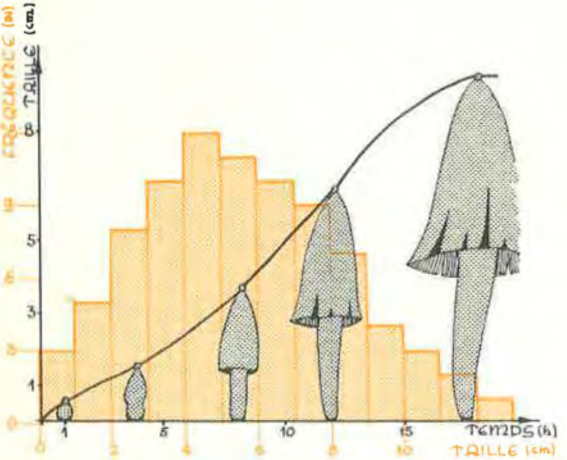
84



MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1978
17e ANNEE

MATH ECOLE 84

17e ANNEE Paraît cinq fois par an SEPTEMBRE 1978

Editorial

«Une noix»

«Qu'y a-t-il dans une noix,
Quand elle est fermée ?» *J. DOUAI*

Avez-vous déjà eu cette vexante déconvenue de trouver une de ces noix toutes propres, toutes luisantes, qu'on les dirait lustrées avec soin et patience, mais qui, ouvertes, révèlent ne plus contenir que résidus séchés, recroquevillés, immangeables ? Et n'est-ce pas l'expérience que tous nous avons continuellement à revivre sous les pressions envoûtantes des flagorneurs de la publicité, marchands de fumée, revendeurs d'occasions ?
Sans doute cherchons-nous à nous défendre et à éduquer nos élèves à s'armer contre les fraudes du marché, des soldes et des actions: dans notre nouvel enseignement de la mathématique, du calcul correct, du raisonnement valide, de l'observation perspicace, nous avons bien cela même pour objectif.
Mais sommes-nous autant en garde contre les faussaires de la mathématique ?
Aucun lecteur de MATH-ECOLE sans doute n'adhérerait plus au slogan «La Mathématique moderne, c'est la théorie des ensembles»; (mais chacun est-il bien certain de ne pas avoir trop oublié, par réaction, que la mathématique c'est aussi l'algèbre logique des ensembles ?) Ou bien comment réagit-on à tel autre cri de guerre «L'école doit donner des instruments, et pas des notions» ? (comme si les notions n'étaient pas d'abord des outils de la pensée !) Ici, pas de choix qui tienne, mais l'impérieuse honnêteté de considérer deux faces d'un unique but.
De même nous avions voulu que le nouvel enseignement de la mathématique soit, à la fois et par nécessité, réforme tant du contenu que de la méthode: deux aspects indissociables d'une même réforme.
Or les grands fossoyeurs du renouveau encore en chantier s'en étaient pris, au début, au contenu: combien d'entre eux n'ont-ils pas commencé à vider notre noix des grandes nouveautés du programme ? (Plus d'un, inaverti, semble devoir croire que la mathématique nouvelle c'est tout bonnement celle d'hier, enseignée exactement comme ils l'ont toujours fait, EUX, n'est-ce pas ?)
Depuis peu, ces mêmes croquemorts, peut-être satisfaits de leur première sape, ont changé la mire: ils tentent maintenant de nous gruger aux sons de redondantes déclamations sur la pédagogie par objectifs, les unités didactiques, l'enseignement cyclique, concentrique ou à spirale, l'apprentissage par les jeux et l'action... La dernière pièce de leur quincaillerie est aujourd'hui la technique des situations.
Qu'on m'entende bien ! Il ne s'agit nullement d'accuser en bloc par exemple tous les promoteurs, participants et relateurs du dernier FORUM; l'idée des situations nous avait été offerte en régal par des gens aussi bien intentionnés et compétents que Delessert, Burdet et d'autres; et ce n'est pas, à la voir si souvent caricaturée, une raison pour la rejeter. Mais qui n'aurait la mort dans l'âme devant cet inappréciable cadeau ainsi déchiqueté: «une perle aux pourceaux» ? D'autant que l'on est bien en droit de se demander si ces pourvoyeurs de Revival (Projets, Centres d'intérêts, Ateliers) connaissent Dalton, Winnetka, Decroly et Freinet, et si ces situationnistes savent tenir de Sartre et Debord, Vaneigem et Sanguinetti.

M.D. Froidcoeur

P.S. Et MATH-ECOLE, est-ce une «noix creuse» ? Espérons bien que si les lecteurs en avaient parfois l'impression, ils s'empresseraient de nous l'écrire !

La notion d'égalité à 6-7 ans

par Marie-Louise Comte

La méthodologie romande, en première année primaire, propose une activité pour la correspondance terme à terme et une partie de leçon pour la présentation des signes «$<$» «$>$» et «$=$».
C'est bien peu pour un tel sujet ! L'enfant de 6 ans classe, fait des relations d'équivalence, série des objets et peu à peu est amené, à ne plus seulement prendre en considération la qualité des objets, mais la propriété d'une collection d'objets, c'est-à-dire la propriété numérique d'un ensemble d'objets.
La correspondance terme à terme, pratiquée comme une action, va permettre à l'enfant de comparer des collections qu'il ne peut pas dénombrer. Concrètement, l'enfant fait appel à des quantificateurs.
On remarquera que «plus» et «moins» sont facilement verbalisés, tandis que «plus que» et «moins que» sont plus difficiles. Quant à «autant», ce terme n'est pas retenu ou mal traduit par l'enfant. «C'est la même chose», est la phrase couramment explicitée jusqu'en deuxième primaire. Si l'enseignant se contente de cette verbalisation «c'est la même chose», il maintient l'enfant dans une certaine confusion. En effet, ce dernier peut conserver mentalement d'autres ressemblances d'ordre qualitatif, ou en créer, même si elles n'existent pas. Pour l'aider à passer à une verbalisation quantitative juste, il est bon de lui demander s'il pense à «la même chose beaucoup» ou à «la même chose peu».
C'est en partant du langage propre à l'enfant, de ses expressions et de situations mathématiques appropriées que l'enseignant aidera le mieux à la construction de notions, telle que l'égalité numérique.
Voici une activité qui met en évidence l'égalité numérique d'ensembles et amène l'emploi du signe égal.
Dans toutes les classes où j'ai proposé cette activité, les maîtresses avaient «présenté» le signe égal, celui-ci était affiché, entouré de 2 cardinaux.

Activité pour un groupe de 8 élèves placés autour d'une table.

Matériel: 3 sacs de toile de couleur et grandeur différentes.
1 grand sac, fermé avec une corde (qui servira à entourer le contenu lorque le sac sera vidé) le sac contenant 8 gros jouets, tous différents.
1 sac de grandeur moyenne, fermé et contenant aussi 8 jouets différents.
1 petit sac fermé et contenant 8 très petits jouets différents.

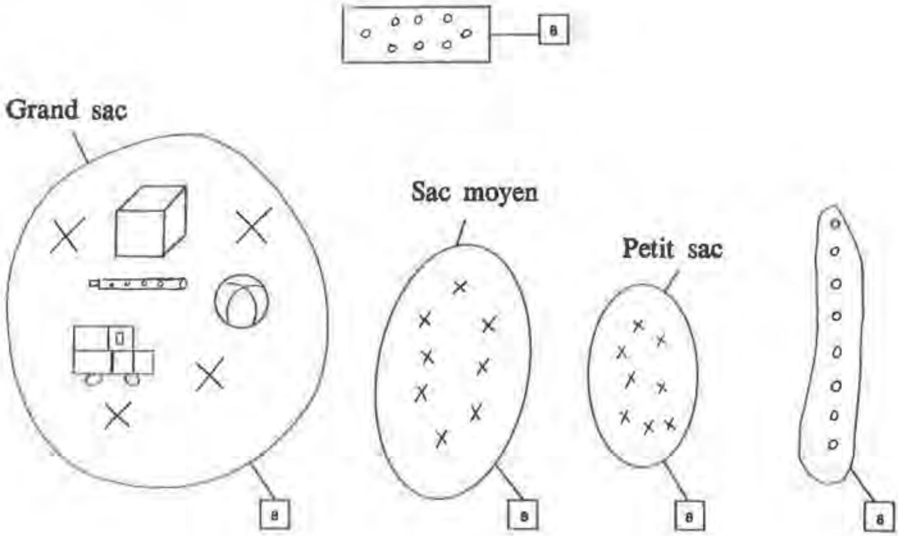
Les sacs sont montrés aux élèves, qui les considèrent comme des surprises ! Ils voient un papa, une maman et un bébé sac ! J'ai observé que chaque groupe d'enfants a voulu ordonner les sacs d'après leur grandeur, le sac le plus grand

étant placé comme numéro *un*. L'ouverture des sacs a respecté aussi cet ordre. Spontanément, les enfants faisaient part de remarques intéressantes telles que:
— le grand sac est le plus lourd (ce qui était contrôlé);
— le petit sac est très léger donc il contient très peu de «choses».

Le grand sac est ouvert. Les enfants découvrent des jouets hétéroclites, un gros cube, une flûte, un camion, un singe en peluche, etc. Ces jouets n'ont aucune ressemblance de forme et de couleur. Ils sont déposés sur une feuille de papier et entourés.
Généralement, les enfants n'ont pas envie de les compter. Le sac moyen est ouvert. Il y a peu de manifestation de comptage, les élèves cherchant des ressemblances avec les jouets du premier sac.
— «Il y a aussi un animal...»
— «Il y a aussi une voiture...» (bien que dans le premier sac, il s'agissait d'un camion).

Avant d'ouvrir le tout petit sac, un élève prédit qu'il contiendra «presque rien»... Ce sac est ouvert. Les petits jouets sont inventoriés, mais les enfants cherchent encore des ressemblances qualitatives.
La correspondance terme à terme est amenée en proposant à un élève d'acheter tous les jouets d'un sac (à choix) grâce aux sous (jetons) contenus dans un porte-monnaie. Il est précisé qu'un sou sera toujours échangé contre 1 objet. Un élève joue le rôle de vendeur, un autre celui d'acheteur. L'élève acheteur remettra au vendeur 1 sou et recevra 1 jouet qu'il rangera dans le sac. L'élève vendeur cachera chaque sou dans une boîte.
Première constatation: il n'y a plus d'argent dans le porte-monnaie et tous les jouets sont achetés.
Les enfants verbalisent à leur manière qu'il y a autant de sous que de jouets (du grand sac).
Un deuxième sac est acheté avec l'argent utilisé pour le premier échange.
Deuxième constatation: avec le même nombre de sous, on peut aussi acheter tous les jouets du second sac. Là, des remarques d'élèves montrent l'utilisation du nombre: il y a 8 jouets dans les 2 sacs, il y a 8 sous et cela ne fait aucun doute, il y a 8 petits jouets. Pour contrôler ce dernier sac, je suggère de prendre le nombre de sous nécessaires à l'achat des jouets du tout petit sac.
Matthias, peut-être encore influencé par la grandeur des jouets, proposa de prendre 2 sous ! Pour prendre l'argent nécessaire, il dut poser un sou près de chaque jouet, pour arriver au nombre 8.
Il est intéressant de suivre le passage à la représentation, représentation motivée pour relater aux camarades cette «surprise».
J'ai dû insister pour avoir quelque chose d'écrit. Quelques élèves ont proposé de dessiner les jouets à l'intérieur d'une corde. Ils commencèrent ce travail.
Puis d'autres enfants, sentant peut-être la difficulté, suggérèrent de faire une croix, à la place d'un jouet, «pour aller plus vite». Toutes les étiquettes ont été réalisées par les enfants.

Voici le travail:



Personne n'a proposé de faire correspondre chaque jouet (entre les sacs) par un lien tracé.
Remarque générale: l'étiquette numérique est la même pour tous les sacs. Les élèves cherchèrent à traduire «cette même chose en nombre». C'est alors que Matthias proposa le signe > entre l'étiquette du cardinal du grand sac et l'étiquette du cardinal du sac moyen $\boxed{8} > \boxed{8}$. Ce fut l'occasion de ressortir et de replacer tous les jouets.
L'enseignant ne devrait pas craindre de «perdre du temps» à faire reconstituer des sacs, par les élèves qui choisiraient de petits ou de grands jouets, pourvu que ces sacs contiennent 8 jouets; il y aurait toujours 3 sacs, puisque le nombre de jouets reste le même !
En conclusion, il est tout à fait normal que, lorsque l'enfant passe au niveau de la représentation mathématique, il régresse sur ce qu'il avait compris en manipulant.

Cela nous amène à dire qu'il est important de travailler simultanément avec des éléments concrets et de passer à la représentation mathématique. C'est, en quelque sorte, d'une situation de conflit que l'enfant construira le mieux cette notion d'égalité.

Le jeu: un soutien pour l'écolier ?

par Myriam Halperin

L'éducation scolaire des enfants de milieux socio-économiques défavorisés constitue un problème pédagogique qui suscite de nos jours un intérêt soutenu.
L'objet de ces lignes est de comprendre et de mettre en valeur le rôle du jeu tel qu'il est pratiqué par des enseignants dans le but de «soutenir» et d'encourager l'effort scolaire de ces enfants défavorisés. Beaucoup d'encre a certes déjà été consacré aux nombreux problèmes posés par la scolarité de ces enfants et il ne nous appartient pas d'y revenir ici en détails.
L'esquisse de quelques-uns de ces problèmes est néanmoins un préalable nécessaire à notre analyse.

1. La majorité des enfants reçoivent à la maison un certain encouragement pour leurs activités scolaires. Dans les milieux défavorisés l'un des parents étant souvent absent du domicile, son conjoint est alors trop préoccupé par les problèmes existentiels pour pouvoir se consacrer à un encouragement actif des activités intellectuelles de ses enfants.
2. Les enfants des milieux défavorisés sont souvent soumis à un régime disciplinaire rigide et autoritaire. Paradoxalement, en dépit de cette éducation autoritaire il n'est pas rare que leurs parents négligent des domaines comportementaux tels que les manières de table, l'hygiène corporelle ou la présence à l'école; domaines qui sont considérés comme «secondaires».
3. Les conditions d'habitat de ces familles sont souvent très médiocres et les enfants sont privés de l'espace et du calme nécessaires pour bien effectuer leurs devoirs scolaires.
4. Les activités scolaires sont souvent partiellement, voire totalement, étrangères aux enfants issus de milieux défavorisés. Les programmes sont fixés par des gens dont les préoccupations et les exigences sont très différentes de celles que ces enfants connaissent et auxquelles ils sont confrontés dans leurs foyers. Les programmes trop abstraits n'arrivent pas à capter l'attention de ces écoliers lesquels réagissent alors à l'ennui par une hyper-activité physique qui dérange le maître et le bon déroulement de la leçon ou par une apathie ostensible. De ce fait, toute la communication avec l'enseignant se trouve faussée et artificielle.
5. Il est inutile de revenir sur les difficultés qu'éprouvent ces enfants pour toutes les activités du langage.
   L'apprentissage du langage formel de la «culture dominante» est une tâche très complexe et laborieuse pour des enfants totalement étrangers à cette culture.

Dans quelle mesure le jeu peut-il alors réduire ces barrières culturelles intrascolaires ?

Le jeu constitue un mode d'activité familier à tous les enfants. Les rôles et la situation du jeu elle-même ont l'avantage de pouvoir être «choisis» par chacun des enfants en fonction de son caractère et des ses intérêts propres et sans qu'il lui soit imposé une situation étrangère.

L'analyse de la dynamique du jeu montre que celui-ci a de nombreuses qualités, et qu'en particulier il favorise: un apprentissage de type actif; un renforcement immédiat du pouvoir décisionnel; une communication directe et spontanée; un encouragement à une concentration prolongée.

Les jeux sont ainsi en mesure de fournir une expérience scolaire immédiatement satisfaisante et requérant une participation active de la part d'enfants que l'on voit par ailleurs souvent réagir aux expériences insatisfaisantes et déplaisantes de la classe par un retrait, une apathie ou une hyper-activité déplacée. Cette activité nouvelle peut par conséquent améliorer leurs relations et leurs communications avec l'enseignant, et peut indirectement fournir à celui-ci les indices qu'il cherchait sur les performances latentes de l'enfant. Il est clair que la position de l'enseignant perd le caractère autoritaire qu'elle a parfois pour devenir celle d'un arbitre, voire d'un simple joueur «comme les autres».

La situation du jeu encourage les enfants à prendre des initiatives et des décisions et élargit leur horizon en leur fournissant la possibilité de simuler des situations et des circonstances autres que celles qu'ils connaissent par leur seule expérience personnelle.

La dynamique du jeu requiert un certain pouvoir de concentration et une discipline à la fois rigoureuse et souple. Elle implique une certaine désinhibition et il n'est pas rare de voir des enfants qui dans une situation de face-à-face sont timides et réservés, réagir d'une façon communicative et active dans un contexte de jeu.

En situation de jeu les risques sont plus facilement admis ainsi que les échecs.

La dynamique du jeu accélère la séquence des activités et fournit une récompense immédiate à la personne qui prend la décision correcte. De la même façon la personne ayant pris une décision erronée est tout de suite mise face à son erreur et a la possibilité de la corriger dans un délai très bref.

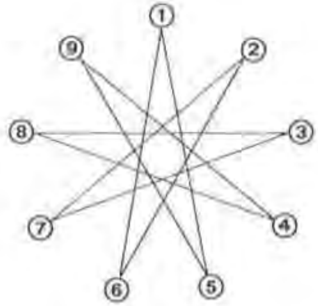
Le jeu aide aussi à concrétiser des situations scolaires trop abstraites. L'utilisation fréquente des symboles dans la mise en place des scénarios, par exemple, habitue les enfants à une abstraction et à une pensée représentative et symbolique.

Enfin, le jeu favorise l'auto-apprentissage car l'enfant a la possibilité de réagir rapidement à partir de sa propre expérience et de celle des autres joueurs.

A travers les nombreuses situations psychologiques et intellectuelles qu'il peut créer ou modifier, et par l'intérêt dynamique qu'il peut susciter chez l'enfant, le jeu semble donc mériter amplement son rôle dans le cadre d'une pédagogie de soutien.

Un exemple: **Jeu de l'étoile** [1]

Jeu à 2 participants ne faisant pas intervenir le hasard et pour lequel il existe une stratégie gagnante.[2]



1. On place les pions sur chacun des 9 sommets de l'étoile.
2. Chacun à son tour A et B enlève soit un pion soit 2 reliés par une branche de l'étoile.
3. Le joueur prenant le dernier pion (ou les 2 derniers pions d'un seul coup) a gagné.

Expliquer pourquoi B peut toujours gagner. Quelle stratégie utilisera-t-il ?

Finalités et objectifs de l'enseignement mathématique

Dans le numéro de juin 1978 de son bulletin, l'association des professeurs de mathématique de l'enseignement public présente un texte d'orientation qui fait suite aux chartes de Chambéry (1968) et de Caen (1972) et définit les grands axes d'action pour les années à venir. De ce document très important, nous extrayons quelques pages concernant les finalités et les objectifs de l'enseignement mathématique. Elles présentent un grand intérêt au moment où la coordination romande cherche son second souffle pour aborder les trois derniers degrés de la scolarité obligatoire.

R.H.

---

[1] Tiré d'un article de M. Gardner dans «Pour la science», numéro spécial hors série.

[2] Ce jeu se joue sur un terrain que l'on peut facilement dessiner sur une feuille de papier.

1. Finalités générales de l'enseignement

1.1 — L'enseignement doit contribuer à une formation professionnelle, à une formation sociale et à une formation personnelle; l'une ne saurait être privilégiée au détriment des autres. Il doit allier de manière dialectique l'acquisition des connaissances à une réflexion critique sur ces connaissances et sur les méthodes d'acquisition.
1.2 — Au regard de ces finalités, le système éducatif doit satisfaire à quelques impératifs majeurs:

— il doit présenter un caractère évolutif, et, par conséquent, être animé par un esprit d'investigation, d'expérimentation et de recherche;
— il doit éviter le cloisonnement des champs de connaissance et contribuer à mettre en lumière leurs différents types d'intervention et d'interaction;
— il doit éviter de même tout cloisonnement entre les différents cycles de formation et se placer ainsi dans la perspective d'une éducation permanente;
— l'organisation scolaire, le système d'évaluation, et l'institution de formation des maîtres doivent être conçus en fonction des finalités et conditions précédentes.

1.3 — Le système éducatif actuel est loin de satisfaire à ces exigences: c'est un des rôles de l'A.P.M.E.P. que de contribuer aux nécessaires changements qui s'imposent, et de soutenir une politique de démocratisation de l'enseignement, mettant en œuvre des institutions, des stratégies, des activités qui permettent au plus grand nombre possible d'élèves d'atteindre ces finalités.

2. Finalités et objectifs de l'enseignement mathématique

Une analyse critique approfondie de la situation actuelle de l'enseignement des mathématiques révèle l'importance des questions qui se posent à tous. Nous ne citerons ici que des exemples:

— à tous les niveaux de la scolarité, les mathématiques sont le principal instrument d'orientation et de sélection par l'échec;
— les objectifs de l'enseignement et la sanction des études, à un niveau donné, sont le plus souvent déterminés en fonction de voies ultérieures considérées comme les plus nobles. Le mode de sanction n'est généralement qu'un contrôle de mécanismes, négligeant une vérification réelle de l'acquisition des connaissances, de l'appropriation de qualités de recherches, d'analyse, de synthèse;
— l'enseignement est construit sur un mode linéaire et déductif, limitant le développement de l'autonomie, de l'imagination, du sens critique, de l'expression.

Refusant cet état de fait, nous proposons des finalités communes à tous, pendant la période de scolarité obligatoire, et nous fixons des conditions pour la mise en œuvre d'études diversifiées à l'issue de cette période. Les principes suivants seront sous-jacents à toutes nos propositions:
— nous refusons que l'enseignement mathématique soit utilisé comme un outil de sélection sociale par l'échec;
— nous ne sous-estimons pas pour autant l'enjeu social de cet enseignement: l'évolution technologique de nos sociétés conduit ceux qui les dirigent et certains de ceux qui y vivent à utiliser un langage et à pratiquer des activités à prétentions scientifiques qu'il faut savoir démystifier le cas échéant.

Corrélativement:
— nous considérons que les mathématiques ont eu un rôle important dans l'histoire de la pensée humaine, et qu'elles peuvent contribuer à une réflexion philosophique sur le présent;
— nous ne voulons pas négliger le rôle psychologique joué par l'activité de recherche mathématique, tant du point de vue du développement individuel du sujet que du point de vue relationnel.

2.1 — Propositions pour la scolarité obligatoire

2.1.1. Nous sommes conscients, pour les voir se révéler quotidiennement en classe, des disparités entre les enfants; mais nous nous refusons à en prendre notre parti trop légèrement; ce qui nous impose, tout au long de la scolarité obligatoire, une première finalité «négative», mais essentielle: ne pas écœurer, ne pas ennuyer, c'est-à-dire:
— ne pas rejeter définitivement dans le découragement ceux qui ont du mal à suivre, ne pas provoquer de blocages psychologiques;
— ne pas laisser sombrer dans l'ennui ceux qui comprennent (ou croient comprendre) plus vite que les autres.

Il faut admettre également que les enfants ont chacun leur rythme; or la rapidité d'acquisition joue actuellement un rôle trop important dans l'évaluation des résultats.
Une pédagogie active, diversifiée, exploitant l'attrait que beaucoup d'enfants éprouvent pour les recherches de problèmes, utilisant ce que déjà ils connaissent (par leurs études antérieures, par leurs jeux, par la presse et les mass-médias), faisant appel à un effort mesuré et autant que possible spontanément consenti, devrait parvenir à ces fins.

2.1.2. Pendant la période de scolarité obligatoire, la mathématique devrait essentiellement permettre:
— d'acquérir les concepts et les techniques de base, de développer, à travers les activités correspondantes, quelques démarches fondamentales de l'esprit scientifique.

L'acquisition des mécanismes ne saurait suffire. Il convient aussi d'éviter la présentation de théories toutes faites. En effet, faire des mathématiques, c'est tout à la fois dégager de nouveaux problèmes à partir de l'analyse de situations diverses, mettre en œuvre des moyens théoriques et expérimentaux pour les résoudre, et évaluer les résultats obtenus au regard des questions posées.
C'est encore investir des concepts acquis à travers l'étude d'un secteur donné pour avancer dans un autre secteur, mesurer à travers une pratique le rôle des mathématiques dans les autres domaines, leur utilité et leurs limites, faire ressortir la spécificité des méthodes.

— de développer quelques démarches fondamentales d'un esprit critique: formuler des hypothèses, savoir observer, se faire une opinion;
— de favoriser une compréhension critique du monde technique, social, économique: calculs de la vie courante, pourcentages, graphiques, statistiques, d'autres objets mathématiques utilisés par les journaux et revues;
— de contribuer à développer les capacités de jugement, d'analyse, de création, de résistance à l'argument d'autorité; et de participer dans l'immédiat, c'est-à-dire dès l'âge scolaire, à l'épanouissement des élèves dans des activités faisant également place au rêve, au jeu, à l'action, à la discussion.

Plus précisément, on pourrait énoncer une suite, parmi d'autres, d'attitudes qu'il serait particulièrement utile de développer et qui relèveraient, les unes spécifiquement de la mathématique, les autres de plusieurs disciplines:
— lire à fond l'énoncé d'un problème;
— se poser des problèmes;
— s'auto-contrôler;
— synthétiser;
— comprendre, utiliser, créer des conventions, en distinguant celles qui sont universelles et celles qui sont épisodiques;
— distinguer un objet mathématique de ses diverses représentations;
— acquérir un vocabulaire mathématique;
— analyser les diverses composantes d'une situation; reconnaître des analogies; choisir une stratégie de résolution; construire et enchaîner des déductions simples, la rigueur exigée étant motivée et adaptée à l'âge de l'élève; prévoir un résultat et généraliser, évaluer les résultats obtenus par rapport au problème posé, adopter une attitude critique (par rapport à une démonstration, une information...);
— écouter les autres, se faire comprendre, participer à un travail collectif (recherche, organisation, réalisation concrète, analyse de documents, communication des résultats);
— aller chercher soi-même les informations nécessaires dans les documents appropriés [1]

[1] Bulletin APMEP No 314, juin 1978, pp. 617-620.

Mathématique 6e année

Note liminaire

Depuis 1972, année ou fut édité «MATHEMATIQUE, première année», chaque millésime a été marqué par la parution régulière des documents utilisés dans toute la Suisse romande par les degrés 1 à 6 des écoles primaires. «MATHEMATIQUE, sixième année» sera donc introduit dans les classes à la rentrée 1978.
MATH-ECOLE a salué chaque fois la parution de ces ouvrages en demandant aux auteurs de s'exprimer sur tel ou tel thème qu'ils estimaient intéressant ou important. C.L. Conod et Y. Delay entretiennent ci-après les lecteurs de M.-E. sur le codage des nombres rationnels et sur les applications: deux thèmes qui avaient déjà apparu dans les manuels précédents, dont l'approche méthodologique n'est pas une sinécure et dont l'éventail d'utilisation dans la vie de tous les jours n'échappera à personne.

F.B.

CHAPITRE NR: Nombres réels

I. Applications linéaire et affine
par Yves Delay

Faisant suite au travail commencé en cinquième année, l'essentiel de cette activité est consacrée à l'étude de l'application linéaire: propriété de la somme, propriété du produit, facteur de linéarité et situations de la vie courante. Toutefois, on rend l'élève attentif à l'existence d'autres types d'applications.

1. Notion d'application

Il s'agit, à partir d'exemples numériques, d'observer quelques propriétés de relations entre deux ensembles, afin de dégager une première «définition» de l'application.
Diverses possibilités de représentation d'une application sont proposées:
— diagramme sagittal;
— diagramme cartésien;
— tableau de correspondance;
— flèche ($\longmapsto$) signifiant «... a pour image...».

C'est aussi l'occasion d'introduire de nouveaux mots de vocabulaire tels que:
- ensemble de départ;
- ensemble d'arrivée;
- ... est l'image de...;
- ... a pour image...;
- application.

2. Application linéaire

2.1. Propriétés

A partir de tableaux de correspondance représentant une application linéaire, on découvre la propriété de la somme et celle du produit; par exemple:

(manuel p. 44 - NR 47)

Un tissu coûte 35 fr. 40 le mètre.
Recopie et complète ce tableau qui indique la correspondance entre la longueur du tissu et son prix.

Longueur (en mètres)	1	2,5	5	7,5	10	12,5
Prix (en francs)	35,40					

On obtient:

Longueur (en mètres)	1	2,5	5	7,5	10	12,5
Prix (en francs)	35,40	88,50	167	265,50	354	442,50

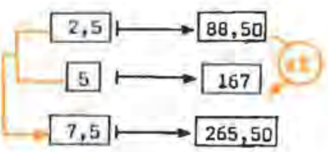
Les propriétés de linéarité peuvent être représentées de plusieurs façons:

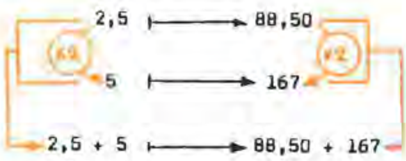
- à partir du tableau de correspondance

2,5	5	7,5
88,50	167	265,50

2,5	5	7,5
88,50	167	265,50

— à l'aide de dispositions telles que:





Puis on constate que pour certains tableaux de correspondance, ces propriétés ne sont pas vérifiées; par exemple pour:

Mesure du côté d'un carré en cm	2	3	5	6	10	20
Aire en cm^2	4	9	25	36	100	400

L'élève est ainsi amené à retenir qu'une application, qui vérifie simultanément les propriétés de la somme et du produit, est appelée une application linéaire. Finalement, on constate que dans une représentation graphique les points qui représentent les couples d'une application linéaire sont alignés sur une droite passant par le point de coordonnées (0; 0).

2.2. Facteur de linéarité

Dans un certain nombre de cas, les propriétés de linéarité ne permettent pas de calculer directement les images des nombres proposés de l'ensemble de départ; par exemple:

(manuel p. 46 - NR 50 c))

Mesure sur un plan (en cm)	12	17	29	34	15	22	25
Mesure sur le terrain (en cm)	300						

On constate en effet qu'aucune mesure sur le plan (ensemble de départ) n'est un multiple de 12 (dont on connaît l'image: 300). Il est alors nécessaire de trouver d'abord l'image de 1, en utilisant la propriété du produit:

$$\begin{tikzcd} 12 \arrow[r, mapsto] \arrow[d, ":12"'] & 300 \arrow[d, ":12"] \\ 1 \arrow[r, mapsto] & 25 \end{tikzcd}$$

On peut ensuite compléter le tableau (en utilisant la propriété du produit):

Mesure sur un plan (en cm)	12	1	17	29	34	15	22	25
Mesure sur le terrain (en cm)	300	25	425	725	850	375	550	625

D'autres cas semblables sont aussi étudiés.
Finalement, on amène l'élève à retenir que le nombre par lequel on multiplie chaque élément de l'ensemble de départ pour obtenir l'image correspondante est appelé facteur de linéarité (ou de proportionnalité).

3. Situations de la vie courante

Quelques situations sont proposées, permettant l'utilisation des propriétés de linéarité et la construction de représentations graphiques. C'est aussi l'occasion de faire intervenir des situations nécessitant l'emploi d'applications non affines.

Exemple 1 (manuel p. 46 - NR 51)

Un classeur coûte 2 fr. 50.
Combien coûtent 2, 3, 5, 18 classeurs ?
Combien de classeurs obtient-on pour 25 fr. ?

On obtient:

Nombre de classeurs	1	2	3	5	18
Prix (en Fr)	2,50	5	7,50	12,50	45

La réponse à la dernière question peut être obtenue de plusieurs façons; par exemple:

— machine inverse

	3	5	18
	7,50	12,50	45

·2,5 :2,5

donc pour 25 fr. on obtient 10 classeurs.

— si 12.50 $\longmapsto$ 5 alors
— 25 $\longmapsto$ 10
— à partir d'une représentation graphique.

Exemple 2 (manuel NR 67 - p. 49)

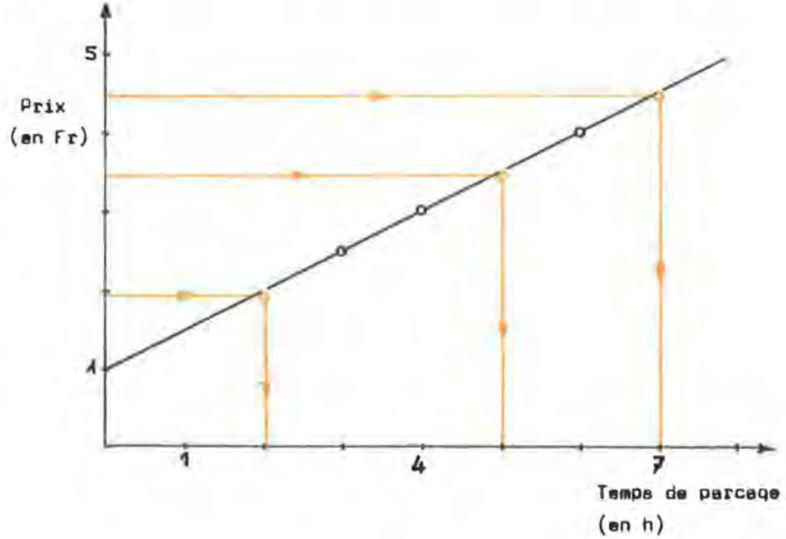
Dans un parking, on paie une taxe d'entrée de 1 fr., puis 0 fr. 50 par heure.

a) Combien doit-on payer pour 3 h., 4 h., 6h. ?
b) Si l'on paie 2 fr., 3 fr. 50, 4 fr. 50, combien de temps est-on resté ?

On obtient:

Temps de parcage (en h)	3	4	6
Prix du parcage (en fr.)	2,50	3	4

Pour répondre aux questions du point b), utilisons par exemple une représentation graphique:



donc	$2 \longmapsto 2$	si l'on a payé 2 fr. on est resté 2 h.
	$3.50 \longmapsto 5$	si l'on a payé 3 fr. 50 on est resté 5 h.
	$4.50 \longmapsto 7$	si l'on a payé 4 fr. 50 on est resté 7 h.

Remarque: Les taxes de parcage - cf les parcomètres - sont habituellement arrondies à 10 ct près; par conséquent, la fonction qui «colle» à la réalité est en fait une *fonction en escalier.* (n.d.l.r.).

Exemple 3:

L'aire d'un rectangle est de 36 en cm². En établissant un tableau de correspondance, on obtient:

Première dimension (en cm)	1	2	3	5	6	18
Deuxième dimension (en cm)	36	18	12	7,2	6	2

On peut constater que les propriétés de linéarité ne sont pas vérifiées. D'autre part, à partir d'une représentation graphique on pourrait aussi constater que les points correspondants aux couples de cette application ne sont pas alignés.

II. Codes fractionnaires et codes à virgule
par Marie-Claire Conod

Dans le chapitre NR, on n'envisage en fait, tant en cinquième qu'en sixième année, que des nombres décimaux, ou des nombres rationnels (Cf. Math-Ecole No 80, pages 14 et 15).
Une des manières de caractériser les rationnels consiste à dire qu'il s'agit des nombres que l'on peut écrire à l'aide d'un code fractionnaire.
Les codes fractionnaires font donc l'objet d'une des activités de NR.
En cinquième année, on s'est attaché uniquement à la notion de code (c'est-à-dire d'écriture), et à la manipulation de codes.
L'introduction en a été faite à l'aide de fonctions, notées sous forme de machines multiplicatives ou divisives, et dont les ensembles de définition sont des parties de $\mathbb{N}^*$. (Notons en passant qu'une méthode analogue a été utilisée pour l'introduction des entiers relatifs (Cf. Méthodologie de cinquième année, pages 122 à 136).

En considérant des chaînes de machines (ou en composant des fonctions), les élèves ont été amenés à compléter des tableaux tels que:

$$\xrightarrow{:5} \qquad \xrightarrow{\times 15}$$

5	1	15
9 △		
10	2	30
13 △		
20	4	60
50	10	150

Ensemble des nombres qui ne bloquent pas la chaîne:

$$E = \{5;\ 10;\ 15;\ 20;\ \ldots\}$$

Dans E, $(:5)(\times 15) = (\times 3)$

Puis les considérations faites à propos des ensembles de naturels sur lesquels une chaîne de machines et une machine unique sont équivalentes ont été rapidement laissées de côté: importantes au niveau des fonctions, elles n'auraient servi ici qu'à détourner l'attention des élèves du véritable but visé, à savoir la composition de machines et la réduction de chaînes.
Dans l'exemple cité, la réduction de la chaîne était rendue aisée par le fait que 15 est un multiple de 5.
Confrontés à des chaînes de machines telles que $(\times 3)(:2)$ ou $(:6)(\times 8)$, par exemple, les élèves ont alors été poussés à «inventer» des codes de machines équivalentes: $\left(\times \frac{3}{2}\right)$ et $\left(\times \frac{6}{8}\right)$; ceci afin de pouvoir réduire n'importe quelle chaîne de machines. Ainsi sont apparus les codes fractionnaires, avant les nombres rationnels sous-jacents.

En effectuant ensuite des calculs tels que:

$$\left(\times \tfrac{7}{7}\right) = (\times 7)(:7) = (\times 1)$$

$$(\times 1)(:4) = (:4) = \left(\times \tfrac{1}{4}\right)$$

$$\left(\times \tfrac{20}{12}\right) = (\times 20)(:12) = (\times 5)(\times 4)(:4)(:3) = (\times 5)(:3) = \left(\times \tfrac{5}{3}\right)$$

$$(\times 25)(\times 4)\left(\times \tfrac{1}{5}\right)\left(\times \tfrac{1}{3}\right)\left(\times \tfrac{1}{10}\right) = (\times 100)\left(\times \tfrac{1}{50}\right)\left(\times \tfrac{1}{3}\right) = (\times 2)\left(\times \tfrac{1}{3}\right) = \left(\times \tfrac{2}{3}\right)$$

les élèves ont pu voir et utiliser les propriétés de la composition des machines.

En sixième année, le calcul sur les machines reste au second plan, mais est utilisé comme «justification» des techniques de calcul avec les nombres rationnels.
Ceux-ci apparaissent par le biais d'un raisonnement analogique: ayant constaté que dans des machines telles que $\times 4$, $: 9$, $\times 5$, ... , 4, 9 et 5 sont des nombres (naturels), on débouche naturellement sur le fait que dans des machines telles que $\times\frac{5}{3}$, $\times\frac{1}{4}$, $\times\frac{3}{8}$, ... , $\frac{5}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{8}$ désignent aussi des nombres, dont le maître précise qu'ils sont appelés nombres rationnels.
Il apparaît comme évident qu'à des machines équivalentes correspondent des nombres égaux; les élèves peuvent ainsi trouver, par exemple, que:

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}\text{, car } \left(\times\frac{6}{8}\right) = (\times 6)(:8) = (\times 3)(\times 2)(:2)(:4) = (\times 3)(:4) = \left(\times\frac{3}{4}\right)$$

$$\frac{25}{20} = \frac{15}{12}\text{, car } \left(\times\frac{25}{20}\right) = (\times 25)(:20) = (\times 5)(\times 5)(:5)(:4) = (\times 5)(:4) =$$

$$(\times 5)(\times 3)(:3)(:4) = (\times 15)(:12) = \left(\times\frac{15}{12}\right)$$

De tels calculs leur montrent qu'un même nombre rationnel peut s'écrire de multiples façons à l'aide d'un code fractionnaire, par exemple:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = ...$$

Le processus analogique est utilisé également pour introduire la relation d'ordre (... > ...) dans l'ensemble des rationnels positifs:

(Méthodologie
6e année, p. 88)

2. Relation d'ordre

On considère les machines $(\times 3)$ et $(\times 4)$. A l'entrée de chacune d'elles, on place une même suite de nombres naturels et on compare les deux suites obtenues:

$\times 3$	
2	6
3	9
7	21
10	30
...	...

$\times 4$	
2	8
3	12
7	28
10	40
...	...

$6 < 8$; $9 < 12$; $21 < 28$; $30 < 40$; ...

Les affirmations suivantes sont équivalentes:

- le nombre de la première machine est inférieur à celui de la deuxième machine;
- tout nombre de la première des suites obtenues est inférieur au nombre correspondant de la seconde.

Pour comparer les rationnels $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$, on considère les machines $(\times \frac{3}{5})$ et $(\times \frac{4}{5})$ à l'entrée desquelles on place une même suite de multiples de cinq:

$\times \frac{3}{5}$	
5	3
10	6
20	12
45	27
...	...

$\times \frac{4}{5}$	
5	4
10	8
20	16
45	36
...	...

Etant donné que tout nombre de la première des suites obtenues est inférieur au nombre correspondant de la seconde, on en déduit, par analogie au cas précédent, que $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$.

Après avoir traité d'autres exemples les élèves retiennent que, pour comparer deux rationnels écrits à l'aide de codes fractionnaires de même dénominateur, il suffit de comparer les numérateurs:

$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ car $3 < 4$; $\frac{11}{8} > \frac{7}{8}$ car $11 > 7$

Un dernier pas dans la recherche amène les élèves à trouver que, pour comparer des rationnels écrits à l'aide de codes fractionnaires de dénominateurs différents, il convient de réduire ces codes au même dénominateur.

La multiplication des codes fractionnaires est aussi abordée à l'aide des machines. Là encore, on procède par analogie:

2. Multiplication des codes fractionnaires

Dans les cas où les nombres des machines multiplicatives sont des naturels, les élèves remarquent qu'à la composition des machines correspond la multiplication des naturels.

$$(\times 12)(\times 5) = (\times 60) \quad \text{car} \quad 12 \cdot 5 = 60 \qquad \text{etc.}$$

Par analogie, dans le cas où les nombres des machines sont des rationnels, le maître indique qu'à la composition des machines correspond la multiplication des rationnels écrits en codes fractionnaires. Il propose alors des calculs tels que:

$$\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{6} = \text{---}; \ \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \text{---}; \ \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{9} = \text{---}; \ 8 \ \ \frac{7}{12} = \text{---}$$

(Méthodologie 6e année, p. 93)

Les élèves écrivent les chaînes correspondantes, les réduisent et indiquent ensuite le résultat de la multiplication des rationnels:

$$\left(\times\frac{4}{15}\right)\left(\times\frac{5}{6}\right) = (\times 4)\left(\times\frac{1}{15}\right)(\times 5)\left(\times\frac{1}{6}\right)$$
$$= (\times 2)(\times 2)\left(\times\frac{1}{3}\right)\left(\times\frac{1}{5}\right)(\times 5)\left(\times\frac{1}{2}\right)\left(\times\frac{1}{3}\right) = \left(\times\frac{2}{9}\right)$$

Donc: $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{9}$

Les élèves peuvent vérifier ce résultat en utilisant des tableaux:

	$\times\frac{4}{15}$	$\times\frac{5}{6}$
15	4 △	
30	8 △	
45	12	10
36 △		
180	48	40
300	80 △	

	$\times\frac{2}{9}$
15 △	
30 △	
45	10
36	8
180	40
300 △	

L'étude de différents exemples débouche sur une manière pratique de disposer les calculs:

$$\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{6} = 4 \cdot \frac{1}{15} \cdot 5 \cdot \frac{1}{6} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$$
$$= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

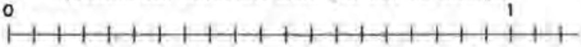
ou: $$\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{9}$$

Il convenait enfin de «boucler la boucle» et d'établir une relation entre l'écriture en codes fractionnaires et l'écriture en codes à virgule des nombres rationnels. Cela est fait par l'intermédiaire d'une droite graduée:

2. Equivalence de codes fractionnaires et de codes à virgule

Le maître rappelle une autre manière de coder des points sur une droite graduée: les codes à virgule (cf. NR activité 1, pages 45 et 46).

Il présente aux élèves une droite graduée, par exemple:



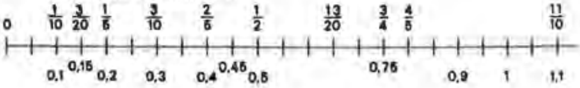
Il leur demande de placer:

– les codes à virgule 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,9; 1,1; 0,15; 0,75; 0,45;

– les codes fractionnaires

$$\frac{1}{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{1}{5};\ \frac{2}{5};\ \frac{4}{5};\ \frac{1}{10};\ \frac{3}{10};\ \frac{11}{10};\ \frac{3}{20};\ \frac{13}{20}.$$

Les élèves obtiennent:



(Méthodologie
6e année, p. 91)

Ils observent et constatent que:

$0{,}15 = \frac{3}{20}$	$0{,}4 = \frac{2}{5}$	$0{,}75 = \frac{3}{4}$
$0{,}3 = \frac{3}{10}$	$0{,}5 = \frac{1}{2}$	$0{,}2 = \frac{1}{5}$
$1{,}1 = \frac{11}{10}$	$0{,}1 = \frac{1}{10}$	

Ils peuvent également découvrir que:

$0{,}45 = \frac{9}{20}$	$0{,}9 = \frac{9}{10}$	$0{,}05 = \frac{1}{20}$ etc.
$\frac{13}{20} = 0{,}65$	$\frac{4}{5} = 0{,}8$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$ etc.

Pour obtenir un code fractionnaire équivalent à un code à virgule, on utilise le fait que:

0,3 correspond à trois dixièmes, donc à $\frac{3}{10}$;

0,61 correspond à soixante et un centièmes, donc à $\frac{61}{100}$;

0,375 correspond à trois cent septante-cinq millièmes, donc à $\frac{375}{1000}$, ou à $\frac{3}{8}$;

3,2 correspond à trente-deux dixièmes, donc à $\frac{32}{10}$, ou à $\frac{16}{5}$;

etc.

> *Ce qu'il faut dénoncer, ce n'est pas la faiblesse des enfants, mais bien plutôt l'illusion et l'ignorance dans laquelle nous sommes encore des difficultés d'appropriation par les enfants de l'arithmétique dite élémentaire.*
>
> *G. Vergnaud*

Représentations
par Denis Froidcœur

«Une représentation étant un schéma d'une expérience donnée, n'est pas pour autant un simple stade intermédiaire entre perception et concept: elle est une composante essentielle du processus de raisonnement, elle est partie intégrante des expériences mentales qui caractérisent la pensée productive. Les représentations ne sont donc pas de purs précurseurs de concepts, mais en réalité sont les indices mêmes d'abstractions qui se construisent.»

FISCHBEIN

Le présent article souhaite ouvrir un tantinet la réflexion sur le bon usage des divers types de représentations que les nouveaux programmes amènent à introduire.
Les *axiomes* qui devraient orienter une telle réflexion semblent devoir être les suivants:

(A1) Une même et unique réalité peut être observée sous des jours différents.
(A2) On obtiendra une meilleure connaissance de cette réalité si on réussit à la scruter selon plusieurs perspectives.
(A3) Le choix d'une représentation doit répondre à des nécessités d'ordre logique et méthodologique et non dépendre de l'arbitraire.
(A4) Un critère essentiel d'une bonne représentation est qu'elle enseigne plus que les seules observations, manipulations et impressions.
(A5) Un autre critère de validité devra être fourni par le fait qu'une représentation permette des déductions correctes sans la lenteur du raisonnement verbal.

On aimerait voir ces axiomes soumis à la critique des lecteurs, au travers de leur application concrète dans l'enseignement quotidien.
En guise d'introduction à pareil travail, on propose ici quelques idées et des exemples.

1. Parmi les nombreux aspects sous lesquels on peut lire la réalité (qu'elle soit ambiante et matérielle ou personnelle et mentale), il en est d'aucuns qui semblent particulièrement proches de l'optique mathématique dans son sens le plus large:

a) l'aspect *quantitatif*, évidemment, qui intervient dans tous les problèmes de dénombrement et dont l'interprétation la plus usuelle se rencontre dans les divers diagrammes de fréquence («histogrammes») bien connus même des journaux [1];
b) l'aspect *topométrique* qui se retrouve dans les plans de ville, les schémas, etc.;

---

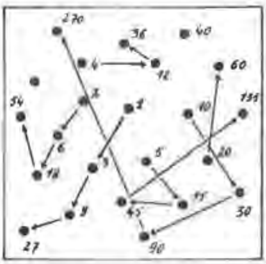
[1] La première page de couverture de MATH-ECOLE en est un témoignage...

c) l'aspect *relationnel* que nous avons appris à traduire par des flèches ou des diagrammes cartésiens («fonctions» par exemple);
d) l'aspect *structural* qui se présente à l'état pur dans les livres de chimie pour expliquer la composition de la matière, mais que l'on peut aussi voir dans les «vieilles» tables d'opérations (celles de la multiplication, entre autres);
e) l'aspect *qualitatif*, enfin, que les diagrammes de Venn devraient illustrer.

Outre ces aspects de la réalité (et d'autres ici oubliées), il serait bon de ne pas perdre de vue, dans une conception unitaire de l'action éducative, l'intérêt qu'il y aurait à se pencher sur l'aspect proprement graphique des représentations elles-mêmes: interviendront nécessairement des questions de goût esthétique, mais tout aussi certainement d'utiles remarques sur la lisibilité, l'univocité, la prégnance, l'impact, etc. [2]

2. Suivons ensemble un premier exemple.

Les données

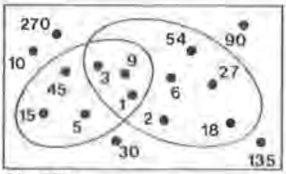


Voici une représentation de la *relation fonctionnelle:*

«..., multiplié par 3, devient ...» entre certains nombres indiqués. Dans le formalisme algébrico-littéral, cela s'écrirait:

$x \longmapsto y = 3 \cdot x$

Une piste



div 270;
div 45 ∩ div 54 = div 9.

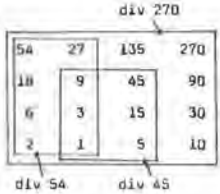
Parmi tant d'autres choses on observe que les nombres sont curieusement choisis; on voit apparaître, à côté de l'opérateur $\cdot 3$, les opérateurs $\cdot 2$, $\cdot 5$ et certains de leurs composés...
Et puis on pourrait mettre en évidence les nombre 270, 54 et 45 qui sont présents avec tous leurs diviseurs; et ainsi l'on passerait au diagramme de Venn.

[2] Voir p. ex. le numéro 137 de la revue «Le Français dans le Monde» (Images et enseignement du Français), Hachette/Larousse, mai-juin 1978.

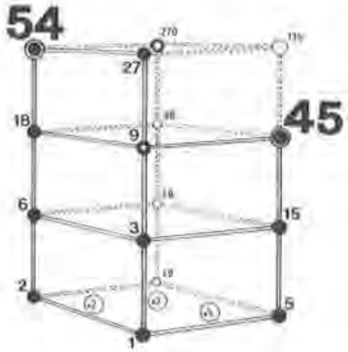
Carrefour

Trop souvent il semble qu'on en reste là, comme rivé à une impasse, alors que le plus beau de la promenade doit encore commencer !...

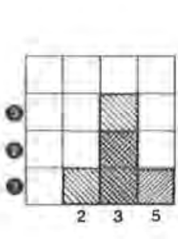
a) Pourquoi donc, par exemple, ne jamais tenter de donner, de ces fameux diagrammes de Venn, une image qui corresponde aux nombres en jeu ? Voilà !



b) Et voici jaillir un autre schéma, inspiré du précédent par simple transformation topologique, du plan à l'espace, en faisant comme Hasse l'économie des flèches, et en découvrant le «plus haut commun diviseur» et le «plus bas commun multiple».



c) Mais alors, si l'on en est à ce point, pourquoi ne pas poursuivre et exhiber mieux encore la structure profonde de ces trois nombres, comme le ferait Papy ?



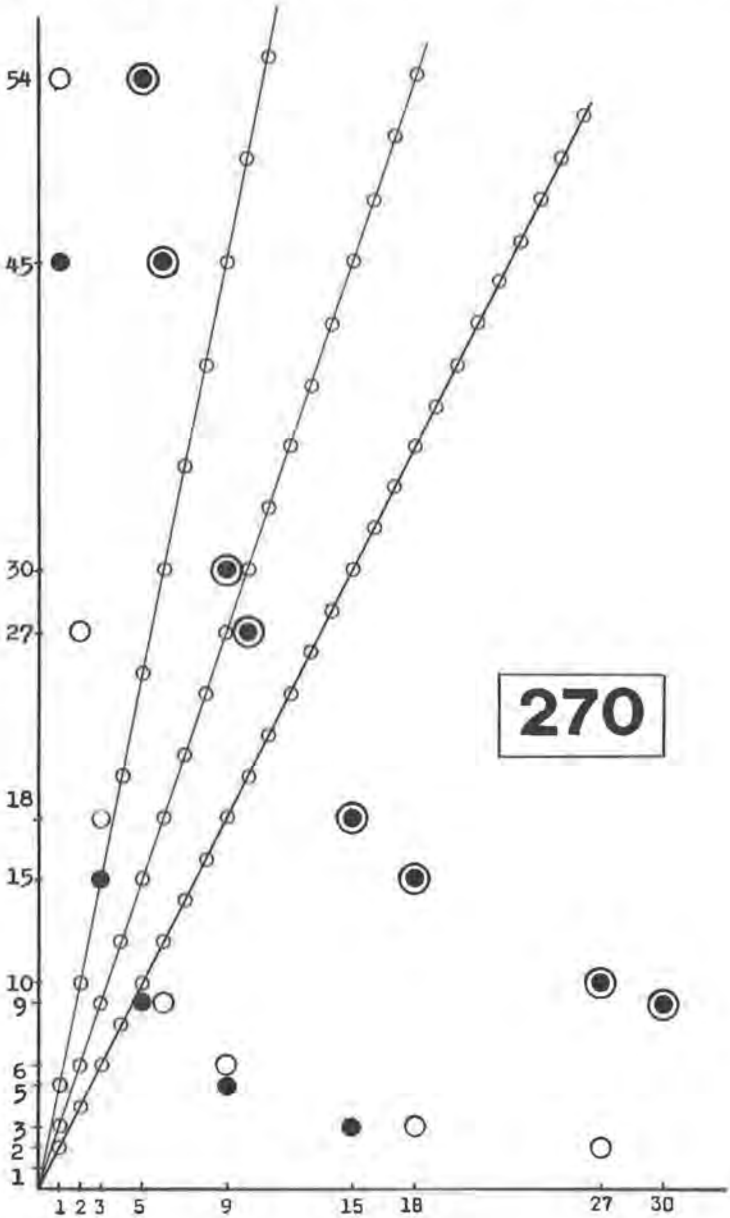
$54 = 2^1 . 3^3$

$45 = 3^2 . 5^1$

PHCD (54, 45) = 3^2

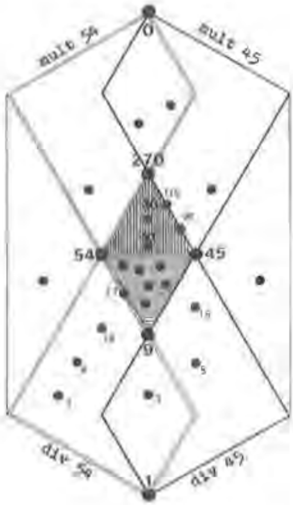
pbcm (54, 45) = $2^1 . 3^3 . 5^1$

d) Ou bien, prenant la tangente, s'élancer dans un diagramme cartésien qui, indiquant tous les produits de deux facteurs, dessine à l'œil de jolies hyperboles ?



e) Enfin, cherchant à synthétiser au maximum les résultats obtenus, créer un nouveau modèle heuristique, améliorant l'idée de Warusfel.

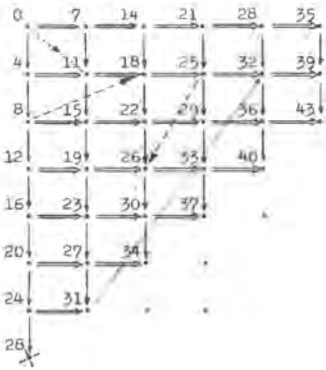
Et tout cela n'est qu'un des itinéraires possibles, choisi pour illustrer en passant les divers aspects d'une même réalité, tels que proposés plus haut.



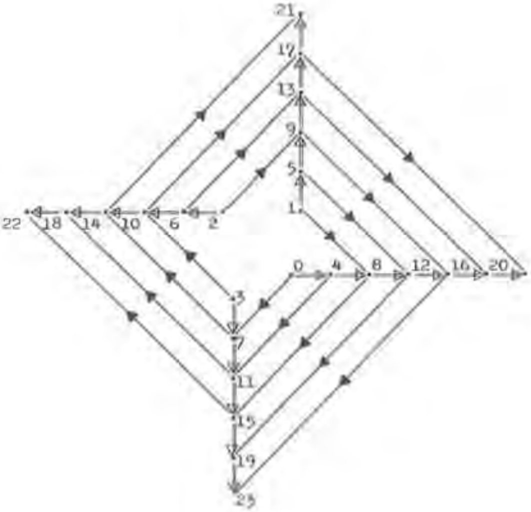
3. Voici un second exemple, tiré de la pratique courante.

La figure ci-contre, bien qu'incomplète, «parle» des opérateurs $+4$ et $+7$. Nul ne doutera qu'après avoir construit un tel réseau, on intéresserait les élèves à quelques opérateurs «transversaux» (les flèches proposées sont assez explicites).

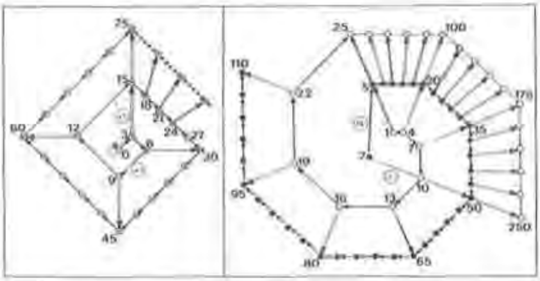
Mais après ?



Quelle différence avec cet autre diagramme, et pourtant il s'agit exactement de la même donnée, mais bien autrement agencée de manière à expliciter la structure opérative en présence; les flèches n'ont pas changé de signification... et malgré cela il semble que tout est changé: que l'on peut maintenant lire davantage, raisonner plus aisément et, par exemple, répondre à une question toute neuve (parce qu'on a pu l'entrevoir !): «où est fini l'ordre de succession croissante des nombres ?»



4. Un dernier exemple, sans commentaire, comme une affiche publicitaire. Que dit-il au lecteur, quelles fenêtres ouvre-t-il sur des horizons neufs ou des sentiers battus ?...



Remarque

Si l'on veut une situation valide, il ne faudrait pas s'en tenir aux données ainsi présentées. Tout au plus pourrait-on commencer à parler de «situation» si l'on se demandait comment réaliser à la machine à écrire les trois dernières figures par exemple (tenant compte des espacements, interlignes, etc.), ou bien, mieux encore, si l'on tentait de refaire une figure aussi esthétiquement valide (aux yeux de l'auteur), mais avec d'autres opérateurs.

MATH-ECOLE PRATIQUE

Pour répondre à de nombreuses demandes provenant d'abonnés récents, la rédaction a édité son premier MAT-ECOLE PRATIQUE qui, en 148 pages, reprend 14 articles, directement utilisables dans les classes, parus dans les numéros 52 à 75 (1972-1976).

TABLE DES MATIERES

Pour obtenir cet ouvrage, il suffit de verser la somme de Fr. 16.— au CCP 12 - 4983, MATH-ECOLE, GENEVE.

L'exploration de l'espace au Tessin

Nos collègues tessinois conduisent une politique très dynamique en matière de mathématique. Sous l'égide du département de l'instruction publique, le «Gruppo operativo per l'insegnamento della matematica nella scuola elementare», dont l'une des chevilles ouvrières est Renato Traversi, vient de publier une série de documents fort intéressants:

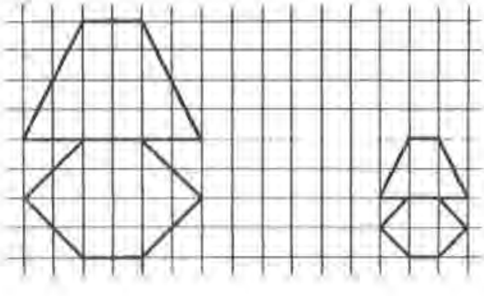
— *Solidi, superfici, linee e punti;*
— *Angoli, perpendicolarita, parallelismo;*
— *Poligoni, Trasformazioni geometriche;*
— *Attivita sul geopiano.*

Parmi les quelque cent vingt pages de ce travail, nous en avons traduit librement quelques-unes, à titre d'exemple.

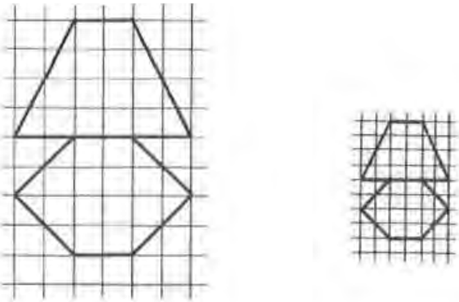
R.H.

Construction de figures semblables

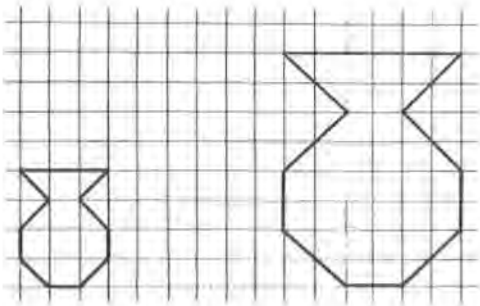
Une activité qui permet de mettre en évidence l'idée de similitude consiste à faire construire par les élèves des figures semblables. Nous pouvons les inviter, par exemple, à agrandir ou à réduire un dessin par une technique de quadrillage ou au moyen d'un pantographe.



La seconde lampe est réduite dans le rapport 1 à 2.
Cela signifie que les segments de la figure réduite mesurent 1/2 des segments correspondants de la figure de départ. Ce rapport prend communément le nom d'échelle de réduction 1 : 2.

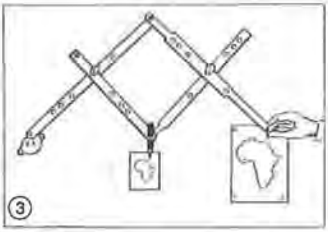


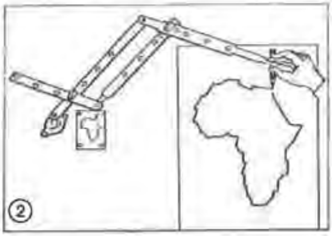
La même lampe peut être réduite dans le même rapport part un autre procédé. On construit une grille nouvelle en partageant en quatre chaque carré de la grille de départ. Le dessin de la lampe peut alors être réduit en reportant les points sur la nouvelle grille tout en respectant les mêmes positions.



Ici, le dessin du vase est agrandi selon le rapport 2 à 1. Les segments du second dessin sont le double des segments correspondants du premier dessin. Nous pouvons associer à ce rapport le nom d'échelle d'agrandissement 2 : 1.

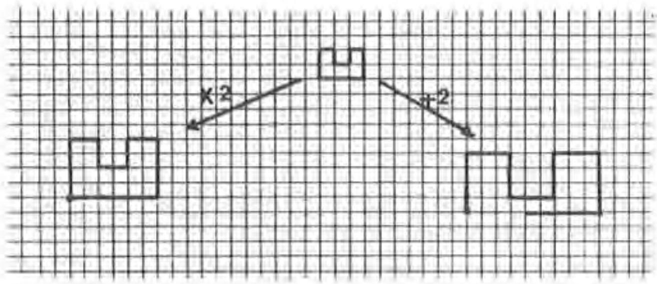
Dans ce cas, le vase est agrandi par la technique de l'élargissement du quadrillage.
Les travaux d'agrandissement ou de réduction au moyen d'un pantographe présentent également de l'intérêt pour les élèves.



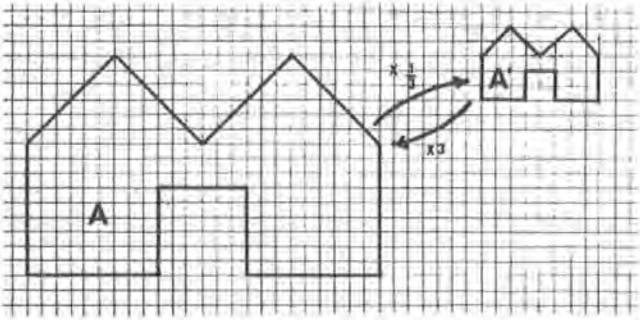


Les activités diverses touchant à la construction de figures semblables permettent de mettre en évidence quelques idées importantes:

a) D'un certain point de vue, une figure et son agrandissement, par exemple, peuvent être considérés comme deux états bien distincts.
   A la figure à agrandir, nous pouvons faire correspondre l'état initial, à la figure agrandie l'état final. Pour passer d'un état à l'autre intervient un opérateur multiplicatif. Avec un opérateur additif, on n'obtient pas une figure semblable à celle de départ.



b) L'opérateur qui permet de passer d'une figure à une autre qui lui est semblable correspond à l'échelle d'agrandissement ou de réduction. La notion d'échelle peut être vue comme un rapport ou comme un opérateur qui agit sur la mesure.



En considérant A comme figure de départ, nous pouvons dire que A' est la réduction de A selon l'échelle 1 : 3. L'opérateur qui permet de passer de A' à A est «×3».

c) Une troisième constatation importante sera qu'en doublant, triplant, etc., les segments d'une figure, son aire sera multiplié par 2^2, 3^2, etc.

Exemple:

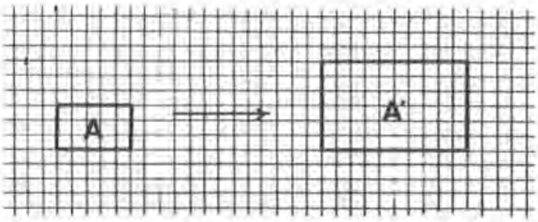


figura	base in ⊢⊣	altezza in ⊢⊣	area in □
A	5	3	15
A'	10 $\times 2$	6 $\times 2$	60 $\times 2^2$

J. A. 1211 GENEVE 6

Mademoiselle
A.-C. PIERREHUMBERT

1411 GIEZ
VD

TABLE DES MATIERES

Comité de rédaction:

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, L. Biollaz, F. Brunelli, A. Calame, D. Froidcœur, G. Guélat, R. Hutin, F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.
Rédacteur-responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Florina & Burgener, 1950 Sion