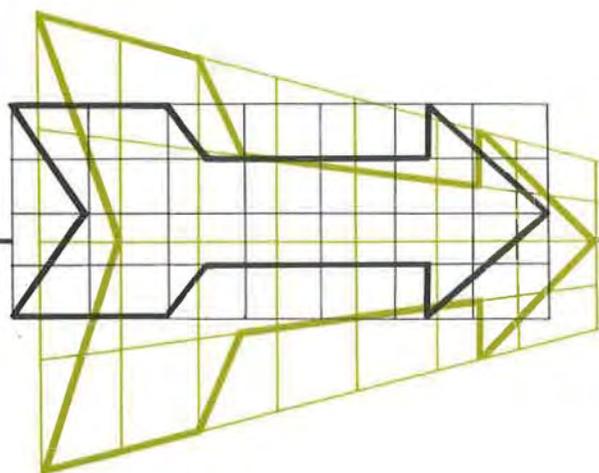


78



**MATH  
ECOLE**

MAI 1977  
16e ANNEE





## Editorial

Un ouvrage qui, depuis près de quinze ans, constitue une abondante source de citations pédagogiques à l'emporte-pièce, le «*Pourquoi des professeurs ?*» de Georges Gusdorf<sup>1</sup> vient de faire l'objet d'une réédition en collection de poche.

Me pardonnez-vous, cher lecteur, de donner moi aussi dans la manie de la citation pour illustrer mon propos ?

*«... L'obscurantisme pédagogique cherche asile et refuge dans la technicité. Il aborde les problèmes de l'enseignement par le détail des facultés humaines, se proposant d'éduquer l'attention, la mémoire, l'imagination, ou par le détail des spécialités didactiques, se donnant alors pour tâche de faciliter l'apprentissage du calcul, du latin ou de l'orthographe...»*

*«... Le maître authentique est celui qui n'oublie jamais, quelle que soit la spécialité enseignée, que c'est de la vérité qu'il est question. Il y a des programmes, bien sûr, et des activités spécialisées. Il faut, autant qu'il est possible respecter les programmes. Mais les vérités particulières réparties à travers les programmes ne sont que des applications et figurations d'une vérité d'ensemble, qui est une vérité humaine, la vérité de l'homme pour l'homme...»*

En essayant de transposer au domaine de l'enseignement de la mathématique la préoccupation de G. Gusdorf, je ne peux m'empêcher d'être frappé par la place considérable que prend la technicité dans notre enseignement, technicité qui tend à masquer, ou qui permet d'oublier, la vérité d'ensemble qui devrait fonder l'acte éducatif.

Les questions qui me sont posées s'inscrivent le plus souvent dans le domaine des techniques: Comment préparer telle page d'exercice ? Avez-vous une méthode pour l'utilisation de la balance algébrique ? Que dois-je faire pour que mes élèves sachent résoudre des soustractions ? Ne pourrait-on pas, pour gagner du temps, abandonner le diagramme de Venn ou le calcul en différentes bases ? Mes élèves n'ont pas encore vu ce type de question, que dois-je faire ? etc.

Certes, pour la pratique de la classe, ces questions sont sans doute importantes, mais elles semblent trop souvent occulter les préoccupations qui devraient être majeures: Comment favoriser le développement général de l'enfant ? Comment le faire pénétrer dans le monde fascinant des nombres et des structures mathématiques ? Comment lui donner l'envie et le goût de la recherche et de la vérification ?

Il ne s'agit pas de rejeter la technicité mais bien, comme le dit Gusdorf, de ne pas permettre qu'elle constitue un refuge pour se mettre à l'abri de la vraie question:

Notre rôle est-il de «faire passer» un programme, de faire remplir scrupuleusement et complètement un fascicule d'exercices, d'assurer à tout prix, c'est-à-dire à n'importe quel prix, l'acquisition de techniques peu durables lorsque s'estompe l'entraînement systématique ?

Ne doit-on pas plutôt tendre vers cette vérité d'ensemble et inscrire toute action d'enseignement dans une perspective globale, celle de la formation de l'humain, de la préparation à la vie, aussi bien à celle du futur apprenti qu'à celle de l'étudiant ?

R. Hutin

<sup>1</sup> Petite bibliothèque Payot, 1977.

# L'enseignement mathématique de la zone pilote de Vevey (suite)

par T. Bernet, L. de Berville, L. Chappuis, H. Corthésy, J. Dupertuis,  
J.-L. Ferrari, P. Michel, F. de Micheli, D. Rickebusch, C. Soland

## Classe de 6e, niveau 1, à Blonay

Introduction de la leçon: j'ai dessiné au tableau le symétrique d'un point relativement à un axe et à un centre (sans utiliser le compas), dans le but de troubler les élèves afin qu'ils découvrent la différence entre une symétrie axiale et centrale. J'ai distribué des feuilles de motif (pointillé 1 cm) sur lesquelles figurait un système d'axes de coordonnées cartésiennes. J'ai demandé aux élèves:

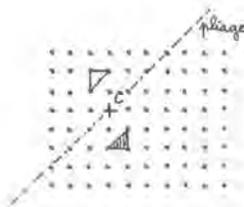
1. de choisir sur la feuille un centre;
2. de dessiner une figure;
3. de construire l'image de cette figure relativement au centre choisi;
4. de faire des observations;
5. de rédiger un compte-rendu par groupe de quatre élèves.

Durée du travail: approximativement quatre périodes de 40 minutes.

### Extraits de travaux d'élèves

*Véronique, Jane, Corinne, Claire-Lise*

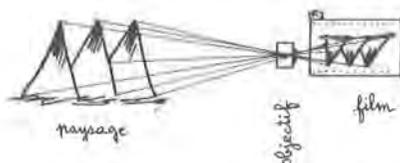
Nous avons remarqué lorsque l'on plie sur le point C en diagonale (voir dessin) les deux triangles n'étaient pas superposés. Mais nous avons trouvé quel mouvement fait la forme:



Donc pour voir si notre forme est juste on peut découper la forme et la tourner deux fois, ou bien faire des pliages.

*Jean-René, Jean-Bernard, Jocelyn, Christian*

Dans les appareils photographiques l'image que l'on veut photographier entre dans l'appareil en passant dans le diaphragme et se dépose sur la plaque sensible mais à l'envers, c'est de la symétrie centrale.



3 □      □ 2

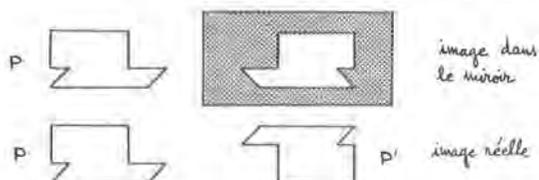
*Les figures régulières: ex. carré.*

Les figures régulières ne sont pas inversées, du moins pas visiblement, mais en théorie elles sont inversées.

2' □      □ 3'

*Sylvie, Christianne, Claudia, Catherine*

On ne peut pas trouver l'image de la figure P en utilisant un miroir.



*Paul, Roland, Luc Albert*

Si le centre est au milieu des deux traits de coordonnées (pt (0,0)) les coordonnées des deux dessins sont identiques. <sup>1</sup>

En pliant la feuille en quatre selon les deux traits des coordonnées, on peut remarquer si les figures sont bien reportées en regardant par transparence, les deux figures sont superposées.

La figure fait un demi-tour à droite ou à gauche et descend jusqu'à ce qu'elle arrive à la même distance de l'autre côté du centre.

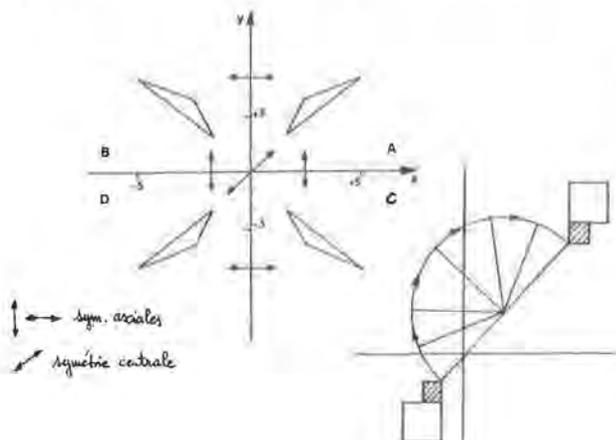
Pour reproduire une symétrie centrale, on tire des traits de construction des angles <sup>2</sup> de la figure de départ à l'image en passant par le centre. Ensuite on trace des cercles dont le rayon a la dimension du centre à l'angle de la figure de départ. A l'intersection des cercles et des traits de construction se trouvent les angles de l'image.

<sup>1</sup> (Note du maître). Les élèves n'ont pas « utilisé » les nombres négatifs.

<sup>2</sup> (Note du maître) sommets.

Marcelin, Philippe, Jean, Max, Laurent, Michaël

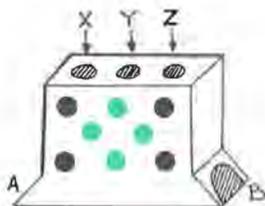
La figure de départ est la figure A. On fait son image en double symétrie axiale en passant par B ou C; ce qui donne l'image D. Mais D égale l'image en symétrie centrale de la figure A.



Il faut tourner l'image d'un demi-tour pour trouver l'autre.

Pour vérifier que le dessin soit exact, il faut plier la feuille en deux et que le pli passe sur le centre de l'axe puis après on replie la feuille en deux « depuis l'axe » en pliant à l'angle droit.

## Classe de 6e, niveau 1 (21 élèves) «Think-a-dot», à Blonay



Le «Think-a-dot» est un appareil composé de trois entrées (X, Y, Z), dans lesquelles on peut introduire une bille, de deux sorties (A, B) et de 8 fenêtres pouvant prendre chacune deux couleurs, noir ou vert<sup>1</sup>. En traversant l'appareil, la bille modifie la couleur de certaines fenêtres; trajectoire de la bille et changements de couleur ne se font pas au hasard: cela a conduit les élèves, auxquels je n'ai posé aucune question précise, à énoncer certains problèmes et à en chercher les solutions.

<sup>1</sup> Les couleurs des fenêtres, dans l'appareil original, sont le bleu (au lieu du noir) et le jaune (au lieu du vert).

Nous disposions de huit jeux. Pendant une semaine et demi (10 périodes d'enseignement) les élèves ont travaillé parallèlement sur le «Think-a-dot» par groupes de deux, et sur la préparation d'un test sur les fractions. Ils se sont pris en charge en fonction des deux contraintes imposées:

- présenter un compte-rendu de leur travail de recherche contenant leurs découvertes, leurs questions et réponses, leurs démarches;
- être prêt pour le travail écrit.

J'étais à la disposition des élèves pour répondre à leurs questions, corriger les exercices sur les fractions et les relancer dans leur travail de recherche (je ne suis pratiquement pas intervenu en ce sens) .

Nous avons, par convention, adopté la position de départ suivante, que l'on obtient en penchant l'appareil sur un des côtés:



### Quelques extraits des travaux des élèves

Catherine, Corinne

1. Nous nous sommes posé la question: «Si en moins de 10 coups on arrive à faire revenir au début !» Nous avons pu trouver la réponse; nous avons mis la boule dans le 1er trou, puis dans le 2e, puis dans le 3e et encore une fois dans le 1er, le 2e et le 3e.

...

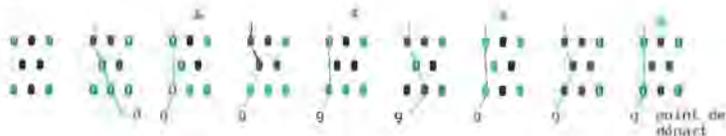


3. Mais la dernière question que nous nous sommes posée était: «Peut-on faire tout noir ?» Nous y avons répondu, mais peut-être y a-t-il une autre réponse. Nous, nous avons mis le jeu ainsi: On met une fois dans le 1er trou, puis sept fois dans le dernier.

Paul, Roland

Nous avons pensé que la machine revenait au point de départ après un certain nombre de coups en mettant la bille toujours dans le même trou. Les traits verts représentent le cheminement de la bille.

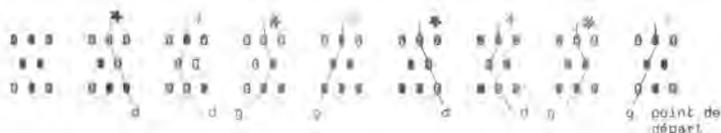
1er trou



Le cheminement de la bille est le même une fois sur deux. Une bille passant dans un endroit noir passe au vert et vice versa. En observant on s'aperçoit que le côté droit ne change pas.

côté droit : - ■ □  
 - ■  
 - - ■

## 2e trou



Chaque cheminement se reproduit à 4 coups d'intervalle. Les extrémités du haut ne changent pas:

...  
 ■ - ■  
 - -  
 - - ■

Jean-Bernard, Jocelyn

...  
 Nous supposons qu'il est possible d'obtenir n'importe quel «code» (ce n'est pas prouvé).

Nous supposons aussi que s'il est possible de faire un code nous pouvons faire l'inverse. Exemple: tout noir et tout vert.

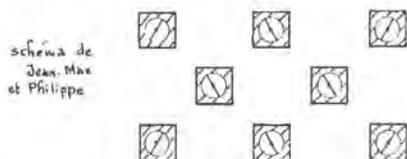
...

Jean-Marc, Philippe

Nous nous sommes demandé par quels chemins passerait la boule, ainsi que les changements qu'elle provoquerait en partant toujours du même trou. Ce qui donne: ... (N.d.l.r.: voir les croquis du travail de Paul et de Roland).

Ensuite nous nous sommes demandé de quel côté allait la boule à chaque bifurcation suivant la couleur.

Ce schéma montre la direction que prendra la boule quand la couleur est au vert (N.d.l.r.: nous présentons ci-dessous le schéma en question).



Jane, Claire-Lise

1re recherche: on a trouvé en premier que les plaquettes noires étaient toutes de même sens (a). Quand on met la boule dans le premier trou les plaquettes sont dans cette position (b) avant et (c) après, donc la boule va suivre ce chemin et les plaquettes sous le poids de la boule vont changer de couleur.



Nous n'avons fait ça que pour les deux premiers trous, mais quand on est revenu au premier trou ça n'a pas été en diagonale alors on a abandonné ce système.

4e recherche: au début nous avons cru que la plaquette noire était dans ce sens: / et la verte dans ce sens: \ , mais le «truc» ne marche qu'avec ces conditions:

Quand le noir est comme ça:  $\begin{matrix} \textcircled{N} & V & N \\ & V & V \\ & N & V & N \end{matrix}$  ou comme ça:  $\begin{matrix} N & V & \textcircled{N} \\ & V & V \\ & N & V & N \end{matrix}$

la boule passera tout droit.

...

6e recherche: nous avons repris la première recherche. Nous avons regardé à l'intérieur de la machine pour voir si les plaquettes étaient dans ce sens...

## Conclusion

Si le lecteur désire connaître d'autres thèmes, nous le renseignerons volontiers. Il peut aussi se référer à la bibliographie.

En faisant de la recherche, nous avons réalisé que nous avons deux attitudes complémentaires et contradictoires. La première veut faire découvrir à l'élève une notion utile pour le cours. La seconde veut l'aider à résoudre un problème qui lui est propre et le conduire à acquérir des méthodes de travail (laisser courir son imagination, créer, essayer, trier, vérifier, rejeter, travailler par analogie, déduire, etc.).

Placés devant une situation nouvelle, les élèves qui ont des difficultés scolaires manquent d'efficacité. Ils sont désécurisés, Nos objectifs sont-ils trop ambitieux ? Nous ne le pensons pas car dans la vie il est indispensable de savoir affronter de telles situations. C'est pourquoi nous cherchons des problèmes, des questions ouvertes qui permettent aux enfants de prendre confiance en eux-mêmes et de découvrir leurs propres possibilités.

Lorsqu'il s'agit d'évaluer les moyens d'actions et les comportements acquis par les élèves au cours d'un travail de recherche, nous sommes souvent limités à des observations subjectives de leur évolution. L'enseignement des techniques donne rapidement des résultats mesurables.

La concertation entre maîtres aide à résoudre les divers problèmes et à supporter le sentiment d'insécurité et d'insuffisance qui nous guette: nous ne trouvons pas toujours des sujets qui passionnent les élèves et leur donnent «envie d'y voir clair»; leurs questions nous prennent souvent au dépourvu; nous avons de la peine à nous satisfaire de leurs réponses; leurs idées sont différentes des nôtres, Mais cet enseignement a aussi ses compensations: la plupart des élèves s'intéressent davantage à leur travail; les connaissances acquises dans la recherche sont basées sur une compréhension en profondeur; il y a des moments de véritable joie quand un enfant découvre quelque chose par ses propres moyens.

Le travail de recherche permet d'entrevoir ce qui se passe dans l'esprit des élèves et d'adapter l'enseignement à leurs besoins. Il vaut la peine de continuer par ce moyen à découvrir ce qu'un élève peut déployer comme qualités, car nous sommes convaincus que la mathématique n'est pas seulement un outil de travail, mais qu'à travers son apprentissage, l'enfant peut aussi développer sa personnalité.

## Bibliographie

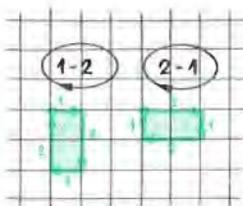
- WHEELER (OCDL): Mathématique dans l'enseignement élémentaire.  
T.J. FLETCHER (OCDL): L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui.  
C.S. BANWELL, K.D. SAUNDERS, D.G. TAHTA (CEDIC): Points de départ.  
M. GLAYMANN, T. VARGA (CEDIC): Les probabilités à l'école.  
M. GARDNER (DUNOD): Le paradoxe du pendu.  
M. GARDNER (DUNOD): Nouveaux divertissements mathématiques.  
S. GOLOMB (Allen & Unwin): Polyominoes.  
RADEMACHER, Töplitz (Springer): Von Zahlen und Figuren.

## Découverte de l'espace: Cheminement (2)<sup>1</sup>

par J.-J. Walder, Lausanne

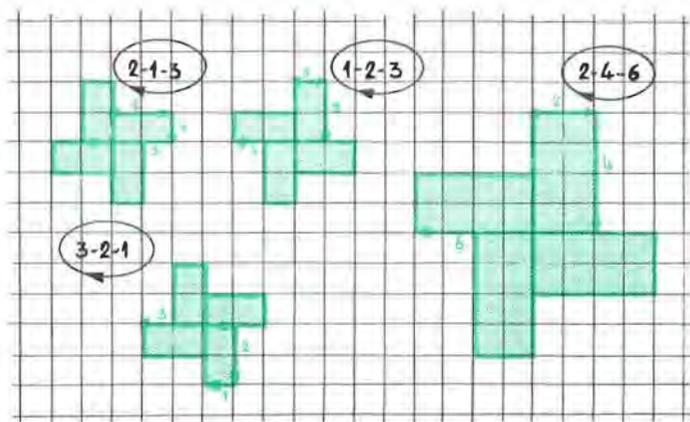
Sur une feuille quadrillée et *en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre*, dessiner une figure géométrique selon un code déterminé; on doit chaque fois revenir au point de départ. On peut repasser sur un chemin déjà parcouru.

Exemples:



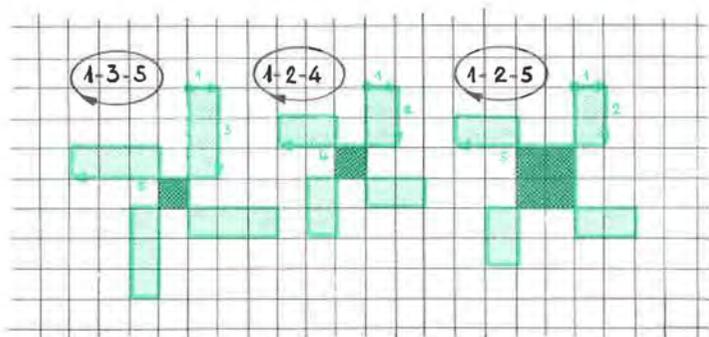
En choisissant différents codes, on obtiendra des figures très particulières qu'on pourra classer. La plus grande liberté pourra être laissée aux élèves.

A. Des rectangles collés:

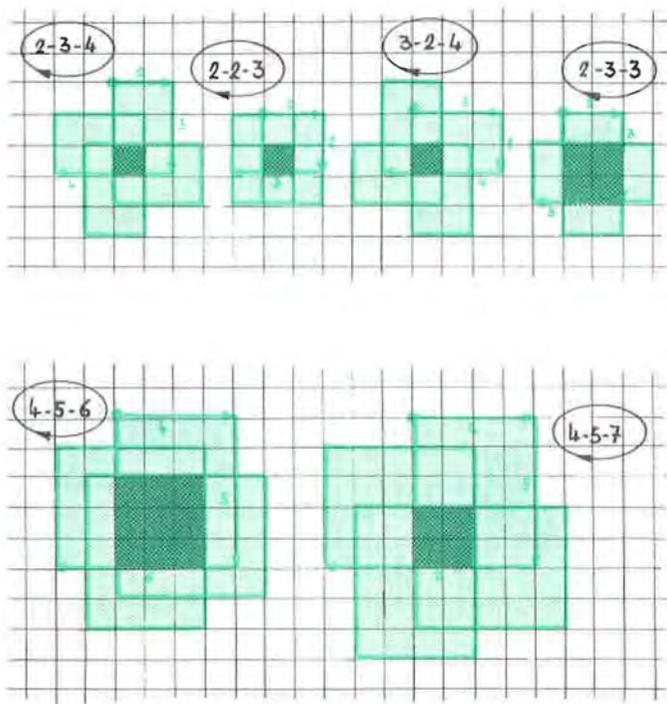


<sup>1</sup> Voir MATH-ECOLE numéro 76, pp. 15-19.

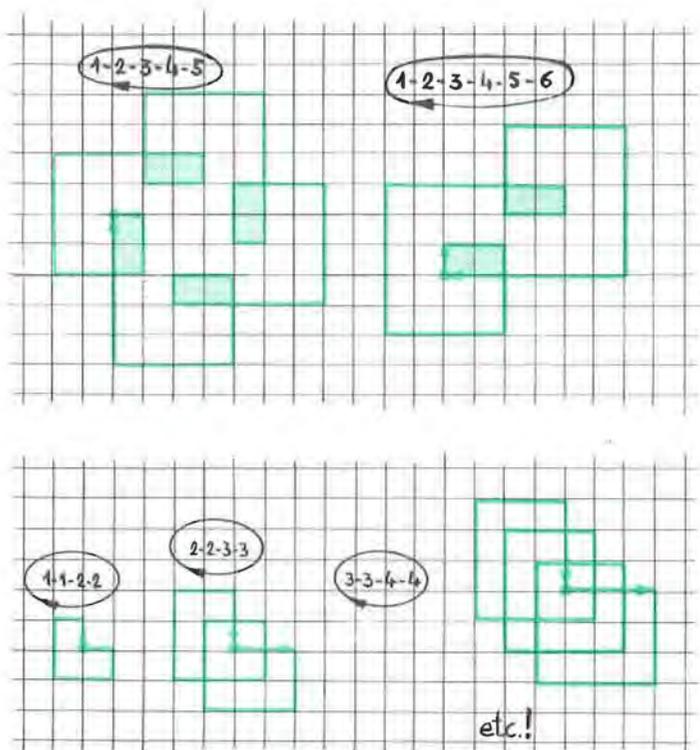
B. Des rectangles distribués autour d'un carré:



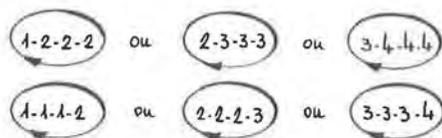
C. Des rectangles recouvrant un carré central:



D. Et bien d'autres figures encore...



En voici encore d'autres, se referment-elles aussi ? Quelles particularités auront-elles ?

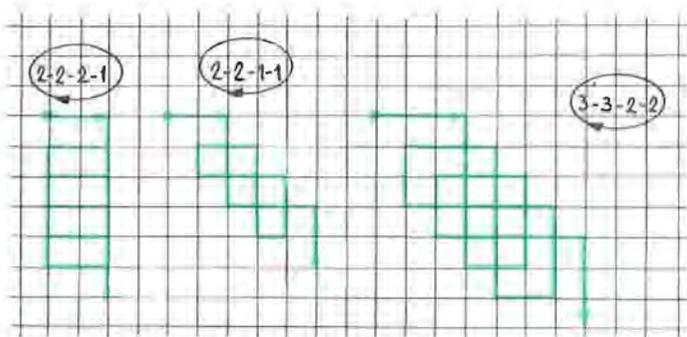


De nombreuses remarques peuvent être faites en observant attentivement ces constructions :

- sortes de figures, leur répartition;
- symétries, rotations;
- nombre de tours effectués pour revenir au point de départ;
- nombre de flèches et leurs directions...

**Mais, au fait, est-il obligatoire de revenir au point de départ ?**

On pourra avec profit étudier les codes suivants:



### Questions mathématiques

Peut-on trouver une relation, entre les nombres d'un code, qui puisse nous permettre d'établir comment sera le dessin ?

Là aussi, la liberté la plus grande sera laissée aux élèves; ils pourront émettre des hypothèses et les vérifier par le dessin.

### Exemples:

Le code  $2-3-4$  Hypothèse:  $2 + 3 = 5$ , soit 1 de plus que le nombre le plus grand.  
Dessin: le carré central est recouvert par les rectangles.  
Vérifications avec  $3-3-5$ ,  $1-3-3$ , etc.

Le code  $1-2-4$  Hypothèse:  $1 + 2 = 3$ , soit 1 de moins que le nombre le plus grand.  
Dessin: le carré central est extérieur aux rectangles.  
Vérifications avec  $1-3-5$ ,  $2-3-6$ , etc.

Le code  $2-4-6$  Hypothèse:  $2 + 4 = 6$ , soit le nombre le plus grand.  
Dessin: les rectangles sont collés.  
Vérifications avec  $1-2-3$ ,  $3-5-8$ , etc.

... Et bien d'autres découvertes: je vous en laisse le plaisir !

# **Introduction des calculatrices électroniques de poche au gymnase cantonal de Neuchâtel**

par André Calame

## **Les débuts d'une expérience**

Dans le numéro 74 de Math-Ecole (septembre 1976), MM. S. Guinchard et A. Blaser ont décrit les expériences faites en dernière année de scolarité obligatoire avec des calculatrices électroniques de poche.

Le but de cet article est de montrer comment et pourquoi les maîtres de mathématiques et de physique du Gymnase cantonal de Neuchâtel ont été amenés à accepter l'usage des calculatrices de poche dans leur enseignement; nous en profitons également pour décrire quelques expériences en cours. Précisons d'emblée que dans cette phase expérimentale, chaque maître est conduit à faire ses propres observations et que le présent article n'engage que la responsabilité de l'auteur.

Notre objectif est de verser une pièce de plus au dossier des calculatrices, dans l'espoir que Math-Ecole se fasse régulièrement l'écho d'expériences similaires dans d'autres écoles de Suisse romande ou d'ailleurs. C'est aussi une occasion pour les lecteurs de s'interroger comme les participants au 3e Congrès international de l'enseignement mathématique à Karlsruhe l'été dernier. Voici en quels termes s'exprime sur ce sujet le professeur André Carrel dans son rapport à la Société mathématique suisse: «Faut-il admettre l'utilisation des calculatrices de poche dans l'enseignement mathématique? Faut-il au contraire les refuser? Ne doit-on pas concevoir un nouveau curriculum de mathématiques en fonction de l'utilisation généralisée des calculatrices à tous les niveaux de la société?» Nous reviendrons à la fin de cet article sur quelques opinions exprimées dans ce congrès.

## **Les pressions extérieures**

Le problème de l'introduction des calculatrices de poche au Gymnase de Neuchâtel s'est posé de manière fort simple: de plus en plus d'élèves disposent d'une calculatrice de poche personnellement ou dans leur famille. Ces élèves souhaitent tout naturellement employer leur calculatrice à l'école et ils profitent de la première occasion pour offrir leurs services à leurs camarades et à leur maître, dès qu'un calcul apparaît comme long et fastidieux. L'école est ainsi envahie pacifiquement, mais rapidement, et l'importance du phénomène ne peut plus laisser les maîtres libres de prendre seuls une attitude favorable ou défavorable à l'utilisation des calculatrices de poche. Les pro-

blèmes de coût qui semblaient, il y a encore peu de temps, offrir un obstacle à la diffusion de ces petites machines ont pratiquement disparu. En comparaison de la performance, le prix est relativement modeste.

Cette pression commerciale sur l'école n'est pas limitée aux gymnases et aux écoles techniques; elle s'étend aussi aux écoles secondaires. Il nous a paru intéressant de demander à deux collègues de procéder à un sondage dans une école secondaire neuchâteloise: combien d'élèves pourraient disposer chez eux d'une calculatrice simple avec les quatre opérations fondamentales, les carrés et l'extraction de la racine carrée; combien pourraient-ils l'utiliser en classe s'ils en avaient l'autorisation? D'après les renseignements obtenus par MM. J.-A. Furrer et J.-A. Calame, la moitié des élèves de CESCOLE (Colombier) disposent actuellement d'une calculatrice à domicile. Dans la classe scientifique de dernière année, la proportion se monte à 80 % et le 60 % de la totalité de ces élèves pourraient apporter une calculatrice en classe si on le leur demandait. Il s'agit là d'un fait que l'on ne peut plus ignorer et qui a des répercussions sur l'enseignement, en particulier sur les devoirs à domicile. Ne voit-on pas des élèves réserver certains calculs pour leurs devoirs plutôt que de les effectuer en classe?

Notons encore l'attitude d'une classe littéraire du gymnase au moment de l'achat des calculatrices. Jamais il n'a été aussi difficile d'enseigner la résolution des triangles en trigonométrie avec la règle à calcul. Manifestement, les élèves n'étaient pas motivés pour le maniement de la règle en sachant qu'ils pourraient bientôt disposer d'une calculatrice.

### **Une opposition courante**

Avant de décrire les avantages que nous voyons dans les calculatrices, il faut prendre en compte la réaction de ceux qui ne voient les mathématiques que par le biais du calcul. L'introduction généralisée des calculatrices à l'école ne va-t-elle pas réduire encore la part de l'entraînement au calcul? Ne va-t-on pas camoufler les insuffisances des techniques de calcul que certains pensent déceler dans nos classes? N'y a-t-il pas des risques d'erreurs avec les calculatrices, erreurs que les élèves ne sauront pas éviter? Y a-t-il vraiment gain de temps à tout confier à la machine?

Ces remarques viennent généralement de personnes pour qui l'arithmétique se limite aux quatre opérations et qui effectuent elles-mêmes fort peu de calculs dans la vie pratique. Et il est vrai que dans le domaine de l'addition, par exemple, la calculatrice n'est pas compétitive. Si l'on doit effectuer dix paiements dont les montants varient entre Fr. 50.— et Fr. 1000.—, on peut facilement obtenir la somme totale en une demi-minute.

La vérification prendra un peu moins d'une demi-minute. A la machine, la tabulation prend du temps et il faut veiller aux erreurs de transcription en contrôlant l'affichage; la même addition peut facilement prendre environ 45 secondes.

L'efficacité de la calculatrice n'apparaît donc pas de manière irréfutable sur les opérations les plus simples. En revanche, il suffit de rappeler qu'une calculatrice remplace une table de valeurs numériques pour se rendre compte d'un avantage appréciable et l'usage des tables n'est plus combattu depuis longtemps, même pour la recherche des carrés, des cubes et des racines.

## **Evolution de l'apprentissage des techniques de calcul**

On ne saurait non plus oublier que les calculatrices qui viennent d'apparaître sur le marché n'ont rien à voir avec une longue évolution dans l'apprentissage des techniques de calcul.

Il y a 60 ans, dans une école de commerce neuchâteloise, on enseignait aux élèves la technique de l'extraction de la racine cubique. Dans les années 40, on pratiquait encore l'extraction de la racine carrée dans certaines écoles secondaires. Actuellement, un étudiant peut terminer ses études universitaires de mathématiques sans avoir à se soucier de ces techniques de calcul. Il y a là une évolution naturelle qui tend à laisser dans l'ombre certains algorithmes au profit d'un approfondissement et d'un élargissement des connaissances théoriques.

Allons-nous généraliser ces considérations et prévoir que d'ici quelques années il deviendra inutile d'enseigner la technique de la division ? Certainement pas. Même si, pour les besoins de la vie courante, la plupart des gens n'effectueront des divisions qu'à la machine, il restera indispensable d'en connaître l'algorithme, même pour la compréhension de questions de mathématiques élémentaires. Pensons à la division des polynômes ou à la recherche du plus grand commun diviseur par la méthode d'Euclide. La technique est une généralisation de la division des nombres naturels. On pourrait multiplier les exemples pour montrer que le calcul restera indispensable, mais non plus pour des raisons de vie pratique; il restera indispensable pour des raisons de compréhension des mathématiques. Soit dit en passant, cela justifie les efforts menés dans ce sens dans les nouvelles méthodologies en usage en Suisse romande dès le niveau primaire.

## **Le choix d'une calculatrice de poche**

Revenons à l'introduction des calculatrices de poche au Gymnase cantonal de Neuchâtel. Le choix que nous avons fait a été dicté en bonne partie par la situation actuelle du Gymnase, par son équipement, et pour une période expérimentale de cinq ans. Nous disposons au Gymnase d'une calculatrice Wang 600 avec imprimante et traceur de courbes, ainsi que d'un lecteur de cartes. Dans les cours à option d'informatique, les élèves ont aussi accès,

depuis cette année, à l'ordinateur NOVA 3 de l'Ecole supérieure de commerce. De ce fait, le choix d'une calculatrice pouvait se porter sur une calculatrice non programmable.

Avant de comparer les offres de diverses maisons, nous avons tenté de dresser le portrait-robot de la calculatrice idéale du gymnasien, compte tenu de nos programmes actuels:

- opérations: addition, soustraction, multiplication, division, puissances et racines;
- fonctions: inverse  $\frac{1}{x}$ , fonctions trigonométriques et leurs inverses, fonctions exponentielle et logarithmique en base 10 et en base e;
- transformation: passage des degrés en radians et transformation inverse;
- constantes:  $\pi$  et e;
- affichage: notation décimale et notation scientifique;
- mémoire: une mémoire pour la mise en attente de résultats partiels;
- technologie: une calculatrice où chaque touche n'a qu'un seul rôle; il existe, en effet, plusieurs types de machines où une même touche commande un chiffre ou une fonction dont la sélection se fait en pressant au préalable une touche spéciale.

En revanche, face à ces exigences, il nous paraissait inutile de disposer des factorielles, du calcul automatique de la moyenne et de l'écart-type d'une suite de nombres ou de la transformation directe des coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires.

Avec l'accord de nos collègues physiciens, notre choix s'est porté alors sur la calculatrice T.I.30 de Texas Instruments, dont le modèle à pile coûte environ 70 francs (avec pile, mais sans étui).

Sans doute, ce choix n'est pas sans relation avec le fait que la société américaine Texas Instruments lance actuellement une vaste campagne dont le but est de quintupler son chiffre d'affaires en quatre ans et de le faire passer de 2 milliards de dollars en 1976 à 10 milliards en 1980. Cette campagne vise surtout le secteur de l'éducation et ce n'est pas un hasard si la T.I.30 semble convenir aux gymnasiens et à leurs maîtres, puisqu'elle a été réalisée en tenant compte des vœux des enseignants.

### **Description de la T.I.30**

Nous nous limitons à une brève description de la T.I.30 dans le seul but de rendre plus facile la compréhension des quelques expériences que nous avons faites jusqu'ici. La T.I.30 calcule avec 11 chiffres, mais en affiche 8 en arrondissant le dernier s'il y a lieu. Les quarante touches de la T.I.30 sont réparties comme suit en un tableau de 64 mm de large sur 80 mm de haut:

## AFFICHAGE

|       |       |            |     |       |
|-------|-------|------------|-----|-------|
| 1/x   | $x^2$ | $\sqrt{x}$ | OFF | ON/C  |
| INV   | sin   | cos        | tan | DRG   |
| K     | EE ↓  | log        | lnx | $y^x$ |
| $\pi$ | %     | (          | )   | :     |
| STO   | 7     | 8          | 9   | ×     |
| RCL   | 4     | 5          | 6   | —     |
| SUM   | 1     | 2          | 3   | +     |
| EXC   | 0     | .          | +/- | =     |

On remarque en haut à droite la touche de mise en marche et de remise à zéro de l'affichage. A sa gauche la touche OFF coupe l'alimentation.

Les touches d'opérations se trouvent dans la colonne de droite, tandis que dans la colonne de gauche se trouvent les touches de mise en mémoire (STO = store), de rappel de la mémoire (RCL = recall), la sommation en mémoire (SUM) et l'échange (EXC) qui permet de permuter le contenu de la mémoire et le contenu de l'affichage.

Notons encore que la touche INV permet l'accès aux fonctions inverses des fonctions trigonométriques, logarithmiques et aux racines. Ainsi:

- la séquence INV cos appelle la fonction Arc cos;
- la séquence INV lnx appelle la fonction exponentielle de base e;
- la séquence 1728 INV  $y^x$  3 donne la racine cubique de 1728, c'est-à-dire 12.

Dans les calculs, la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et sur la soustraction. Ce fait rend superflu l'usage des parenthèses dans de nombreuses expressions courantes. Par exemple, pour calculer le discriminant  $b^2 - 4ac$  d'une équation du deuxième degré, il suffit de suivre l'ordre de lecture:

|       |             |                               |  |  |
|-------|-------------|-------------------------------|--|--|
|       | affichage   |                               |  |  |
| b →   | b           | on tabule b                   |  |  |
| $x^2$ | $b^2$       | calcul du carré de b          |  |  |
| —     |             | l'ordre de soustraction en    |  |  |
|       |             | attente                       |  |  |
| 4     | 4           |                               |  |  |
| ×     |             |                               |  |  |
| a →   | a           | on tabule a                   |  |  |
| ×     |             | calcul du produit 4a          |  |  |
| c →   | c           | on tabule c                   |  |  |
| =     | $b^2 - 4ac$ | calcul automatique du produit |  |  |
| →     | $b^2 - 4ac$ | 4ac et de la différence avec  |  |  |
|       |             | $b^2$ .                       |  |  |

Citons au passage quelques critiques qui ne sont d'ailleurs pas fondamentales. On peut regretter qu'en raison du calcul par logarithmes, la T.I.30 donne pour  $2^{16}$  la valeur 65536.001 sans négliger la partie décimale ou que le sinus de  $\pi$  ne soit pas égal à 0, mais à  $4,7784 \cdot 10^{-9}$ .

## **Campagne de vente auprès des élèves**

A fin octobre 1976, tous les élèves du Gymnase cantonal de Neuchâtel ont reçu une circulaire concernant la possibilité de se procurer une T.I.30 par l'entremise de l'école. Les maîtres de mathématiques ont été chargés de commenter cette circulaire et de faciliter les démarches administratives. Il était précisé que la T.I.30 serait utilisée en classe, y compris dans les travaux écrits où le maître la jugerait utile; mais que la T.I.30 ne serait pas encore autorisée lors du prochain bachot en juin 1977. Il est évident que les élèves possédant déjà une calculatrice équivalente non programmable auraient le droit de l'utiliser.

Une distinction importante a été faite au niveau des sections et des degrés: En première année scientifique, la machine est introduite systématiquement et, en principe, tous les élèves doivent avoir une calculatrice. Un service de prêt ou d'achat par paiements échelonnés est prévu pour les élèves qui ne pourraient pas se procurer tout de suite une machine pour des raisons justifiées.

En deuxième et en troisième année scientifique, il est fortement recommandé aux élèves de se procurer une machine.

Enfin, dans les autres sections (littéraires A, B, D et générale) il est recommandé aux élèves de se procurer une calculatrice à plus ou moins brève échéance. Les règles à calcul pourront encore être utilisées, mais leur achat est déconseillé.

En première scientifique, environ la moitié des élèves ont acheté une T.I.30, les autres la possédant déjà ou ayant une machine équivalente. On note à peu près la même situation en deuxième année, alors qu'en troisième année, la proximité du baccalauréat semble conduire à des décisions très différentes selon les classes. Dans l'une d'elles, les deux tiers de la classe se procurent une machine; dans une autre classe, trois élèves seulement en achètent, tous les autres élèves ayant leur machine personnelle.

Dans les autres sections, en première et deuxième année, 64 % des élèves ont acheté une machine, alors que la proportion tombe à 26 % en troisième année où les élèves préfèrent recourir au prêt pour le peu de temps qu'il leur reste à passer au gymnase.

Parmi les premières expériences que nous sommes en train de vivre, nous avons choisi trois exemples dans des domaines différents.

## Résolution de l'équation du deuxième degré

Nous n'avons pas modifié le plan de ces dernières années qui consiste à envisager la résolution de l'équation:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

comme la recherche des points d'intersection éventuels de la parabole d'équation:

$$y = ax^2 + bx + c$$

et de l'axe des abscisses:

$$y = 0$$

La méthode de résolution consiste à mettre en évidence l'axe de symétrie de la parabole. Par exemple, la parabole d'équation:

$$y = x^2 - 84x + 1755$$

s'écrit aussi:

$$\begin{aligned}y &= (x - 42)^2 - 42^2 + 1755 \\y &= (x - 42)^2 - 9\end{aligned}$$

La parabole admet pour axe de symétrie la droite  $x = 42$  et son minimum est le point de coordonnées  $(42; -9)$ . La résolution de l'équation du deuxième degré correspondante est la suivante:

$$\begin{aligned}(x - 42)^2 - 9 &= 0 \\x - 42 &= \pm 3 \\x &= 42 \pm 3 \quad x_1 = 39 \text{ et } x_2 = 45\end{aligned}$$

Dans une telle résolution, la calculatrice n'est utilisée que pour la recherche des carrés et des racines carrées.

Dans un deuxième stade, on introduit la résolution de l'équation du deuxième degré par la formule:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

On pourra chercher d'abord à employer la T.I.30 en suivant d'aussi près que possible la procédure de calcul de la formule. Les élèves peuvent proposer des programmes de calcul tels que le suivant que nous donnons en colonne pour éviter les confusions avec l'écriture algébrique ordinaire:

|    | Programme         | Affichage | Mémoire | Commentaires                  |
|----|-------------------|-----------|---------|-------------------------------|
| 1  | $-b \rightarrow$  | 18        |         | Résoudre                      |
|    | +                 |           |         | $16x^2 - 18x + 5 = 0.$        |
|    | (                 |           |         | Les pas 4 à 12 donnent le     |
|    | (                 |           |         | discriminant $b^2 - 4ac.$     |
| 5  | $x^2$             | 324       |         |                               |
|    | =                 |           |         |                               |
|    | 4                 | 4         |         | Les pas 3 à 15 en calculent   |
|    | ×                 |           |         | la racine carrée, les paren-  |
|    | $a \rightarrow$   | 16        |         | thèses laissant en attente    |
| 10 | ×                 | 64        |         | l'addition de $-b.$           |
|    | $c \rightarrow$   | 5         |         |                               |
|    | )                 | 4         |         |                               |
|    | $\sqrt{\quad}$    | 2         |         |                               |
|    | STO               |           | 2       |                               |
| 15 | )                 |           |         |                               |
|    | =                 | 20        |         |                               |
|    | :                 |           |         |                               |
|    | $a \rightarrow$   | 16        |         |                               |
|    | :                 | 1.25      |         |                               |
| 20 | 2                 | 2         |         |                               |
|    | =                 | 0.625     |         |                               |
|    | $\rightarrow x_1$ |           |         |                               |
|    | $-b \rightarrow$  | 18        | 2       | La mise en mémoire de la      |
|    | =                 |           |         | racine permet son rappel pour |
| 25 | RCL               | 2         |         | le calcul de la seconde solu- |
|    | =                 | 16        |         | tion.                         |
|    | :                 |           |         |                               |
|    | 2                 | 2         |         |                               |
|    | :                 | 8         |         |                               |
| 30 | $a \rightarrow$   | 16        |         |                               |
|    | =                 | 0.5       |         |                               |
| 32 | $\rightarrow x_2$ |           |         |                               |

A l'usage, on pourra modifier la formule pour raccourcir le programme de calcul, en réduisant en même temps le nombre des introductions de données. Le programme qui suit est basé sur la formule équivalente:

$$x = \pm \sqrt{\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} + \left(-\frac{b}{2a}\right)$$

|    | Programme         | Affichage  | Mémoire |
|----|-------------------|------------|---------|
| 1  | $-b \rightarrow$  | 18         |         |
|    | $\vdots$          |            |         |
|    | 2                 | 2          |         |
|    | $\vdots$          | 9          |         |
| 5  | $a \rightarrow$   | 16         |         |
|    | $=$               | 0.5625     |         |
|    | STO               |            | 0.5625  |
|    | $x^2$             | 0.31640625 |         |
|    | $=$               |            |         |
| 10 | $c \rightarrow$   | 5          |         |
|    | $\vdots$          |            |         |
|    | $a \rightarrow$   | 16         |         |
|    | $=$               | 0.00390625 |         |
|    | $\sqrt{\quad}$    | 0.0625     |         |
| 15 | $+$               |            |         |
|    | RCL               | 0.5625     |         |
|    | $=$               | 0.625      |         |
|    | $\rightarrow x_1$ |            |         |
| 20 | EXC               | +/-        | 0.625   |
|    | $\times$          | +          |         |
|    | 2                 | 2          |         |
|    | $=$               | 1.125      |         |
|    | RCL               | 0.625      |         |
|    | $=$               | 0.5        |         |
| 25 | $\rightarrow x_2$ |            |         |
|    | $\rightarrow x_2$ |            |         |

Dès le pas 19, nous donnons deux procédures, mais le calcul indiqué est celui de la variante de gauche.

### Un exemple en trigonométrie

En trigonométrie, aussi bien en première scientifique qu'en deuxième littéraire, il a paru judicieux de traiter de la résolution des triangles avant les formules d'addition. Le passage aux formules d'addition a été motivé par l'exercice suivant:

Quelles sont les mesures des angles d'un triangle dont les côtés mesurent  $a = 4$ ,  $b = 5$  et  $c = 6$  ?

On a:

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{25 + 36 - 16}{60} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = 41.409622$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{16 + 25 - 36}{40} = \frac{1}{8}$$

$$\gamma = 82.819244$$

On constate que  $\gamma = 2\alpha$  au niveau de la précision de la machine. Est-ce une coïncidence ou l'égalité  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$  implique-t-elle  $\cos 2\alpha = \frac{1}{8}$  ?

Après avoir démontré la relation:

$$\cos(t + z) = \cos t \cos z - \sin t \sin z$$

on déduit la formule de duplication:

$$\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t = 2\cos^2 t - 1$$

On peut alors répondre à la question posée:

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1 = 2 \cdot \frac{9}{16} - 1 = \frac{1}{8}$$

La trigonométrie est certainement un des domaines où l'usage d'une calculatrice électronique apporte un gain de temps appréciable. A titre de comparaison, prenons un problème classique du niveau du baccalauréat. Autrefois, on exigeait la résolution à l'aide d'une table de logarithmes à 5 décimales et la rédaction complète prenait en moyenne trois quarts d'heure à un élève normalement doué. Le même problème demande environ dix minutes avec l'aide d'une règle à calcul. L'usage d'une T.I.30 ramène ce temps à quelques minutes, car le temps de calcul devient très faible par rapport au temps de réflexion, de mise en œuvre et de rédaction. Remarquons encore que dans ces améliorations successives, la part du raisonnement est restée la même, sans perte pour l'élève de l'effort intellectuel qu'on attend de lui dans un tel exercice.

### Un exemple dans l'étude des fonctions

Les quelques essais que nous avons faits dans ce domaine ont eu lieu dans une classe littéraire (type D) en deuxième année et portent sur l'étude d'une fonction au voisinage d'un point où elle n'est pas définie, ainsi que sur l'étude du comportement asymptotique. Dans les deux cas, il s'agit d'introduire intuitivement des passages à la limite pour la première fois. Il faut donner un contenu à des expressions telles que «tend vers zéro» ou «tend vers l'infini».

$$\text{Soit la fonction } f: \quad x \longmapsto y = \frac{(x - 2)^2}{x + 2}$$

Au voisinage de  $x = -2$ , il est aisé de se faire une idée du comportement de la fonction calculée selon le programme suivant:

|                |        |            |
|----------------|--------|------------|
| (              | x      | y          |
| x →            | -2.1   | - 168.1    |
| STO            | -2.05  | - 328.05   |
| —              | -2.01  | - 1608.01  |
| 2              | -2.001 | -16008.001 |
| )              | -1.9   | 152.1      |
| x <sup>2</sup> | -1.99  | 1592.01    |
| :              | -1.999 | 15992.001  |

(  
RCL  
+  
2  
)  
=  
→ y

Lorsque  $x$  tend vers l'infini, on peut comparer les valeurs de  $y$  avec les valeurs de la fonction affine

$$y_1 = x - 6$$

dont le graphe est l'asymptote oblique de la courbe étudiée.

| x    | y         | y <sub>1</sub> |
|------|-----------|----------------|
| 200  | 194.07921 | 194            |
| 500  | 494.03187 | 494            |
| 1000 | 994.01597 | 994            |
| 2000 | 1994.0080 | 1994           |
| 5000 | 4994.0032 | 4994           |

Des exemples analogues serviront aussi à la préparation de la notion de dérivée.

### En guise de conclusion

Les quelques notes qui précèdent rendent compte d'un début d'expérience qui semble prometteur si l'on en juge par l'activité des élèves. Comme il serait prématuré d'apporter une quelconque conclusion, nous en reviendrons aux réflexions du congrès de Karlsruhe, cité au début de cet article. Le professeur A. Carrel dénote trois tendances dans le forum sur les calculatrices de poche:

- une première tendance consiste à préconiser le développement des curricula de mathématiques en suivant un point de vue algorithmique, étant entendu que les calculatrices de poche sont utilisées de manière générale. Mais cette manière de voir suppose que l'on étudie au préalable les avantages sur les plans mathématique et social;
- cette tendance fut contrebalancée par une forte minorité d'enseignants qui voient dans les calculatrices de poche plus un moyen de calcul qu'un élément central de l'établissement des programmes d'enseignement;

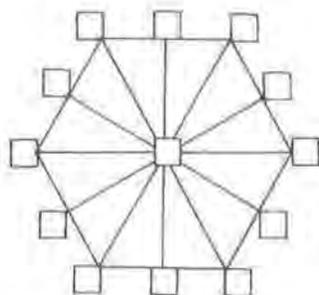
- enfin, il y a ceux qui refusent de discuter cet objet. Ils estiment que les calculatrices de poche existent et doivent être utilisées dans l'enseignement des sciences, sans révolutionner l'enseignement mathématique.

Le rapport se termine en évoquant l'aspect social: «Suivant le niveau de performances exigées, les calculatrices de poche sont encore coûteuses et exigent un investissement que ni les élèves, ni les pouvoirs publics ne sont prêts, semble-t-il, à consentir». Ce dernier propos est sans doute celui qui pourrait prêter le plus à discussion. Il sera intéressant de suivre l'évolution de ce problème dans les années à venir.

## Le tourbillon

Le journal «La Suisse» publie chaque dimanche, sous le titre «Grosse tête», un problème demandant astuce et réflexion.

Voici comment le problème, paru le 27 mars 1977, a suscité un travail intéressant dans une classe de quatrième année (9-10 ans) du Petit-Lancy près de Genève, celle de Jean-François Gertsch, que nous remercions d'avoir bien voulu nous communiquer la description de ce qu'ont fait ses élèves.



Décomposition du nombre 21 en sommes de trois addendes différents utilisant les nombres de 1 à 13.

### Règle du jeu:

- Le total des nombres placés sur chacun des côtés de l'hexagone sera de 21.
- Le total des nombres situés sur chaque ligne transversale (il y en a 6) sera également de 21.

### Déroulement de l'activité

La première approche du problème n'est pas facile. Après beaucoup de tâtonnements infructueux, un groupe d'élèves propose de dresser la liste complète des décompositions (par addition) du nombre 21 en trois addendes différents. Cette liste est inscrite au tableau noir dans l'ordre suivant:

|   |    |   |   |    |   |   |    |   |
|---|----|---|---|----|---|---|----|---|
| 1 | 13 | 7 | 4 | 12 | 5 | 6 | 13 | 2 |
| 1 | 12 | 8 | 4 | 11 | 6 | 6 | 12 | 3 |
| 1 | 11 | 9 | 4 | 10 | 7 | 6 | 11 | 4 |
|   |    |   | 4 | 9  | 8 | 6 | 10 | 5 |
|   |    |   |   |    |   | 6 | 8  | 7 |
| 2 | 13 | 6 | 5 | 13 | 3 |   |    |   |
| 2 | 12 | 7 | 5 | 12 | 4 | 7 | 13 | 1 |
| 2 | 11 | 8 | 5 | 10 | 6 | 7 | 12 | 2 |
| 2 | 10 | 9 | 5 | 9  | 7 | 7 | 11 | 3 |
|   |    |   |   |    |   | 7 | 10 | 4 |
| 3 | 13 | 5 |   |    |   | 7 | 9  | 5 |
| 3 | 12 | 6 |   |    |   | 7 | 8  | 6 |
| 3 | 11 | 7 |   |    |   |   |    |   |
| 3 | 10 | 8 |   |    |   |   |    |   |

Arrivé là, le groupe des élèves n'a pas continué parce qu'ils ont constaté qu'ils trouveraient exactement les mêmes nombres.

Complétant le travail, toute la classe est amenée à compter le nombre de décompositions comptant 1, 2, 3, etc. et à dresser le tableau suivant:

Décompositions comportant  
le nombre:

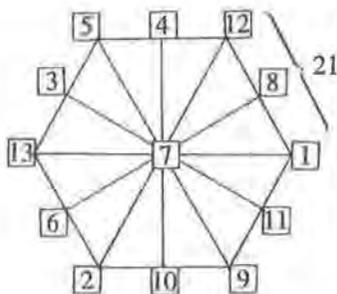
|                           |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
|                           | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Nombre de décompositions: | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 4  | 4  | 4  | 3  |

On observe la symétrie de ce tableau.

Il apparaît ensuite avec évidence que le nombre qui doit être placé au milieu du tourbillon est le nombre 7 puisqu'il est le seul qui apparaît dans 6 décompositions et qu'il y a 6 transversales. Le reste du tourbillon est rapidement complété.

Observation complémentaire: avec 1, 3, 5, 7, les deux autres nombres du triplet sont soit tous deux pairs, soit tous deux impairs.

### Une des solutions



*La rédaction rappelle qu'elle publiera volontiers d'autres récits d'expériences de ce type. Elle souhaite aussi recevoir des suggestions et des compléments provenant de ceux qui auront envie de faire le même travail que J.-F. Gertsch et dont les élèves auront découvert d'autres pistes.*

## D'accord ? Pas d'accord ?

*La rédaction de MATH-ECOLE soumet à la réflexion de ses lecteurs cet article quelque peu provocant; elle publiera avec plaisir leurs réactions.*

### Qu'est-ce que la mathématique ?

Traduction d'un article de M. B.W. Wallis, paru dans *The Times Educational Supplement* «EXTRA», 5.10.1973.

Quand un système d'enseignement est solidement établi et marche bien, de pareilles questions peuvent être laissées sans danger aux philosophes.

Mais dans une situation révolutionnaire, comme celle qui existe actuellement dans l'enseignement de la mathématique au niveau secondaire, où certains signes peuvent faire croire que le nouvel enseignement est même menacé d'extinction, les praticiens doivent réagir.

On m'avait tout d'abord proposé le sujet suivant: «Pourquoi enseigner les mathématiques?», mais je me suis trouvé tout de suite en difficulté, parce que le technicien d'âge moyen que je suis ne trouvait que des arguments démontrant qu'il ne fallait pas enseigner les mathématiques. D'autre part, le professeur de mathématiques au niveau secondaire, que je suis également, trouvait une telle conclusion inadéquate et troublante.

Les mathématiques doivent sûrement être utiles; preuve en est que la société approuve mon enseignement depuis huit ans. La difficulté provient, naturellement, de ce que le mot «mathématique» a des significations différentes dans les deux domaines: celui de l'école et celui de la pratique. Les mathématiques que j'utilise en technologie ont peu de rapport avec celles que je dois enseigner aux enfants, quand bien même les deux se nomment «mathématiques».

Il était évidemment inutile de discuter «le pourquoi et le comment» de l'enseignement des mathématiques, tant que l'on n'était pas tombé d'accord sur la signification du terme. C'est pour cette raison que j'ai changé le titre initial de cet article et que j'ai essayé de trouver une définition de la mathématique qui souligne les différences importantes existant entre les mathématiques utilisées et les mathématiques enseignées.

Les mathématiques semblent être un mode de pensée. Dans le contexte présent, la pensée est tellement complexe qu'elle en est presque subconsciente. Pour être consciente, une pensée doit être «symbolisée», et les symboles sont tellement simplificateurs que l'homme qui dit que sa pensée est consciente, la dénature; peut-être veut-il seulement dire qu'il est capable de diriger son subconscient pour l'amener à une pensée discursive.

La pensée est déterminée par l'expérience passée de chacun, par le fonctionnement de son cerveau et par les «stimuli» qu'il perçoit. Le but nécessaire et involontaire de la pensée va toujours dans le sens d'une décharge de tension, autrement dit dans le sens de la résolution d'une situation-problème.

Donc, la pensée est un processus; ce processus consiste à sélectionner, dans l'activité continue du cerveau, certaines combinaisons ou structures, à les comparer et à en fabriquer de nouvelles. C'est ce que j'appelle fabriquer et comparer des abstractions.

On s'est aperçu que ces abstractions réapparaissent dans l'expérience humaine; les hommes ont alors appris à les formaliser, à les fixer et à les rendre communicables sous la forme de symboles — les images et les mots — et sous la forme des abréviations de mots et de phrases que sont les symboles mathématiques.

Nous qualifions de pensée mathématique toute pensée en relation avec une telle formalisation des structures récurrentes. L'acte mathématique est inséparable de l'ensemble des activités du cerveau et, pour cette raison même, ne peut être observé. Tout ce que l'on veut rendre communicable doit passer par les symboles, et de ce fait apparaît de façon déformée et fragmentaire. Cet aspect «public» est le niveau de la pensée consciente, du raisonnement, de la preuve et de la logique.

Nous pouvons identifier trois stades dans l'acte mathématique, c'est-à-dire dans la résolution d'une situation-problème par une pensée dirigée:

1. *La création d'une abstraction:* Etant tout à fait subconsciente, cette activité ne peut pas être logique, ni être une opération du raisonnement. Elle n'est ni facile, ni difficile: elle surgit — bien qu'une tendance à créer et à fixer les abstractions puisse être renforcée par l'entraînement.

2. *La formulation d'un problème:* Une abstraction doit être étudiée pour savoir si elle est pertinente dans la situation donnée et si elle est isomorphe à des structures familières ou précédemment étudiées. On doit en général la modifier plusieurs fois avant que l'on puisse poser le problème, dont la solution résoudra la situation. Cette énonciation du problème est la première preuve concrète que l'acte mathématique a surgi.

3. *La résolution du problème:* Ce processus peut nécessiter des abstractions supplémentaire assez spécialisées pour développer des techniques, mais en principe il n'implique rien de plus que l'application des techniques communicables. En théorie, tout ce stade peut être traité par une machine: c'est le stade du «raisonnement» et de la «preuve». C'est à ce niveau que les mathématiques ont été traditionnellement enseignées, quelles qu'aient été, en fait, les intentions des professeurs.

En principe, le technicien travaille aux deux premiers stades, comme le font en fait tous les utilisateurs. Pourtant nous enseignons et nous examinons au troisième stade. Il y a à cela de bonnes raisons historiques, qui placent les professeurs de mathématiques devant un problème majeur. Par exemple, l'ordinateur entouré de mathématiciens a enlevé au technicien la plupart de ses compétences au niveau du troisième stade. On peut imaginer que bientôt les ménagères calculeront le prix de leurs achats sur leur calculateur de poche et qu'ainsi elles n'auront plus besoin de savoir additionner.

La langue maternelle et la mathématique sont encore considérées comme des instruments essentiels pour obtenir une bonne situation; mais combien de temps les mathématiques pourront-elles survivre? Il y a cinq ans, le contre-maître qui s'occupait des apprentis dans une grande entreprise se plaignait que tous les garçons échouaient à l'épreuve de mathématiques de son exa-

men d'entrée. Il s'aperçut alors que les programmes des écoles précédentes avaient changé. Il décida alors simplement de modifier le contenu de son examen. Il ne semblait pas réaliser ce que cela impliquait: les méthodes employées dans son usine étaient telles que les ouvriers qualifiés n'avaient pas besoin d'utiliser les mathématiques qu'ils avaient apprises. Cela confirme ma propre expérience à des niveaux supérieurs. On se demande combien de temps il faudra à ce contremaître et à tous les autres utilisateurs pour prendre conscience de l'inutilité des mathématiques.

Même l'emprise du mathématicien sur les deux premiers stades semble être en danger, car cela me paraît tomber dans le domaine du nouveau sujet d'Edward de Bono: la pensée.

Si l'on veut être pessimiste, on peut considérer qu'il ne reste que «*la mathématique pure*», la mathématique pour le plaisir de la mathématique, que le contribuable peut éventuellement assimiler à la musique et aux autres formes d'art enseignées à l'école, à raison d'une heure par semaine; et la «*mathématique pour la science*», qui n'est plus qu'une sorte de sténographie, et qui est de toute façon enseignée par les scientifiques.

J'ai mis au point cette description des mathématiques et je l'ai développée spécialement pour tenter de combler le fossé d'incompréhension qui existe entre les utilisateurs et les enseignants. Cette définition a également été utile pour illustrer quelques aspects de l'enseignement des mathématiques. On aimerait qu'elle aide à dégager des méthodes finalement plus efficaces.

J'ai présenté délibérément une vue pessimiste de l'avenir des mathématiques, telles qu'elles sont enseignées actuellement, car il ne manque pas d'optimistes, et cette satisfaction trompeuse risque de nous mener au désastre. Moderniser les programmes de mathématiques, comme c'est maintenant la mode, n'est pas une réponse valable: notre problème de base est un problème de méthode et non de contenu.

Je suis pleinement convaincu que les deux premiers stades sont essentiels dans toute pensée dirigée et que nous devons apprendre la façon de les enseigner, mais il faut tout d'abord décider s'il existe une différence d'approche réelle entre les utilisateurs et les enseignants de la mathématique.

N.d.l.r. — *L'auteur dit, à sa manière, ce que l'on pense un peu partout aujourd'hui à propos de l'enseignement nouveau de la mathématique. Le stade 3, appelé ici «Résolution du problème», est celui qui concerne le maniement relativement mécanique des algorithmes. Ce stade, sans perdre de son importance, est «relativisé» par rapport aux deux autres que sont l'effort d'abstraction — pour que le réel puisse aussi devenir objet de pensée — et la formulation du problème — qui est l'ordonnement des abstractions en vue d'une solution —.*  
*Faire de la mathématique, c'est opérer sur les trois plans. A cet égard, la mathématique n'est pas prête de disparaître. Au contraire.* S. R.

# Commencez par voir chez Schubi

Nr. 20.1

Vous y trouverez le matériel pédagogique exactement adapté à l'école, d'excellente qualité, à un prix fort raisonnable. Commencez par feuilleter le catalogue Schubi ! Nous vous fournirons ensuite avec plaisir un complément d'information détaillé sur le sujet qui vous intéresse plus particulièrement.

**Renvoyez-nous la présente annonce.** Nos renseignements sont gratuits et sans engagement de votre part.

Votre spécialité: \_\_\_\_\_

Nom: \_\_\_\_\_

Adresse: \_\_\_\_\_



***Editions Schubiger***

Case postale 525 8401 Winterthour Tél. 052 29 72 21

Mademoiselle  
 Madeleine BRAUNFLOM  
 Maîtresse d'application  
 Rue Le-Gros-Savon 17  
 1210 GENEVE

## TABLE DES MATIERES

|   |    |
|---|----|
| Editorial, <i>R. Hutin</i> . . . . .  | 1  |
| Mathématique à Vevey (suite), <i>T. Bernet et al.</i>   |    |
| — Classe de 6e, niveau 1, à Blonay . . . . .  | 2  |
| — Classe de 6e, niveau 1 (21 élèves) «Think-a-dot», à Blonay . . . . .  | 4  |
| — Conclusion . . . . .  | 7  |
| Découverte de l'espace: Cheminements (2), <i>J.-J. Walder</i> . . . . .   | 9  |
| Introduction des calculatrices électroniques de poche au gymnase<br>cantonal de Neuchâtel, <i>A. Calame</i> . . . . . | 13 |
| Le tourbillon . . . . .   | 24 |
| D'accord ? Pas d'accord ? . . . . .   | 26 |

**Comité de rédaction:**

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet,  
 L. Biollaz, F. Brunelli, A. Calame,  
 D. Froidcœur, G. Guélat, R. Hutin,  
 F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.

**Rédacteur-responsable:** R. Hutin

**Abonnements:**

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—,  
 CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an.  
 Service de la Recherche Pédagogi-  
 que; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève.  
 (Tél. (022) 35 15 59).

**Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983**