sur le thème: *«le dialogue homme-machine à l'âge de l'ordinateur»: «Nous sommes bien loin de l'époque encore récente où les dirigeants des entreprises et des administrations recouraient principalement à l'intuition et au flair. Cette évolution a sans doute commencé par les bureaux d'études, en raison de la nécessité d'inventer vite et bien, sous la pression de la concurrence internationale, du développement des échanges et de l'avancement prodigieux des techniques. Elle a été servie par l'apparition des premiers moyens de calcul automatique, rendant possible l'exécution des tâches devant lesquelles on avait, jusqu'à présent, reculé».*

Il est un fait certain, c'est que l'on calcule (au sens large du terme) de plus en plus. Quelles en sont les raisons? Voici une réponse faite par le R. P. Russo au cours d'une conférence au SICOB :

1. Du fait du progrès des sciences – plus largement d'une attitude tendant à la rationalisation de l'action qui se traduit notamment par la recherche d'une solution optimale – on fait aujourd'hui des calculs que l'on n'envisageait pas de faire auparavant.

2. La complexité croissante des entreprises humaines impose aujourd'hui le calcul dans un grand nombre de cas où, dans le passé, l'intuition et le bon sens suffisaient à organiser l'action.

3. La philosophie de la technique, encore en grande partie implicite, mais qui, tout de même, commence à s'affirmer, d'après laquelle l'action est, pour une grande part, une opération informationnelle, conduit à différencier cette fonction informationnelle et, par là, à l'organiser et à la développer.

Une des applications remarquables de cette différenciation est constituée par les méthodes de simulation qui permettent de substituer à une activité réelle «matérielle» coûteuse une activité «immatérielle» de même structure formelle, beaucoup plus facilement réalisable.

On voit donc que, en ce qui concerne les mathématiques, l'homme d'action doit avoir une formation de base, qui en majeure partie n'est plus donnée dans l'enseignement élémentaire traditionnel. Cette formation s'avérant, d'ailleurs, également utile au futur scientifique.

Abordons maintenant un autre domaine, celui des sciences de l'homme.

Fait caractéristique de notre époque: en juillet dernier, le Centre International de Calcul organisait à Rome des journées d'études sur les méthodes mathématiques dans les sciences de l'homme; 4 sections: anthropologie, archéologie, psychologie, sociologie.

Voici quelques titres parmi les 30 communications:

- analyse automatique qualitative et quantitative des mythes;
- application de la théorie des monoïdes aux structures de parentés;
- à propos des évangiles synoptiques;
- analyse formelle de la géomancie;
- possibilités du scalogramme dans l'étude des bronzes chinois archaïques;
- le traitement automatique de mesures géophysiques sur des sites archéologiques;
- sur une méthode de choix lorsque plusieurs critères de préférence sont en jeu;
- tentative de construction d'un modèle de la mémoire humaine;
- traitement de l'information dans la résolution de problèmes;
- récents progrès en méthodologie non métrique dans les sciences du comportement;
- sur la structure des coalitions politiques;
- etc.

Deux faits frappants se sont dégagés au cours de ces journées d'études:

1. Dans chacune des sections, il y eut au moins un exposé de haute tenue mathématique, l'auteur utilisant des méthodes permettant d'aborder sous un jour nouveau et de manière fructueuse la recherche entreprise dans un domaine a priori totalement étranger à la mathématique (comme celui de l'étude des bronzes chinois);
2. Le faible niveau de certains exposés était dû à l'emploi d'une méthodologie inadéquate au sujet et aux moyens employés (enregistrement de données sur ordinateur), le traitement des dites données étant fait sans tenir compte des possibilités de traitement non numérique de l'information: il était très sensible que pour les auteurs, la mathématique était indissociablement liée au nombre. L'ordinateur n'étant utilisé que pour sa rapidité d'exécution. Quand on sait combien coûte une heure de calcul, on ne peut pas s'empêcher de penser que c'est «beaucoup de bruit pour rien». Pour que soient rentables les moyens considérables dont nous disposons pour prolonger, en quelque sorte, notre intelligence pour des réalisations que, matériellement nous sommes incapables de faire, une réflexion préalable est nécessaire.

Encore une fois, cette réflexion n'est possible qu'à ceux qui ont une formation de base adéquate, formation qui ne leur a pas été donnée au cours de leurs études.

Disons un dernier mot d'une utilisation des mathématiques dans un domaine qui paraît, lui, être peut-être encore plus étranger, celui des arts : non seulement les méthodes mathématiques peuvent permettre l'analyse d'œuvres existantes mais elles ont droit de cité là où le savoir faire et l'intuition régnaient seuls, dans l'acte créateur lui-même.

Des quantités de possibles n'ont pas été exploités. En musique, Schoenberg l'avait découvert empiriquement, d'autres ont, après lui, entrepris une recherche consciente, citons Hiller et Isaacson aux USA, Gills en Angleterre, Zaripoff en Russie, Fuks en Allemagne, Xenakis et Barbaud en France.

En peinture, même des peintres tels que Lanquin en France tentent de traduire par des formes et des couleurs des structures proposées par le mathématicien. Les éléments de structures mathématiques étant absolument abstraits et sans signification ils peuvent être matérialisés par des sons ou des couleurs ou des formes. Il s'ensuit des harmonies musicales ou picturales souvent inattendues, souvent très belles aussi.

Qu'y a-t-il de commun dans toutes ces activités où l'on utilise les mathématiques ?

C'est l'utilisation de modèles. Récemment, un mathématicien décrivait sa tâche essentielle comme consistant à examiner une situation physique ou un fragment du « monde réel et à développer un modèle mathématique pour le représenter. Ce modèle consiste en une série d'équations et de relations et il doit présenter une ressemblance suffisante par rapport à la situation originale pour que, lorsque des questions trouvent une réponse dans les termes du modèle, on trouve les mêmes réponses aux mêmes questions dans le monde réel.

Nous voici donc à une époque où, comme au XVIIe et au XVIIIe siècle, les mathématiques sont la base de la culture de tout honnête homme. Il est impossible de tout savoir sur les mathématiques mais un certain nombre de concepts fondamentaux sont indispensables à quiconque.

Que nous le voulions ou non, que les gouvernements le veuillent ou non, l'enseignement des mathématiques doit être entièrement repensé, repensé comme un tout, du jardin d'enfants à l'université, repensé dans son contenu et ses méthodes. Cet enseignement ne doit pas être conçu, comme il l'a été jusqu'à maintenant uniquement par des professionnels de la mathématique mais comme un instrument incomparable, intégrateur de culture. Il doit s'appuyer sur les recherches récentes en psychologie de l'enfant et en psychologie de l'intelligence. Les enfants ne doivent pas apprendre des techniques connues du maître et transmises par voie autoritaire mais réellement construire leur mathématique en formant eux-mêmes, peu à peu, les concepts en jeu.

Il faut leur donner la possibilité réelle d'abstraire, (au sens étymologique du terme) ces concepts de leur propre expérience. Ce faisant, nous leur permettrons par surcroît, peut-être, de construire leur personnalité, d'intégrer leur personnalité.

Dans nos classes expérimentales, la joie éprouvée lors d'une découverte, la liberté des enfants essayant une algèbre de leur invention, comparant des méthodes et donnant des arguments pour appuyer celle qui a leur préférence peut en tout cas nous en donner l'espoir.

Commentaires sur les problèmes «Best of RMT»

(pages 46 à 49)

A côté de chaque titre, figure l'origine du problème :

- numéro de l'édition du Rallye mathématique transalpin,
- épreuve au sein de l'édition (I : épreuve I, II : épreuve II, F : finale),
- numéro du problème au sein de l'épreuve, et des articles de référence sur le problème publiés dans :
  - A : les actes des journées du RMT de Brigue (1997-1998) (v. p. 3 de couverture),
  - B : les actes des journées du RMT de Siena et Neuchâtel (1999-200) (v. p. 3 de couverture),
  - M-E ... numéro correspondant de *Math-Ecole*

1. Tous sportifs (3RMT I problème 5, réf : A)

Domaine de connaissances
- Logique et raisonnement

Analyse de la tâche
- Comprendre que certains élèves font de l'athlétisme, d'autres du basket et d'autres encore font les deux sports à la fois ;
- en déduire, que, de la somme de 16 + 10, il faut retirer les quatre élèves comptés deux fois.

Observations

L'analyse des résultats a montré que la plupart des classes font l'opération 16 + 10 – 4 ou donnent l'explication correspondante par une phrase.

Des diagrammes de Venn apparaissaient encore en 1995 car les classes les avaient étudiés à cette époque. Il sera intéressant d'observer maintenant quels sont les supports graphiques que les élèves utiliseront spontanément, s'ils en éprouvent le besoin.

2. Puzzle (2RMT II problème 9)

Domaine de connaissances
- Géométrie : pavage, figures isométriques

Analyse de la tâche
- Procéder par essais successifs sans ordre ;
- ou compter les carrés et se rendre compte que chaque doit être composée de 5 carrés, puis essayer les formes possibles de 5 carrés

Observations

Le problème est assez facile. On peut tomber par chance directement sur la solution, on peut aussi multiplier les essais. La partie droite de la figure donne une bonne indication sur la forme de la pièce, en «M».

3. Les trois maisons (6RMT1 problème 5)

Domaine de connaissances
- Géométrie : positions relatives
- Logique et raisonnement : organisation d'une recherche déductive

Analyse de la tâche
- Lire les données comprendre que sont en jeu trois maisons, trois personnages, trois métiers et trois couleurs, s'excluant mutuellement ;
- organiser la recherche par des tableaux, des dessins, des informations complémentaires notées sur les trois maisons, des essais successifs
- émettre des hypothèses et retenir ou noter les premières conclusions afin d'en tenir compte dans la suite de la recherche ;
- arriver à la conclusion que l'Italien est épicier, que la maison jaune est à droite, que le pharmacien n'est ni l'épicier ni le boucher et habite

par conséquent dans la maison du milieu, rouge et qu'il est français.

Observation

C'est au travers des représentations et des explications écrites que s'évaluent les compétences des élèves à organiser les informations. On trouve souvent des raisonnements bien justifiés du genre: « L'épicier n'est ni suisse, ni français, il est donc italien ».

On peut aussi juger de l'organisation en observant les pistes (hypothèses) abandonnées car elles ont conduit à une contradiction. Un tableau dont les maisons constituent la première ligne, est une réponse fréquente.

4. La cible (1RMT F problème 4)

Domaine de connaissances

- Arithmétique: sommes et produits de nombres naturels

Analyse de la tâche

- Comprendre la manière de compter les points, selon les zones de la cible;
- chercher comment atteindre des sommes de 40 avec les termes 5, 7 et 11:
  40 = 11 + 11 + 11 + 7 = (4 termes)
  = 11 + 7 + 7 + 5 + 5 + 5 = (6 termes)
  = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 5 = (6 termes)
  = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 (8 termes)
- parmi les possibilités trouvées, identifier celles qui ont le même nombre de termes (6) et déterminer celles des deux enfants (Jeanne: une fois 11, deux fois 7 et trois fois 5; Guillaume: cinq fois 7 et une fois 5).

Observations

Les procédés sont multiples, de la recherche au hasard, avec une ou deux solutions trouvées, à un inventaire plus systématique où les quatre possibilités sont découvertes. De la troisième à la cinquième année, on constate une forte progression dans l'organisation de la recherche.

Les écritures utilisées révèlent aussi la maîtrise du passage de longues additions à l'utilisation de produits comme, par exemple:
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 x 8

Remarque

Cette version de « La cible » a été modifiée par rapport à celle d'origine dans sa variable « nombre de points », qui a passé de 34 à 40. Avec 34, il n'y avait que deux possibilités et, par conséquent pas de choix nécessaire ni d'obligation de chercher d'autres possibilités après avoir trouvé les deux premières.

D'autres problèmes sur le thème de la cible sont apparus dans les moyens d'enseignement romands et dans le RMT (Réf. B) sur le thèmes des totaux qu'on arrive à obtenir.

5. La ligne de partage (2RMT I problème 1)

Domaine de connaissances

- Géométrie: partage d'un carré et ligne droite

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a d'autres droites que celles passant par deux sommets opposés ou par deux milieux de côtés opposés qui partagent un carré en deux parties égales: celles qui passent par le centre;
- en déduire que la droite cherchée est celle qui passe par les deux centres;
- ou procéder par ajustements successifs.

Observations

Le problème demande un « déconditionnement » des partages habituels du carré. Certains élèves, qui ne peuvent pas se détacher de ces modèles peuvent aller jusqu'à « plier la droite » pour que, par exemple, elle passe par deux sommets opposés du carré supérieur gauche et partage horizontalement le carré inférieur.

Le problème est donc particulièrement difficile en troisième mais peut conduire, après l'épreuve, à de nombreux découpages non conventionnels du carré en deux parties égales.

6. Carré magique (1RMT F problème 1)

Domaine de connaissances
- Arithmétique: sommes de nombres naturels
- Logique et raisonnement: suivre une séquence déductive

Analyse de la tâche
- Comprendre la règle de construction du carré;
- déterminer la somme magique, 34, d'après la première ligne
- compléter, par additions lacunaires ou par addition et soustraction les termes qu'on peut calculer immédiatement, dans un ordre séquentiel: 8 et 6 (diagonale et deuxième colonne), puis 2 (deuxième ligne), puis 16 (première colonne) puis hypothèses pour placer les quatre derniers nombres: 4, 5, 10 et 15.
- rédaction et explicitation de la séquence déductive précédente et des hypothèses.

Observations

Lorsque la règle de construction est comprise, le carré se complète facilement. Ce sont les explications et la démarche de la séquence d'élaboration qui sont les plus intéressantes à évaluer.

Accessoirement, l'activité contraint les élèves à effectuer un grand nombre d'additions et soustractions et permet de renforcer les procédures de calcul réfléchi.

7. Jeu de construction (7RMT I problème 9 Réf: B)

Domaine de connaissances:
- Géométrie: vision dans l'espace, perspective
- Arithmétique: suite de carrés

Analyse de la tâche
- Comprendre que dans le modèle, on peut compter les carrés étage par étage: $1 + 4 + 9 + 16 = 30$;
- imaginer, ou dessiner, ou construire effectivement un étage supplémentaire, puis un suivant, etc.;
- à partir d'un certain stade, voir apparaître la série $1+4+9+16+\ldots+100=1^2+2^2+3^2+\ldots+10^2=385$.

Observations

On voit évidemment apparaître la réponse correcte (385), avec le détail de la somme (les dix termes), mais la qualité des explications peut varier sensiblement d'un groupe d'élèves à l'autre.

Une erreur fréquente est la réponse 110. Elle vient d'une simplification abusive en situation de proportionnalité: «on a compté qu'il y a 30 cubes sur la construction du dessin, il en faut 25 de plus pour cinq étages: 55. Il en faudra donc 110 pour 10 étages». Une autre erreur consiste à ne compter que les cubes visibles et à en obtenir 100.

Remarque

Ce problème a été repris dans l'édition 2002 du manuel Mathématiques 6e, avec l'adjonction d'une question pour un empilement de 20 étages, dans le but de susciter un recours à l'idée d'application et de provoquer un conflit entre un cas de proportionnalité et la situation proposée où la fonction n'est pas linéaire.

8. Carrelages (2RMT I problème 11)

Domaine de connaissances
- Géométrie: aire du rectangle et pavage
- Arithmétique: proportionnalité

Analyse de la tâche
- Déterminer le nombre de carreaux, d'après les espaces manquants sur le dessin: il y a encore de la place pour 3 dans la longueur et 2 dans la largeur et on aura au total $7 \times 8 = 56$ carreaux;
- compter les carreaux déjà placés: 20 et trouver qu'il en reste donc 36 à placer;
- déterminer la durée qui reste par proportionnalité: 20 carreaux en 3h, comme 36 carreaux en une durée à calculer: en passant par le coefficient de linéarité $36 \times 3/20$, ou en transformant

les heures en minutes puis en utilisant les propriétés de linéarité comme 20 -> 180 ; 4 -> 36 ; 36 -> 324 ... pour arriver à 324 minutes ou 5h24mn ou 27/5 h.

Observations

Il y a beaucoup d'étapes à observer dans les protocoles de résolution. Tout d'abord la manière dont les élèves trouvent le nombre de carreaux manquants en longueur et en largeur et les justifications qu'ils en donnent : par dessin, par report, par mesurage et division, par estimation visuelle. Ensuite il est intéressant de savoir si le comptage des carrés restants se fait par comptage sur le dessin ou par des procédures arithmétiques. Finalement, on peut évaluer les capacités des élèves à se tirer d'affaire dans une situation de proportionnalité, avec, en prime, la transformation d'heures en minutes. On apprend alors dans quelle mesure ils maîtrisent les outils à leur disposition : nombres rationnels, équations pour les plus grands, propriétés de linéarité dans les procédures pas à pas...

9. A bas les profs! (5RMT I problème 12, Réf: A)

Domaine de connaissances
- Logique et raisonnement : négation, exclusion, hypothèses, organisation des informations

Analyse de la tâche
- Organiser les données en tenant compte de toutes les information de l'énoncé ;
- émettre des hypothèses, successives, sur le menteur et les vérifier ;
- ou procéder par élimination à partir des déclarations de Jacques et Françoise qui sont contradictoires et permettent de savoir que le menteur est l'un des deux ;
- justifier le raisonnement conduisant aux deux réponses : Françoise ment et c'est aussi elle qui a écrit au tableau noir.

Observations

La majorité des groupes entre dans le problème, mais certains ont de la peine à donner une justification cohérente et à montrer qu'il n'y a qu'une seule solution possible. D'autres ne répondent pas aux deux questions. On peut identifier de nombreux arguments affectifs comme « si c'est Françoise qui ment, c'est donc elle qui a écrit au tableau noir ». On constate une nette progression dans la rigueur de l'argumentation de la cinquième à la huitième année.

10. Bordures (4RMT F problème 12, Réf: A, M-E 177)

Domaine de connaissances
- Géométrie : aire et périmètre du rectangle
- Arithmétique (algèbre) : résolution d'équation pas à pas

Analyse de la tâche
- Commencer par quelques essais au hasard puis découvrir des variations d'un essai à l'autre ;
- dresser alors un inventaire systématique des rectangles avec leur « intérieur » et leur « périmètre » en faisant varier une des deux dimensions et en laissant l'autre fixe ;
- recommencer avec différentes dimensions fixes pour trouver toutes les solutions 6x8 et 5 x 12 ;
- ou, pour les élèves qui ont déjà des outils algébriques à disposition, poser et résoudre une équation du genre $2xy = (x + 2)(y + 2)$ en cherchant ses solutions qui sont des couples de nombres naturels.

Observations

C'est dans l'organisation systématique des essais que réside l'obstacle essentiel de ce problème. Des élèves de 5e et 6e peuvent trouver une solution, voire les deux, par des essais successifs sur des dessins, où ils sont confrontés au conflit entre l'aire et le périmètre. Dès la sixième, on voit arriver des recherches systématiques qui permettent d'être certain qu'il n'y a que deux solutions : séries de rectangles de même largeur qui « s'allongent » progressivement, par exemple.

La mise en équation permet de se passer des dessins et de ne travailler que sur des tableaux de valeurs numériques (la résolution algébrique fait appel à des instruments du niveau du secondaire supérieur).

11. Transports (7RMT I, problème 14)

Domaine de connaissances
- Arithmétique : division et multiplication
- Algèbre : équations

Analyse de la tâche
- Comprendre que le premier jour, le camion a transporté 288 caisses et que, le lendemain, si tous les voyages avaient été pleins, il aurait transporté 240 caisses ;
- en déduire que la différence, correspondant à deux voyages est 48 caisses et qu'il y a donc 24 caisses par voyage ;
- ou résoudre le système d'équations, où n représente le nombre de voyages du premier jour et c le nombre de caisses par camion : $nc + 3 = 291$ et $(n - 2)\ c - 11 = 229$
- déterminer le nombre de voyages du premier jour : $288 : 24 = 12$ et du deuxième jour : $12 - 2 = 10$;
- ou procéder par essais successifs organisés.

Observations

Le problème est en général réussi par une majorité de groupes dès la septième année. Comme le montre l'analyse de la tâche, la résolution exige une succession d'opérations selon une chaîne déductive rigoureuse. En sixième, on voit apparaître fréquemment des lacunes ou des hypothèses non vérifiées dans cette chaîne. On peut ainsi évaluer, étape par étape, les raisonnements élaborés dans la résolution de ce problème.

12. Les pots de confiture (6RMTII problème 11, Réf : A, M-E 188)

Domaine de connaissances
- Arithmétique : addition et « résolution d'équations »
- Logique et raisonnement : règles d'échanges et d'équivalence

Analyse de la tâche
- Comprendre que des échanges peuvent être opérés pour faciliter les comparaisons ;
- retirer 7 petits pots des deux rayons inférieurs, pour arriver à l'équivalence 2 grands ⇔ 6 moyens ou 1 grand ⇔ 3 moyens ;
- trouver l'équivalence 1 moyen ⇔ 3 petits par comparaison entre les deux rayons du haut ;
- exprimer le contenu de chaque rayon avec 25 petits pots et en déduire que 1 petit ⇔ 0,2 kg.

Observations

La réponse correcte et complète : 0,2 kg ; 0,6 kg ; 1,8 kg est difficile à obtenir pour des élèves de sixième car elle met en œuvre des outils de proportionnalité et une maîtrise de nombres décimaux. Mais la plupart des élèves sont capables de procéder aux premiers échanges et, par exemple, d'arriver aux équivalences mentionnées plus haut.

On a relevé aussi de nombreuses procédures par essais successifs : on fait des hypothèses sur les masses des différents pots pour un rayon et on les contrôle sur d'autres rayons. Malheureusement, ces tentatives échouent souvent car les hypothèses les plus fréquentes sont de considérer qu'un grand vaut 2 moyens ou qu'un moyen vaut 2 petits.

Mais ce travail n'est pas vain et, lors d'une reprise du problème, après l'épreuve, toutes les procédures peuvent être contrôlées, développées et exploitées pour la classe.

13. La mouche (7RMT I problème 15, B)

Domaine de connaissances :
- Géométrie : agrandissement (homothétie)
- Arithmétique : proportionnalité (fonction linéaire)

Analyse de la tâche
- Déterminer le facteur de réduction de la photographie à partir des deux rectangles et vérifier qu'il est le même pour les deux dimensions : $25/60 = 35/84 = 5/12$, puis déterminer les coordonnées de la mouche sur la feuille et calculer les coordonnées correspondantes sur la photo ;

- ou utiliser une procédure géométrique en traçant deux droites passant par la mouche et deux sommets d'angles de la feuille, puis en construisant des parallèles correspondantes sur la photo,;
- ou rechercher le centre d'homothétie, etc.

Observations

L'analyse de ce problème a fait apparaître une très grande variété de procédures: numériques pour la majorité, géométriques et mixtes. Dans les premières, le facteur de réduction peut être calculé sur l'une ou l'autre des dimensions, sur les deux ou simplement estimé d'une manière implicite. Les procédures géométriques font appel aux similitudes, aux homothéties à des quadrillages... Derrière la détermination de l'emplacement de la mouche, en général assez précis, il y a donc une grande quantité de démarches à évaluer.

14. L'enclos de la chèvre (7 RMTI problème 16, Réf: A)

Domaine de connaissances
- Géométrie: rectangle
- Arithmétique: addition et multiplication
- Mesure: aire et périmètre du rectangle

Analyse de la tâche
- Calculer la longueur des barrières à disposition (39) m et en déduire le périmètre maximum possible (38m);
- procéder par essais successifs;
- ou travailler systématiquement à partir du demi-périmètre (19m) en partant des dimensions 10 et 9, puis 11 et 8, 12 et 7 etc. et trouver que 11 x 8 est réalisable et donne une aire de 88 m^2;
- vérifier que toutes les autres possibilités donnent des aires inférieures à 88.

Observations

Il ne suffit pas de s'intéresser au périmètre, c'est l'aire qui détermine la quantité d'herbe à brouter. La plus grande de ces aires est 8 x 11 = 88. On peut imaginer un rectangle encore plus grand, de 9 x 10 = 90, dont le périmètre est aussi 38, mais les barrières ne permettent pas de le construire.

La règle à découvrir est que, plus les rectangles, de même périmètre, «ressemblent à un carré», plus leur aire est grande.

Remarque

Ce problème en est à sa deuxième version. La première (6RMT) donnait 35 mètres de barrières à disposition et permettait aux élèves de «tomber» sur la solution optimale au premier essai (6m x 11m). Dans une hypothétique version suivante, on pourrait imaginer que les longueurs des barrières exigent des essais plus poussés, au-delà du deuxième.

15. Fraction de terrain (6e RMT I problème 12, Réf: A, M-E 190)

Domaine de connaissances
- Géométrie: figures équivalentes, parallélisme, milieux de segments
- Arithmétique: fractions

Analyse de la tâche
- Trouver un pavé commun à chacune des parties du terrain ou, au moins, à ses trois parties inférieures et voir que la partie grise est constituée de trois triangles isométriques à celui du bas à droite et celui du bas à gauche;
- constater que ces trois parties représentent le quart du terrain et en déduire que l'aire de la partie grise est 3/20 de celle du terrain;
- ou mesurer les pièces et calculer leur aire;
- ou encore choisir une unité et calculer les mesures et l'aire de la partie grise, en faisant appel à Pythagore.

Observations

Les procédure par calcul ou par mesurage conduisent à une réponse approximative et à des difficultés d'exprimer la fraction de terrain.

Remarque

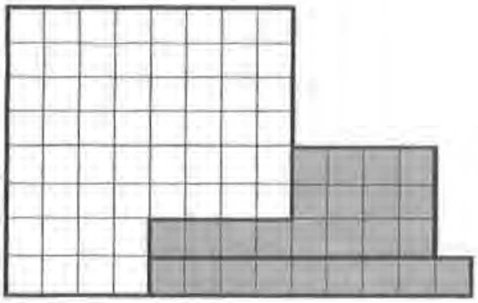
Cette version du problème est différente de celle du problème mentionné en référence, où le segment de séparation ayant une origine au sommet inférieur droit était une diagonale.

Cet ancien problème s'était révélé trop simple pour des élèves de huitième année. Mais il reste valable aux degrés 7, 6, voire 5.

16e Championnat des jeux mathématiques et logiques
Qualifications régionales – 14 novembre 2001
(pages 50 à 52)

CORRIGÉ

1. La caissière doit rendre **34** francs à Mathurin.
2. Le premier jour, Emilie a mangé **12** bonbons.
3. Le client devra payer **1100** francs.
4. Le pôle nord se situe sur la case **E4** ou **4E**
5. Fonfon Labricole peut allumer **8** bougies.
6. Luc possède **12** marrons.
7. Il faut commander **50** pneus.
8. Nombre maximum de dimanches: **3**
9. Lot de l'aîné: **4** blanches, **2** noires, **4** rousses.
10. Le puzzle:



11. M. Durand a marché **55** minutes.
12. Le curé a **49** ans.
13. Avant le début de la 1ère partie, Albert possédait **610** billes.
14. Au départ, Dédé Panse avait **99** francs et **98** centimes.

Chaque problème vaut un point. Le coefficient correspond au numéro du problème.
Le classement s'effectue dans l'ordre suivant:

1. Le nombre de points
2. La somme des coefficients
3. Le temps
4. L'âge (le plus jeune est classé avant)

TROIS CARRÉS EN UN[1]

Puzzles et preuves

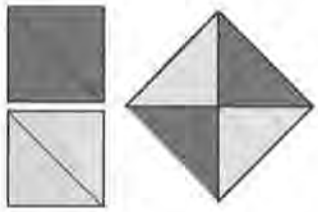
Les Arabes ont certainement apporté une contribution majeure en calcul, en Algèbre et pour la résolution des équations.

Mais ils n'ont pas délaissé non plus la géométrie: ils se passionnent pour les sources grecques, les traduisent et les commentent avec enthousiasme. Jusqu'au XVesiècle, ils apportent de nouvelles contributions aux problèmes laissés ouverts, comme la duplication du cube ou la trisection de l'angle, liés à la résolution d'équations de degré 3 Les besoins de l'astronomie, de la navigation, de l'optique les conduisent à poser eux-mêmes de nouveaux problèmes.

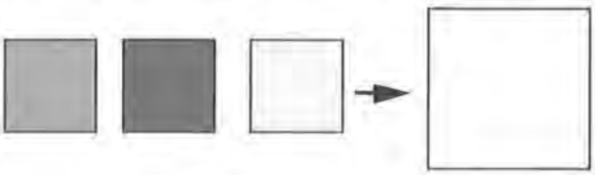
Comme les Grecs, ils s'interrogent sur la notion de démonstration et sur la validité de « découpages » tels que celui des « trois carré en un », dû à Abu-l'Wafa, au Xe Siècle.

Vous disposez d'un certain nombre de carreaux carrés identiques, saurez-vous les découper et assembler les morceaux pour reconstituer un seul grand carré ?

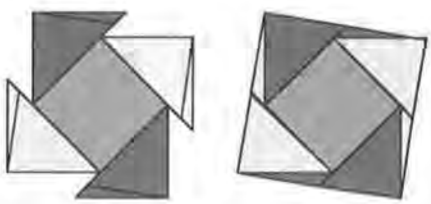
Pour deux carreaux, Platon a donné la solution, immortalisant une leçon de géométrie que Socrate aurait donné à un esclave. Il s'interroge sur le côté du nouveau carré (encore un de ces « irrationnels » qui plongent les Grecs dans la perplexité) !



Pour trois carrés, vous avez refait (voir panneau de l'exposition) un puzzle dû à Abu-l'Wafa (940-998).



dont la solution est très ingénieuse:



1. Cette fiche est l'une de celles qui accompagne l'exposition *Rivages mathématiques* (Présentée dans *Math-Ecole* no 197, pp. 18-22). Elle a été rédigée par des collègues de la Société des enseignants neuchâtelois scientifiques (SENS), en s'inspirant de la brochure d'accompagnement de l'exposition.

Originaire nord-est de la Perse, Abu-l'Wafa a écrit à Bagdad un traité d'arithmétique « pour les scribes et les marchands » et un traité de géométrie « nécessaire à l'artisan ». C'est dans ce dernier qu'il énonce le problème général que nous vous avons proposé ci-dessus.

Il a également fait progresser la trigonométrie et commenté les auteurs grecs.

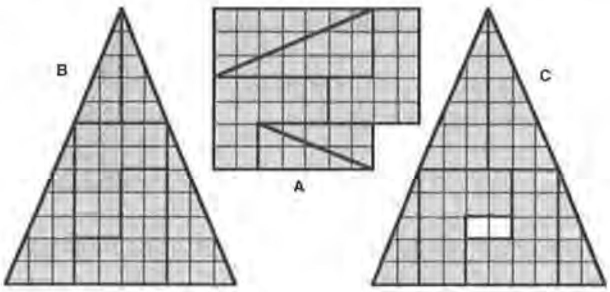
Mais il met en garde : les découpages ne peuvent constituer des preuves que sous le contrôle du raisonnement.

Il applique systématiquement cette vigilance dans la résolution de notre problème, qu'il sépare en plusieurs cas suivant le nombre n des carrés à assembler.

À vous de jouer

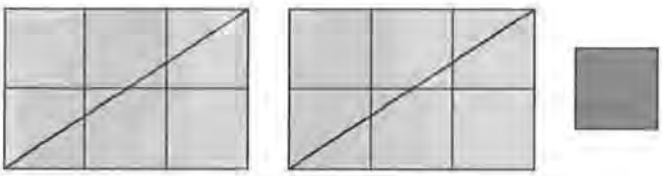
<u>Activité 1</u> : Méfiance

Pourquoi le découpage de la pièce **A**, ci-dessous, permet-il de recomposer deux triangles **B** et **C** dont l'un a un « trou » de deux carrés du quadrillage d'origine ?



<u>Activité 2</u> : 13 carrés en un

Retrouvez l'assemblage de ces pièces pour assembler 13 carrés en un !



<u>Activité 3</u> : 26 carrés en un

Comment feriez-vous pour découper et assembler 26 carrés en un ?
Pourquoi, si $n = a^2 + b^2$, reste-t-il toujours un carré après avoir découpé les deux rectangles ?

Abonnements et commandes

❑ **Veuillez m'abonner à *Math-Ecole* *(tarifs en page 2 de couverture)*.**

Veuillez me faire parvenir :

Encyclopédie kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 28.–)
Mathématiques du kangourou, ACL	...	(ex. à Fr. 28.–)
Exos-malices, ACL	...	(ex. à Fr. 29.–)
Histoire de Maths, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Faites vos jeux!	...	(ex. à Fr. 18.–)
La magie du calcul, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Pythagore et Thalès, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Le monde des pavages, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Les maths & la plume, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Jeux et découvertes mathématiques, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Jeux mathématiques pour tous, ACL	...	(ex. à Fr. 19.–)
Pliages mathématiques, ACL	...	(ex. à Fr. 17.–)
Apprivoiser l'infini, ACL	...	(ex. à Fr. 25.–)
100 Jeux mathématiques du «Monde», POLE	...	(ex. à Fr. 27.–)
10 expériences mathématiques (HyperCube 32/33)	...	(ex. à Fr. 20.–)
Jeux mathématiques du «Scientific American», ADCS	...	(ex. à Fr. 38.–)
Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, N. Rouche, CREM	...	(ex. à Fr. 26.–)
Mille ans d'histoire des mathématiques (Tangente HS 10)	...	(ex. à Fr. 20.–)

PROBLÈMES DE RALLYES ET CONCOURS :

Actes des rencontres internationales de Brigue sur le RMT	...	(ex. à Fr. 18.–)
Fichier Evariste I APMEP (degrés 5-9...)	...	(ex. à Fr. 25.–)
Fichier Evariste II APMEP (degrés 5-9...)	...	(ex. à Fr. 25.–)
Fichier Evariste I + II APMEP	...	(ens. à Fr. 40.–)
Panoramath 96, APMEP (degrés 4-12...)	...	(ex. à Fr. 12.–)
Panoramath 2, CIJM, APMEP, ACL (degrés 4-12...)	...	(ex. à Fr. 18.–)
Panoramath 96, Panoramath 2	...	(ens. à Fr. 25.–)
50 Enigmes mathématiques pour l'école (degrés 4-5...)	...	(ex. à Fr. 14.–)
50 Enigmes mathématiques faciles (degrés 6-7...)	...	(ex. à Fr. 16.–)
52 Nouvelles énigmes mathématiques faciles, POLE (degrés 6-7...)	...	(ex. à Fr. 16.–)
50 Enigmes mathématiques pour tous (degrés 8-9...)	...	(ex. à Fr. 16.–)
52 Nouvelles énigmes mathématiques pour tous, POLE (degrés 8-9...)	...	(ex. à Fr. 16.–)
50 Enigmes mathématiques pour lycéens (degrés 10...)	...	(ex. à Fr. 16.–)

Anciens numéros de Math-Ecole .... (ex. à Fr. 4.–)

Nom et prénom: ❑ Mme / ❑ M. ....

Adresse (rue et numéro): ....

Localité (avec code postal): ....

Date: .... Signature: ....

Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

Bulletin à retourner (photocopié) à: ***Math-Ecole, CP 54, 2007 Neuchâtel 7***

JAB
1950 Sion 1

envois non distribuables
à retourner à
Math-Ecole, CP 54
2007 Neuchâtel 7

sommaire