

# MATH ECOLE

NOVEMBRE 1978  
17e ANNEE

**1979**  
**Fr. 12.-**

(Etranger Fr.s. 14.—)

Une revue faite par des enseignants  
pour des enseignants.

Des idées pour votre classe...

Des sujets de réflexion...

Une manière de s'informer sur ce  
qui se fait ailleurs...

Pour éviter des frais de facturation renouvelez dès aujourd'hui votre abonnement en versant Fr. 12.— au CCP 12 - 4983.

**EQUATION :**

*12 abonnés supplémentaires = 1 page rédactionnelle de plus*

Parlez de Math-Ecole à vos amis et connaissances. Le nombre de pages est fonction du nombre des abonnés.

## Editorial

### Multi-dialogue autour des manuels

Un enseignant: — J'ai bien du mal à comprendre la méthodologie romande !

Un autre enseignant: — Ils nous prennent pour Einstein ! Et on n'a pas le temps de lire tout cela !

Un troisième enseignant: — Bien sûr ! Encore un ouvrage de spécialistes !

Un spécialiste: — Pas du tout. Les délégués des enseignants ont participé au travail. Ce sont des enseignants qui ont rédigés les textes. Les associations professionnelles les ont acceptés !

Un inspecteur (désabusé): — De toute manière, dans les grands degrés, on n'utilise pas la méthodologie. On se borne à faire remplir les pages des fascicules d'exercices.

Un méthodologue: — Je l'avais bien dit ! Avec leurs centaines de fiches d'exercices, les enfants n'ont plus la possibilité d'apprendre quoi que ce soit ! Ils passent leur temps à remplir des pages auxquelles ils ne comprennent rien !

Un jeune enseignant: — C'est parce que nous sommes mal formés ! Au lieu de nous regarder donner des leçons, ils feraient mieux de nous dire à quoi ça sert, tout ça !

Encore un enseignant: — On en a vu d'autres ! leurs manuels, foutaise ! Ce qui compte, c'est ce qu'on veut obtenir des élèves ! Il faut avoir un plan, des objectifs ! La vraie méthodologie, c'est celle qu'on fait, qu'on vit, pas celle qu'on lit !

Le boursier communal: — Alors ! Tous ces frais, tous ces ouvrages luxueux, est-ce que c'était vraiment indispensable ?

Un autre spécialiste: — C'est la faute des instituteurs ! Ils ne veulent pas s'adapter. Et puis, leur formation... !

Le chœur: — Tout est de la faute des spécialistes ! Ils ne connaissent pas nos problèmes. Ceux qui ont quitté leur classe ne valent plus rien, ils ne savent plus ce qu'est l'école !

Un parent: — Je ne comprends pas. J'ai lu dans la presse que les méthodologies étaient préparées par des enseignants compétents, étudiées par des instances cantonales, soumises à une commission intercantonale où les praticiens sont largement représentés... !

Les délégués des enseignants: — Ce n'est pas notre faute, nous avons été minorisés !

Les représentants d'un canton: — Nous avons été minorisés !

Les méthodologues: — Nous avons été mino... !

Les mathématiciens: — Nous avons été m... !

Un passant (naïf): — L'édition d'Etat ! C'est quand même une garantie... !

pcc RH

PS — La rédaction de Math-Ecole: — Si vous voulez vraiment comprendre les méthodologies romandes, lisez Math-Ecole ! Ecrivez-nous ! Faites-nous part de vos difficultés, de vos réussites, de vos besoins.

# MATH-ECOLE PRATIQUE

*Pour répondre à de nombreuses demandes provenant d'abonnés récents, la rédaction a édité son premier MATH-ECOLE PRATIQUE qui, en 148 pages, reprend 14 articles, directement utilisables dans les classes, parus dans les numéros 52 à 75 (1972-1976).*

---

## TABLE DES MATIERES

1. Etude de la construction de la suite des premiers nombres
  2. Enseignement renouvelé de la mathématique et pédagogie Freinet
  3. A propos de la mesure d'aire
  4. Les approches de la soustraction: sources de problèmes ?
  5. A propos de «machines»
  6. Du produit cartésien à la table de multiplication
  7. La division
  8. De l'idée d'échange à la notion de division
  9. Deux bonnes douzaines de problèmes de mathématique
  10. Autour d'un échiquier
  11. Planches à trous et planches à clous
  12. Planchettes à clous et géométrie spontanée d'enfants de 9 à 11 ans
  13. Quelques noisettes pour se faire les dents
  14. A propos de la proportionnalité
- 

*Pour obtenir cet ouvrage, il suffit de verser la somme de Fr. 16.— au CCP 12 - 4983, MATH-ECOLE, GENEVE.*

## L'amitié n'exclut pas la qualité et l'efficacité...

par Arlette Boget et Nadia Guillet

Pour répondre à une invitation de Monsieur Roger Sauthier, professeur de mathématique, nous avons accepté de participer d'une part à la session pédagogique de Sion et d'autre part à deux journées de formation réservées aux inspecteurs, aux professeurs du CO chargés de liaisons avec l'enseignement primaire et aux animateurs responsables du recyclage mathématique du corps enseignant.

Dix enseignants de classes spécialisées se sont retrouvés avec des préoccupations communes dont en voici quelques unes :

- renoncer à vouloir normaliser «des enfants exceptionnels» comme on dit au Québec;
- adapter les programmes officiels;
- chercher des activités mathématiques à partir de thèmes ou de centres d'intérêts de préférence choisis avec les élèves;
- définir un mode d'évaluation d'aspect instrumental qui prenne en considération les aptitudes de chaque enfant.

Avec un programme aussi riche nous avons pu aisément concilier des temps de réflexions et des travaux pratiques.

Vivement intéressés et enthousiastes, les participants ont manifesté le désir de former un groupe de travail et de poursuivre l'expérience vécue pendant la semaine pédagogique au cours de l'année scolaire 1978-1979.

Avec les participants «aux journées de réflexion» nous nous sommes attaqués principalement à quelques situations mathématiques.

Celles-ci se laissant difficilement définir, il était plus fructueux de les vivre.

C'est ainsi qu'au sein du groupe hétérogène, nous avons eu le plaisir de chercher, de découvrir et de progresser chacun selon ses connaissances particulières et son rythme propre.

Nous avons pu nous convaincre pratiquement des richesses que peut receler une situation d'apparence anodine, richesse sur le plan mathématique mais aussi sur le plan des démarches suivies et des comportements mis en œuvre : poses d'hypothèses diverses, recherche, découverte, vérification, essai de généralisation, le tout accompagné de tâtonnements, régression, progression, sentiment de frustration et de découragement, étonnement, satisfaction, joie.

«Depuis aujourd'hui, je sais qu'on peut aussi être créatif en mathématique» dit une participante. Cette créativité-là nous souhaitons la développer chez nos élèves, leur procurant du même coup le plaisir de «faire des maths».

Dans un premier temps, le groupe a décidé de vivre dans le courant de l'année, des séances de travail du même type avant de pouvoir en faire bénéficier d'autres collègues, qui, à leur tour, oseront pratiquer la «pédagogie des situations» dans leur classe.

Nous avons toutes deux apprécié l'atmosphère chaleureuse dans laquelle le travail s'est déroulé. Participants et animatrices ont bénéficié d'échanges fructueux tant sur le plan mathématique que pédagogique.

Nous tenons à souligner l'importance de la part active de chacun; le travail concret a permis d'alimenter la réflexion théorique.

Par ailleurs, la disponibilité des participants qui consacraient une ou plusieurs semaines de vacances à leur formation continue a été une source nouvelle d'énergie et d'encouragement pour les animatrices.

## Mesures

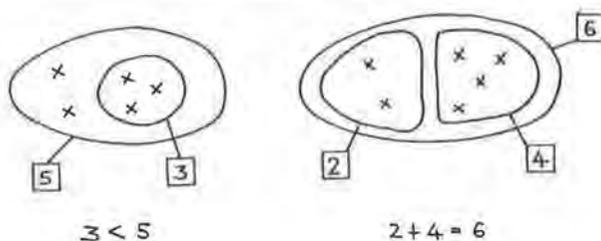
par Mario Ferrario

La géométrie («mesure de la Terre») présentait à ses débuts un caractère essentiellement utilitaire; elle a joué un rôle primordial dans les structures économiques et sociales les plus anciennes. Il n'est pas exagéré de prétendre que l'activité de mesurer fut l'un des premiers actes mathématiques de l'être humain et il semble impossible d'imaginer une forme de civilisation dans laquelle le concept de mesure n'interviendrait pas. L'importance de ce concept est d'ailleurs telle que chaque Etat a ressenti la nécessité d'adopter un système d'unités de mesures et d'édicter des lois à son sujet.

De manière générale, et sans entrer dans les détails, on admet que la mesure d'un ensemble  $E$  doit posséder les propriétés suivantes:

- (1): si  $E = \emptyset$ ,  $\text{mes}(E) = 0$ ;
- (2): si  $E \neq \emptyset$ ,  $\text{mes}(E) \in \mathbb{R}^*$ ;
- (3): si  $E \subset F$ ,  $\text{mes}(E) \leq \text{mes}^+(F)$ ;
- (4): si  $E \cap F = \emptyset$ ,  $\text{mes}(E \cup F) = \text{mes}(E) + \text{mes}(F)$ .

Cette «définition» de la mesure s'applique à des domaines non géométriques: en première année, une des approches de la notion de nombre naturel repose en réalité sur celle de mesure d'une collection d'objets (cardinal d'un ensemble); le même modèle a encore servi de support lors de l'introduction de la notion d'ordre (cf. propriété 3) et de celle d'addition (cf. propriété 4) de deux nombres naturels (cardinal de la réunion de deux ensembles disjoints):



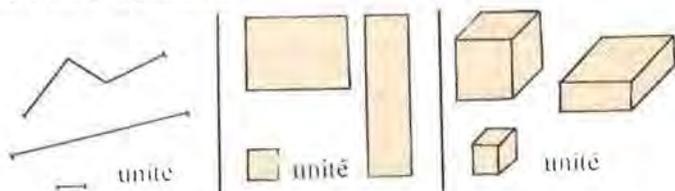
Lignes, surfaces et solides sont des ensembles de points dont les mesures respectives sont appelées longueurs, aires et volumes. Ces mesures sont des cas particuliers pour lesquels la «définition» citée plus haut doit être complétée en tenant compte du fait que, si  $p$  est un point,  $\text{mes}\{p\} = 0$ . Dans les documents romands, ces trois types de mesures sont abordés en suivant une démarche qui s'étend de la quatrième à la sixième et qui peut être résumée de la manière suivante:

- a) Comparaison directe de deux «objets» géométriques (de deux lignes, de deux surfaces, de deux solides) pour déterminer lequel est le plus «grand»:



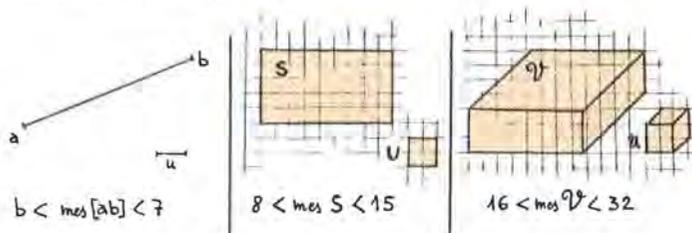
Lorsque la comparaison «directe» est possible, la nécessité d'une mesure ne se fait pas sentir.

- b) Introduction d'une unité (conventionnelle ou non) lorsque la comparaison directe n'est pas possible:



On voit ici apparaître la nécessité de disposer d'un «objet» (ligne, surface, solide) de référence auquel on compare les deux ensembles de points: on peut ainsi procéder à une comparaison indirecte de ces deux ensembles.

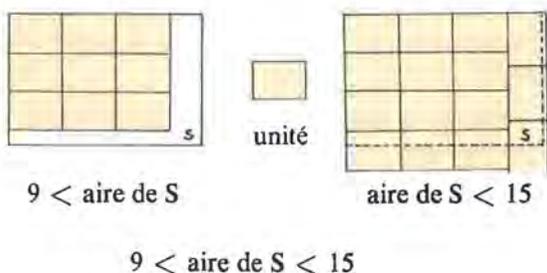
- c) La mesure d'un «objet» géométrique  $E$  étant apparue comme le nombre de fois que l'unité a été reportée afin de recouvrir  $E$  (itération de l'unité), et dans la plupart des cas ce nombre n'étant pas un naturel, la situation est une excellente motivation pour introduire des sous-multiples de l'unité, pour aborder la notion d'encadrement et pour approcher le concept de nombre réel (idée de continu):



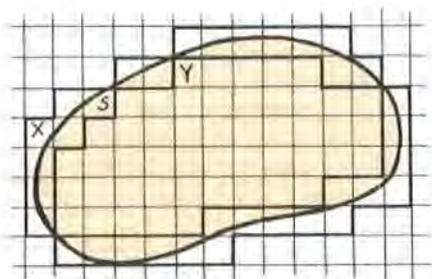
- d) La commodité d'unités conventionnelles permet de justifier l'introduction du système métrique (m, m<sup>2</sup>, m<sup>3</sup>).
- e) Les élèves découvrent les formules permettant de calculer l'aire de quelques polygones particuliers (rectangle, triangle) et le volume du parallépipède rectangle.

Voici quelques exercices caractéristiques choisis dans les documents romands; ils illustrent successivement les étapes c) et e) mentionnées ci-dessus et sont empruntés respectivement aux méthodologies de quatrième, de cinquième et de sixième année.

### 1. Recouvrement d'une surface



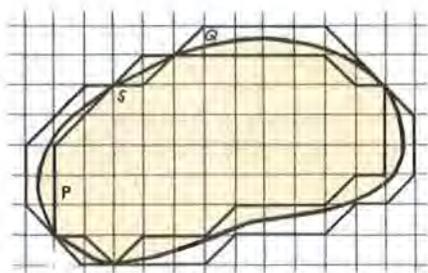
2. Encadrements successifs  
— par unités entières:



unité d'aire: le cm<sup>2</sup>

$$\begin{array}{l} \text{aire de } X \leq \text{aire de } S \leq \text{aire de } Y \\ 49 \leq \text{aire de } S \leq 83 \end{array}$$

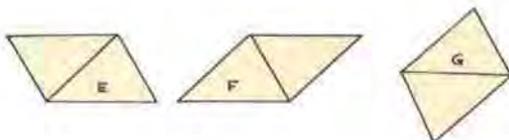
— par demi-unités:



unité d'aire: le  $\text{cm}^2$   
 aire de P  $\leq$  aire de S  $\leq$  aire de Q  
 53  $\leq$  aire de S  $\leq$  77

### 3. Aire d'un triangle

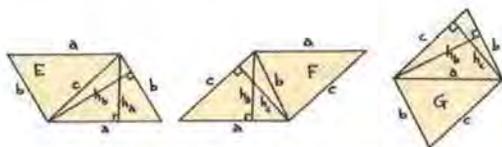
Chaque élève dispose de plusieurs triangles isométriques et cherche à former des surfaces dont il sait calculer l'aire. Il constate qu'en les assemblant par deux, il peut former trois parallélogrammes différents; il les dessine:



On constate que:

- les trois parallélogrammes ont la même aire;
- l'aire d'un triangle T est la moitié de celle de chaque parallélogramme.

On porte sur chaque dessin les indications nécessaires au calcul de l'aire du parallélogramme; on obtient:



Les segments de mesure  $h_a$ ,  $h_b$ ,  $h_c$  sont simultanément les hauteurs des parallélogrammes et des triangles; ils correspondent respectivement aux côtés de mesures  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

On peut écrire:

$$\begin{array}{lll} \text{aire de E} = a \cdot h_a & \text{aire de F} = a \cdot h_a & \text{aire de G} = c \cdot h_c \\ \text{aire de E} = b \cdot h_b & \text{aire de F} = c \cdot h_c & \text{aire de G} = b \cdot h_b \end{array}$$

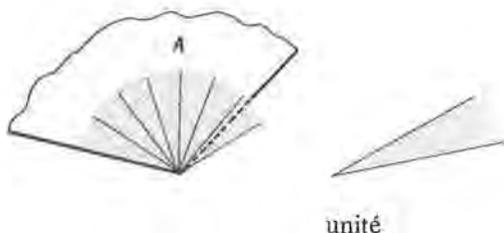
On en déduit:

$$\text{Aire de T} = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$\text{Aire de T} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

$$\text{Aire de T} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

En sixième année, le procédé utilisé pour introduire la notion de mesure d'un angle (d'un secteur angulaire) est identique (emploi d'une unité non conventionnelle, itération de cet unité et encadrement):



$$6 < \text{mes } A < 7$$

La démarche décrite ci-dessus à propos des lignes, des surfaces, des solides et des angles, est aisément transposable à d'autres grandeurs physiques mesurables (capacités, masses) ou repérables (durées, températures). Elle a en outre le grand mérite de distinguer l'«objet» (ensemble de points) de sa mesure (nombre réel). De plus, elle permet de mettre en évidence le caractère conventionnel du système métrique.

# Découverte de l'espace (4) \*

par J.-J. Walder, Hermance

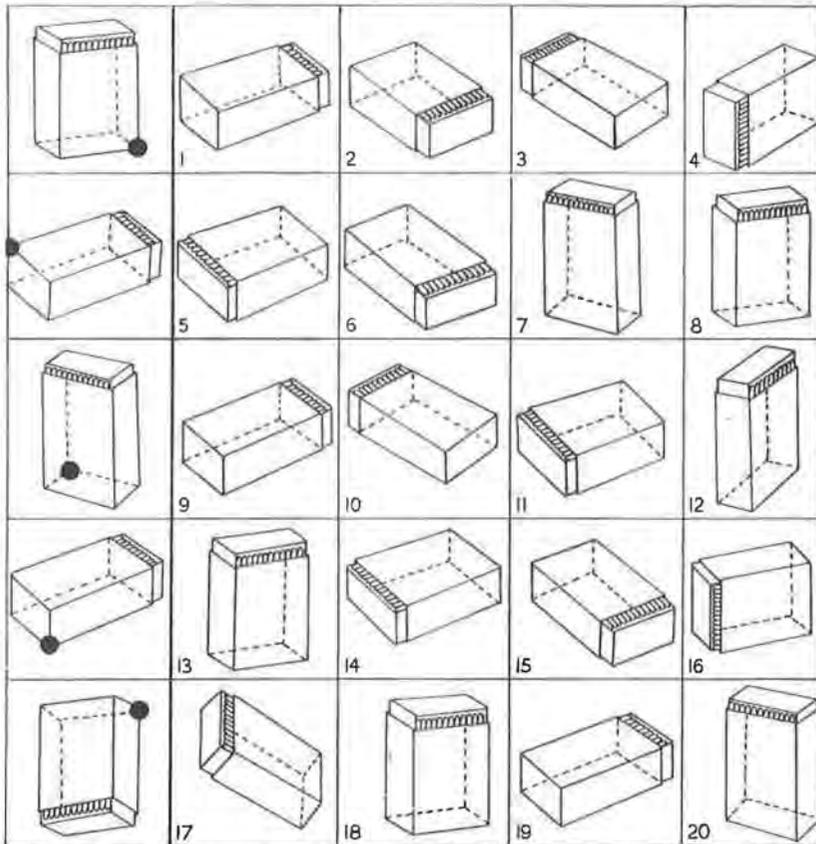
## A. Mouvements d'un solide dans l'espace

Afin de pouvoir repérer ces mouvements, voici un petit exercice:

un sommet étant choisi (boîte de gauche), retrouver ce même sommet sur les quatre boîtes de droite et indiquer le mouvement effectué.

L'exercice inverse ne manque pas d'intérêt:

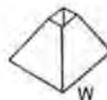
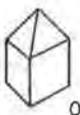
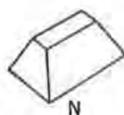
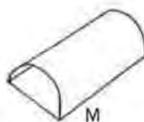
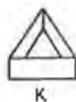
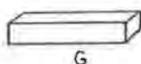
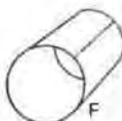
si j'effectue une symétrie horizontale, où se trouvera la gomme ?

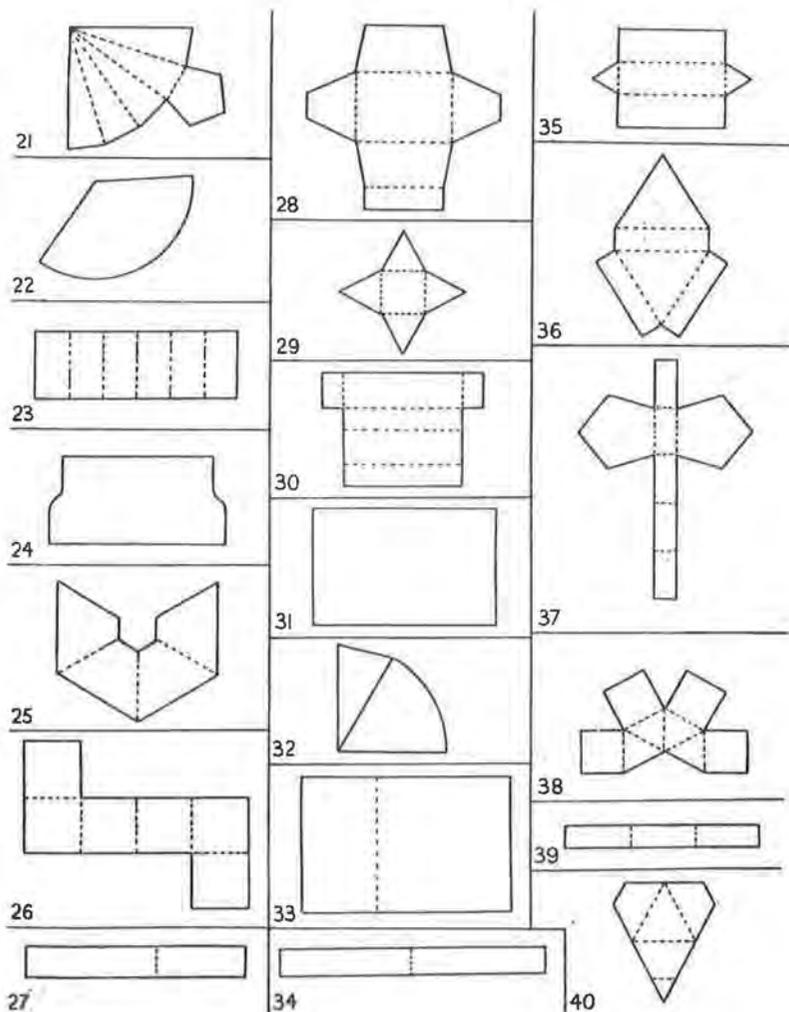


\* Voir Math-Ecole, numéros 76, 78 et 83.

## B. Développements de divers solides

Le travail ci-dessous consiste à reconnaître ces développements en associant une lettre et un chiffre. Mais bien d'autres constatations peuvent être faites quant aux faces, aux arêtes, aux sommets. Le découpage et le pliage donneront d'utiles indications pour répondre aux questions concernant les onglets: où les placer ? combien en prévoir ? le nombre d'onglets est-il fonction du nombre d'arêtes ?





La variété des solides proposés ci-dessus est voulue. Il ne s'agit pas de les étudier tous dans le détail, mais de les comparer et de relever les rapports volume-développement. Après cette approche globale, il sera plus facile de porter l'attention sur le cube, le parallélépipède et la pyramide.

Evaluation du programme romand de mathématique  
**Interrogation individuelle des élèves**  
par François Jacquet

*Dans le cadre de l'évaluation du nouveau programme romand de mathématique conduite par l'IRD, on interroge régulièrement les élèves afin d'établir pour chaque année un «bilan des acquisitions». Au cours de cette interrogation à grande échelle, il faut prendre garde à ne pas répéter les erreurs des examens traditionnels et à ne pas créer une atmosphère de compétition ni de bachottage, qui irait à l'inverse de l'esprit du nouvel enseignement. C'est pourquoi les épreuves proposées se présentent sous la forme suivante:*

*Les élèves d'une même classe répondent à des questions différentes qui varient elles-mêmes d'une classe à l'autre, ce qui évite de comparer entre eux des élèves ou des classes. En outre, le grand nombre de sujets interrogés permet d'élargir le champ des questions en demandant un effort minimum à chaque enfant et sans empiéter indûment sur le temps d'enseignement. Mille deux cents classes environ rassemblant les 25 000 élèves romands d'un même degré offrent un échantillonnage suffisant pour estimer précisément le taux de réussite à chaque objectif choisi et dégager en même temps l'effet d'autres sources de difficultés dans la résolution de problèmes. Cependant, par la forme même de l'interrogation, cette mesure des connaissances au moyen de séries de questions présentées collectivement reste superficielle: elle donne peu d'indications sur le degré de compréhension des élèves, sur les procédures qu'ils utilisent pour trouver les réponses justes comme les réponses fausses. Seule une observation individuelle des élèves peut apporter les informations nécessaires à l'analyse des difficultés et des sources d'erreurs dans les notions enseignées. L'interrogation se déroule alors sous forme d'entretien: l'élève répond aux questions que le maître lui présente, ce dernier note toutes les réponses, justifications, faits et gestes de l'élève dans un «protocole d'entretien». Les avantages de cette méthode sont multiples: on rassemble ainsi de nombreuses observations permettant d'analyser les stratégies de résolution de problèmes, les enseignants apprennent à se mettre à l'écoute de leurs élèves, on s'initie à une forme d'interrogation beaucoup plus significative que l'examen traditionnel».*

Epreuves «Mathématique II», séries individuelles

*En automne 1977, tous les enseignants romands de troisième primaire ont fait passer les épreuves collectives préparées par l'IRD pour dresser un bilan des connaissances des élèves après deux ans d'école. Parmi tous ces maîtres, 255 ont accepté de participer à l'interrogation individuelle de quelques élèves de leurs classes (4 en général).*

La passation s'est déroulée en octobre et novembre 1977. Les protocoles d'entretien ont été dépouillés et analysés dans les centres cantonaux de recherche et à l'IRDP au cours des premiers mois de 1978. Pour chacune des 12 séries présentées, les réponses d'une centaine d'enfants ont été relevées par les maîtres. Les personnes chargées de l'analyse ont travaillé par petits groupes, examinant tous les protocoles d'une même série établis dans les différents cantons. Au cours de séances de synthèse, les résultats ont été largement discutés et leur présentation harmonisée.

Les pages qui suivent donneront, aux lecteurs de *Math-Ecole*, un aperçu substantiel de quelques-unes de ces douze séries de questions individuelles. Les résultats qui apparaissent sont encore bruts, plus descriptifs qu'analytiques. Ils représentent cependant un pas important vers une analyse systématique de l'activité des élèves en mathématique, vers une adaptation continue des moyens d'enseignement et des méthodes pédagogiques, vers une nouvelle conception de l'évaluation du travail des enfants.

## Sériation dans le temps

*Comment les élèves justifient-ils une sériation obtenue à partir d'un énoncé verbal uniquement ? La mise à disposition d'étiquettes ou le passage à un diagramme représentent-ils une aide pour l'élève ? La série I des questions individuelles de l'épreuve «Mathématique II» tente d'apporter quelques éléments de réponse à ces problèmes, abordés dans de nombreuses activités de l'avenue ER, en première et deuxième année.*

*(Analyse et rédaction: Mme M. Halperin, J. Lurin, M. M. Dokic, S.R.P. Genève. Cent douze élèves ont été interrogés dans cette série).*

### Partie 1A - Présentation des tâches

Sériation dans le temps à partir d'un énoncé verbal, selon la consigne:

*«Bernard, Jean-Marc et Frédéric font une course. Bernard arrive avant Frédéric, mais Bernard arrive après Jean-Marc. Qui est arrivé le premier, le deuxième, le troisième ?»*

### Réponses correctes 1A

Jean-Marc, Bernard, Frédéric 80 él. (71 %)

1A1

Sans justification 18 él.

— spontanément (6 él.)

— après réflexion (12 él.)

— répétition de l'énoncé (50 él.)

*Exemple: «Parce que Bernard arrive avant Frédéric et Bernard après Jean-Marc».*

— en insistant sur les marqueurs temporels (8 él.)

*Exemples: «Parce qu'ils font une course et que Bernard arrive avant Frédéric. Bernard sera avant Frédéric, mais Frédéric après. Si Bernard arrive après Jean-Marc, Jean-Marc sera de toute manière premier».*

*«Bernard arrive avant Frédéric, donc Frédéric est deuxième pour l'instant. Comme Jean-Marc arrive avant Bernard, alors Jean-Marc, Bernard et Frédéric».*

— interprétation de l'énoncé (4 él.)

*Exemples: «Parce que Jean-Marc court plus vite que Bernard et Frédéric».*

*«Jean-Marc est premier parce qu'il a couru plus vite. Bernard parce qu'il courait moins vite. Il avait mal à une jambe. Frédéric est parti trop tard».*

— *«C'est Jean-Marc le premier, ensuite Bernard et Frédéric parce que Jean-Marc est le plus grand...»*

— *«Parce qu'il est le plus fort, Jean-Marc, parce qu'il arrive avant Frédéric et Bernard».*

### Commentaire sur les réponses correctes de 1A

Quoiqu'ils ne le fassent pas spontanément, 77 % des enfants (A2) qui réussissent essayent de rendre compte de leur raisonnement. Nous avons relevé trois manières de procéder:

- 50 de ces enfants se contentent de répéter l'énoncé. C'est faire apparaître dans cette stratégie la difficulté des élèves de faire à rebours le chemin logique parcouru; aussi tout naturellement ont-ils recours à la simple répétition du problème.
- 18 appuient leur raisonnement sur les marqueurs temporels, tels avant - après.
- 4 des enfants «allient» avec une certaine fantaisie leur réponse à la question «comment as-tu fait ?». C'est davantage l'illustration affective d'un résultat que l'explication d'un raisonnement.

## Réponses incorrectes 1A

32 él. (29 %)

1A3

12 él.

Bernard, Frédéric, Jean-Marc

Exemples: — «J'ai bien regardé ceci et après j'ai vu que Bernard est arrivé avant Frédéric. Alors ça m'a donné une idée. Alors j'ai placé comme ça».

— «Parce que Bernard avant Frédéric, alors c'est lui le premier et après c'est Jean-Marc».

1A4

10 él.

Frédéric, Jean-Marc, Bernard

Exemples: — «Parce que Bernard arrive après Jean-Marc. Il est le dernier».

— «Jean-Marc est arrivé avant Frédéric, alors Jean-Marc est arrivé le deuxième et Frédéric le premier».

1A5

5 él.

Frédéric, Bernard, Jean-Marc

Exemple: «Frédéric arrive le premier car il est arrivé avant Bernard et Jean-Marc».

1A6

4 él.

Jean-Marc, Frédéric, Bernard

Exemple: «Jean-Marc est arrivé avant Bernard. Frédéric est arrivé avant Bernard. Bernard n'a battu personne».

1A7

1 él.

Bernard, Jean-Marc, Frédéric

Exemple: «Bernard est arrivé le premier. Jean-Marc est arrivé avant Frédéric».

## Commentaire sur les réponses incorrectes de 1A

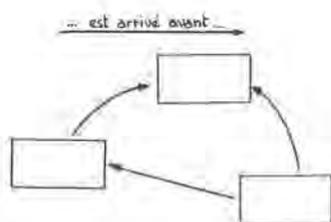
Au travers des justifications, nous avons pu constater que dans la plupart des cas, les erreurs étaient dues aux raisons suivantes:

- mauvais décodage de l'énoncé verbal en général;
- confusion entre avant et après;
- l'enfant ne tient compte que d'une partie de l'énoncé verbal;
- réponse au hasard;
- respect de l'ordre alphabétique (notamment pour la réponse «Bernard, Frédéric, Jean-Marc»).

Pour la partie 1B, la tâche est la même qu'en 1A: déterminer l'ordre d'arrivée de trois autres enfants, selon le même énoncé, en changeant les prénoms. L'élève dispose toutefois d'étiquettes avec les prénoms des enfants et d'un tableau de trois cases dans lequel il doit placer les étiquettes pour classer les enfants selon leur ordre d'arrivée.

Cette question est mieux réussie que la précédente (par 85 % des élèves contre 71 % en 1A). Les justifications et réponses fausses sont du même type qu'en 1A.

### Partie 1C - Présentation de la tâche



Sériation dans le temps, puis transcription dans un diagramme sagittal. La consigne est la suivante:

«Place maintenant ces mêmes étiquettes dans le diagramme. Les flèches veulent dire: «... est arrivé avant...»

La feuille de l'élève se présente comme ci-contre.

Les élèves ont encore sous les yeux le classement précédent de la partie 1B; ils ont à leur disposition 3 nouvelles étiquettes.

### Réponses correctes 1C

Véronique, Antoine, François	90 él. (80 %)
1C1 Réussite spontanée	55 él.
1C2 Réussite après hésitation ou intervention de l'enseignant.	10 él.
1C3 Réussite avec référence à la partie 1B	25 él.

## Exemples de justifications

- référence à l'énoncé verbal
  - «*Véronique arrive avant François et Antoine; François est dernier*».
- référence aux flèches du diagramme
  - «*François est le dernier, il reçoit les flèches; Véronique est la première, elle envoie les flèches*».

## Commentaires sur les réponses correctes de 1C

Cet item est bien réussi puisque 80 % des enfants interrogés donnent une réponse correcte. Pour réussir cette partie, l'enfant doit décoder correctement l'énoncé verbal et faire une bonne interprétation de la signification des flèches. Certains élèves font référence à la partie 1B, car les prénoms figurant dans l'exercice sont identiques.

### Réponses incorrectes 1C

22 él. (20 %)

#### 1C4 «Véronique envoie 2 flèches»

3 él.

- Véronique, François, Antoine

*Exemple: «Véronique est arrivée avant François et avant Antoine. François est rien qu'arrivé avant Antoine.»*

#### 1C5 «Antoine envoie 2 flèches»

6 él.

- Antoine, Véronique, François

*Exemple: «J'ai regardé les flèches alors j'ai vu qu'Antoine en envoyait deux vers François et Véronique, que François en recevait deux et que Véronique en envoyait qu'une. C'est comme ça que j'ai trouvé.»*

- Antoine, François, Véronique

*Exemples: — «J'ai regardé ici (tableau de la partie 1B). François arrive avant Véronique et Antoine aussi. Antoine arrive avant François.»*

- «*Véronique reçoit plus de flèches et Antoine n'en reçoit pas.*»

— François, Véronique, Antoine

- Exemples: — «Parce que François est avant Antoine et avant Véronique».
- «François est là parce qu'il est premier, il envoie 2 flèches. Véronique est deuxième, elle envoie une flèche. Antoine est dernier, il reçoit 2 flèches».

— François, Antoine, Véronique

- Exemple: «François est premier parce qu'Antoine l'a laissé gagner. Antoine est deuxième parce qu'il ne peut pas toujours gagner».

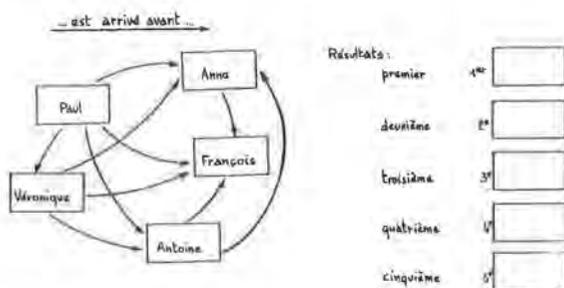
### Commentaires sur les réponses incorrectes de 1C

On retrouve parmi les réponses incorrectes toutes les possibilités des combinaisons qu'offrent les trois prénoms. Certains enfants placent incorrectement leurs étiquettes. Puis lorsqu'on leur demande d'apporter une justification aux résultats qu'ils présentent, ils donnent une explication cohérente de leur raisonnement et un commentaire adéquat de l'utilisation des flèches. N'est-il pas plus facile de «lire» un matériel structuré que d'effectuer un travail sur un matériel à structurer ? Peut-être allons-nous trouver une réponse dans la partie 1D, qui offre un matériel déjà structuré.

### Partie 1D - Présentation des tâches

Lecture d'un diagramme sagittal; transcription dans un tableau et expression verbale. La consigne est: «François, Véronique et Antoine ont fait une nouvelle course avec deux autres enfants: Paul et Anne. Voici le diagramme avec les flèches qui veulent dire: «... est arrivé avant...» Mets les étiquettes dans le tableau des résultats».

La feuille de l'élève se présente ainsi:



Pour cette partie, les élèves disposent de 5 étiquettes mobiles:



### Réponses correctes 1D

1D1 Paul, Véronique, Antoine, Anne, François 95 él. (85 %)

*Exemple: «Paul envoie 4 flèches, il est premier, Véronique a trois flèches, elle est deuxième, Antoine envoie 2 flèches, il est troisième, Anne envoie 1 flèche, elle est quatrième, François envoie pas de flèche, c'est le derniers.»*

### Réponses incorrectes 1D

17 él. (15 %)

1D2

Ordre inverse: François, Anne, Antoine, Véronique, Paul

*Exemple: «François, premier parce que 4 flèches vont vers lui; Antoine troisième parce qu'il reçoit 2 flèches; Paul est dernier parce qu'il ne reçoit pas de flèche.»*

1D3

Paul, Véronique, Anne, Antoine, François

*Exemple: «Paul a 4 flèches, Véronique a deux flèches, Anne a 1 flèche, Antoine a aussi 1 flèche, François n'a pas de flèche.»*

1D4

Anne, Paul, Véronique, Antoine, François

On trouve ici une référence explicite à la partie précédente qui comportait les mêmes prénoms.

*Exemple: «Anne est première parce qu'elle était là (diagramme). Véronique est troisième parce qu'elle était ici (diagramme). François est cinquième parce qu'il était déjà dernier avant.»*

1D5

Antoine, Paul, Véronique, Anne, François

L'enfant justifie une réponse fausse sans revenir à la consigne.

*Exemple: «Antoine est arrivé le premier parce que j'ai regardé les flèches, c'est celui qui en a le plus; Véronique est troisième parce qu'elle a trois flèches; François est cinquième parce qu'il n'a pas de flèches.»*

1D6

Paul, Véronique, François, Anne, Antoine

*Exemple: «Paul, les flèches partent; François reçoit quatre flèches;  
Antoine, une flèche s'en va».*

### **Commentaire sur les réponses incorrectes de 1D**

Nous relevons ici qu'il se dégage deux démarches de résolution: ou bien l'enfant s'attache à dénombrer le nombre de flèches *ENVOYÉES* ou bien l'enfant compte les flèches *REÇUES*.

Le taux de réussite à cette partie est très légèrement supérieur à celui de la partie précédente. Il n'est pas sûr qu'il faille attribuer ce faible accroissement de réussite à la structuration même du matériel, mais plus vraisemblablement à l'apprentissage réalisé par les enfants au cours de la passation de ces épreuves.

Certains enfants ont inversé l'ordre d'arrivée. Il nous semble que cette erreur est due à une mauvaise interprétation de la signification des flèches; soulignons toutefois que sur ces bases fausses, ces enfants ont raisonné d'une manière correcte. D'autre part, nous relevons un large éventail de combinaisons erronées.

### **REMARQUES GÉNÉRALES**

Dans cette série 1, nous constatons que la partie 1A est la moins bien réussie. Il est légitime de se demander si la meilleure réussite aux parties 1B, 1C et 1D est le résultat d'un apprentissage dont bénéficient les enfants ou bien si l'explication ne réside pas dans la plus grande difficulté de la partie 1A. Nous posons l'hypothèse suivante: dans ce dernier item, l'enfant ne peut raisonner qu'à partir d'un énoncé verbal, par contre dans les autres items, il effectue sa démarche logique à l'aide d'un matériel qu'il manipule. D'où cette légère différence de réussite.

Il n'est pas aisé pour l'enfant de réaliser cette introspection qu'on lui demande, en exigeant de lui qu'il rende compte de la stratégie utilisée pour donner sa réponse. C'est peut-être pour cette raison qu'un bon nombre d'enfants se contentent de répéter l'énoncé comme s'il s'agissait de quelque chose d'évident; ou alors certains contournent cette difficulté en offrant une interprétation affective ou fantaisiste de leur résultat.

## Technique de l'addition en ligne

Lorsqu'il ne dispose pas encore de la technique de l'addition avec les termes disposés en colonnes, comment l'enfant procède-t-il pour déterminer la somme de deux termes ? Utilise-t-il la commutativité et l'associativité de l'addition dans les sommes de trois termes ou plus ?

Il est important de pouvoir répondre à ces questions avant que les techniques apprises au cours de la troisième année ne viennent masquer l'utilisation consciente et significative des propriétés de l'addition. C'est le thème des parties A, B, C de la série 8.

(Analyse et rédaction: Mme E. George, M. F. Jaquet, IRDP. 93 élèves ont répondu aux questions de cette série)

### Présentation des tâches et des procédures utilisées

Pour toutes les questions, l'élève dispose d'un crayon et de papier. Les opérations à effectuer lui sont présentées une à une, écrites au haut d'une feuille par l'enseignant:

8A : 2 additions  $54 + 27 = \dots$ ,  $33 + 65 = \dots$

8B : addition  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \dots$

8C : 2 additions  $19 + 23 + 7 = \dots$ ,  $15 + 9 + 15 = \dots$

Toutes les procédures déterminées à chacune des questions de la série sont accompagnées, dans les colonnes de droite, des indications suivantes:

- le nombre d'élèves ayant adopté cette procédure:  $n$ ;
- le pourcentage de ces ( $n$ ) élèves par rapport à l'effectif total (93) de la série:  $n/93$ , en %;
- le nombre d'élèves ayant obtenu la (ou les) bonne(s) réponse(s):  $r$ ;
- le nombre d'élèves suivant la procédure, mais n'obtenant pas la bonne réponse:  $f$ ;
- le pourcentage de réussite au sein de la procédure:  $r/n$  en %;
- le pourcentage d'erreur au sein de la procédure:  $f/n$  en %.

Ces deux derniers pourcentages ne sont calculés que pour les effectifs supérieurs ou égaux à 10. Ils ne sont là que pour faciliter la lecture des résultats. Il faut se garder d'en tirer des généralisations abusives, car les effectifs sont petits et la marge d'erreur sur la classification en procédures est grande.

Ces indications quantitatives sont présentées ainsi:

$$\begin{array}{l} n \text{ él.} \\ (n/93) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} r \text{ (} r/n \text{)} \\ f \text{ (} f/n \text{)} \end{array} \right.$$

**Exercice 8A**      $54 + 27 = \dots$       $33 + 65 = \dots$ **Procédure 8 A1**

Décomposition des termes avec séparation nette des dizaines et des unités.

36 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 27 \text{ (75 \%)} \\ f : 9 \text{ (25 \%)} \end{array} \right.$

*Exemples:*  $50 + 20 = 70, 4 + 7 = 11 \Rightarrow 81$  ou  
 $6 + 3 = 9, 5 + 3 = 8 \Rightarrow 89$  etc.

**Procédure 8A2**

Décomposition des termes avec séparation partielle des dizaines et unités.

21 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 19 \text{ (90 \%)} \\ f : 2 \text{ (10 \%)} \end{array} \right.$

*Exemples:* passage  $50, 70, 77, 81$  et  $60, 90, 95, 98$   
ou  $50 + 20 = 70, 70 + 7 = 77, 77 + 4 = 81$ , etc.

**Procédure 8A3**

Calcul à partir d'un des deux termes (54 pour la première addition, en général 65 pour la seconde) et décomposition du second terme.

19 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 14 \text{ (74 \%)} \\ f : 5 \text{ (26 \%)} \end{array} \right.$

*Exemples:* passage  $54, 74, 81$  et  $65, 95, 98$  ou  
 $54, +10, +10, +7$ ;  $65, +10, +10, +10, +3$

**Procédure 8A4**

Disposition des deux additions en colonnes, calcul par écrit.

10 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 9 \text{ (90 \%)} \\ f : 1 \text{ (10 \%)} \end{array} \right.$

*L'erreur est due à une confusion des colonnes à la première addition.*

**Procédure 8A5**

Comptage un à un avec matériel (jetons) ou à l'aide de dessins (croix) ou sur les doigts.

5 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 2 \\ f : 3 \end{array} \right.$   
(5%)

*Remarque:* trois de ces élèves proviennent d'une même classe.

**Procédure 8A6**

Confusion des dizaines et des unités.

2 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 0 \\ f : 2 \end{array} \right.$   
(2%)

*Exemple:*  $54 + 27 : 5, +4, +2, +7 \Rightarrow 18$

**Remarques sur l'exercice 8A**

- Dans cette partie, la réussite (r) implique la bonne réponse aux 2 additions, avant l'intervention de l'enseignant. Les élèves classés sous (f) n'ont commis qu'une seule faute de calcul ou d'inattention.

- A quelques exceptions près, les élèves choisissent la même procédure pour les deux additions. L'influence de la classe a une grande importance dans ce choix: il est très fréquent de voir les quatre élèves, ou trois, d'une même classe choisir la même procédure.
- La première addition, avec retenue, est aussi bien réussie que la seconde.
- Dans la seconde addition, la majorité des élèves permutent les deux termes 33 et 65, afin de partir du plus grand des deux:  $65 + 33$  ou  $6 + 3$  et  $5 + 3$  lorsque les dizaines et unités sont séparées.
- 76 élèves utilisent une des trois premières procédures, par décomposition, dont 60 avec succès et 16 avec une seule faute de calcul. L'addition en colonnes, qui n'est pas au programme de deuxième année, n'est utilisée que par 10 élèves, tous issus de classes différentes, avec succès (une seule erreur).
- Les procédures amenant à l'échec sont rares: deux élèves seulement confondent encore dizaines et unités, trois autres font appel au dénombrement et se perdent dans les grands nombres.
- Au total, les deux additions sont réussies par 71 élèves (76 %); 17 (18 %) font une faute de calcul et seuls 5 sont vraiment en difficulté. Il sera intéressant de comparer ces résultats à ceux de l'exercice 8E, où les mêmes additions sont présentées sous forme de soustractions lacunaires.

**Exercice 8B**  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \dots$

**Procédure 8B1**

Calcul «de gauche à droite» par associations successives.

75 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 45 \text{ (60 \%)} \\ f : 30 \text{ (40 \%)} \end{array} \right.$

*Exemple:*  $1 + 2 = 3, 3 + 3 = 6, 6 + 4 = 10$ , etc.

*Les erreurs les plus fréquentes portent sur la dernière addition:  $36 + 9 = 44$   
ou  $36 + 9 = 46$ .*

**Procédure 8B2**

Calcul «de droite à gauche» par associations successives, en commençant par le grand nombre.

8 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 6 \\ (9 \%) \quad f : 2 \end{array} \right.$

*Exemple:*  $8 + 9 = 17, 17 + 7 = 24, 24 + 6 = 30$ , etc.

**Procédure 8B3**

Association judicieuse de termes, par deux à deux pour former des dizaines.

3 él.  $r : 3$   
(3 %)

*Exemple:*  $1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 3 + 7 = 10$ ,  
 $4 + 6 = 10$ , etc.

## Divers et erreurs

7 él. } r : 2  
(7%) } f : 5

### Exemples de réussites:

- $9 + 1 = 10$ ,  $10 + 5 = 15$ ,  $15 + 7 = 22$ , etc.  
*Les nombres sont pris «dans le désordre» et biffés après addition.*
- *L'élève se souvient de la réponse 45, pour l'avoir déjà calculé à une autre occasion.*

### Exemples d'erreurs:

- *« $8 + 9 = 17$ , c'est tout».*
- *A dessiné des croix et s'est trompé.*
- *Associe et reprend deux fois les mêmes nombres.*

## Remarques sur l'exercice 8B

- Les indications des enseignants nous ont permis, pour la catégorie 8B1, d'analyser les résultats en fonction de l'utilisation des doigts dans les calculs, pour les deux dernières additions de la suite:  $28 + 8 = 36$  et  $36 + 9 = 45$ , en particulier. Chez les 22 élèves pour lesquels l'usage des doigts a été mentionné, on relève 5 fautes de calcul (23 % d'erreur). Chez les 24 élèves qui ont calculé mentalement, selon les enseignants, il y a 13 fautes (54 % d'erreur). Chez les 29 élèves pour lesquels aucune indication n'est fournie, on relève 12 fautes (41 % d'erreur). Il y a donc une meilleure réussite chez les élèves qui comptent sur leurs doigts. Ce procédé ne représente donc pas un handicap, pour le cas particulier de cet exercice.
- Le but de cet exercice était de savoir si les élèves, après deux ans d'école primaire, étaient capables de trouver, spontanément, une procédure de calcul plus avantageuse que l'addition successive des termes pris dans l'ordre de lecture (de gauche à droite) pour trouver la somme des neuf premiers nombres naturels. Les résultats sont nets: 80 % des élèves travaillent dans l'ordre de lecture, 9 % dans l'ordre inverse. Seuls 3 élèves sur 91 ont envisagé la somme globalement et trouvé spontanément les associations de termes complémentaires à dix, pris deux à deux. On peut en conclure que, dans le domaine de l'addition en ligne, les élèves ont pris l'habitude après deux ans déjà, de travailler systématiquement «de gauche à droite», sans examen préalable de la situation, ni recherche de solution plus «avantageuse». Ce résultat semble en contradiction avec les objectifs du plan d'études qui font appel à l'esprit de découverte et de recherche.

**Exercice 8C** Somme de trois termes, en ligne:  $19 + 23 + 7 = \dots$   
 $15 + 9 + 15 = \dots$

**Procédure 8C1**

Association des deux premiers termes:  
 $(19 + 23) + 7$  et  $(15 + 9) + 15$

21 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 15 (71\%) \\ f : 6 (29\%) \end{array} \right.$

Exemples:  $19, +20, +3, +7$  ou  
 $15 + 9 = 24, 24 + 15 = 39$

Erreurs d'une dizaine ou d'une unité:  
 $39$  au lieu de  $49$  à la première addition,  
 $40$  au lieu de  $39$  à la seconde.

**Procédure 8C2**

Association des deux premiers termes à la première  
addition seulement  $(19 + 23) + 7$  et  $(15 + 15) + 9$

23 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 21 (91\%) \\ f : 2 (9\%) \end{array} \right.$

Exemple: « $15$  et  $15$ , ça fait  $30$ ,  $30 + 9 = 39$ ».

Les deux erreurs sont d'une unité,  
 $40$  au lieu de  $39$ .

**Procédure 8C3**

Association  $19 + (23 + 7)$  et  $(15 + 15) + 9$

12 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 8 \\ f : 4 \end{array} \right.$   
(13%)

Exemple correct:  $23 + 7 = 30, +10, +9 \Rightarrow 49$

Avec erreur:  $23 + 7 = 30, 30 + 9 = 39, 39 + 1 = 40$

**Procédure 8C4**

Addition séparée des dizaines et unités, avec  
disposition en colonnes dans certains cas.

31 él.  $\left\{ \begin{array}{l} r : 21 (68\%) \\ f : 10 (32\%) \end{array} \right.$

Exemples:  $- 9 + 3 = 12, 12 + 7 = 19, 1 + 2 = 3$

$\Rightarrow 30, 30 + 19 = 49$

$- 10 + 10 = 20, 5 + 5 = 10, 10 + 9 = 19$

$\Rightarrow 20 + 19 = 39$

$-$  Quelques élèves disposent les deux calculs  
en colonnes, d'autres un seul, la majorité  
n'écrivent rien.

Les types d'erreurs sont des confusions de  
dizaines et d'unités ou des oublis:

$-$  « $9 + 3$ , ça fait  $12$ ,  $12 + 7$ , ça fait  $19$ , je

compte les dizaines, ça fait  $4$ , réponse:  $40$ »

$-$  « $1 + 1$ , ça fait  $2$ ,  $5 + 9 + 5 = 19$ , ça fait  $29$ ».

## Divers

Calcul avec des jetons (2 échecs, 1 réussite).

Echec total (2 élèves)

Réussite sans explication (1 élève).

6 él. {r : 2

(6%) {f : 4

## Remarques sur l'exercice 8C

- Dans l'ensemble, 67 élèves (72 %) ont répondu correctement aux deux questions de l'exercice 8C.
- L'association des deux termes 15 dans la somme  $15 + 9 + 15$  est plus fréquente que celle de 23 et 7 dans  $19 + 23 + 7$ . 38 % des élèves pensent à la première et 13 % seulement (appartenant tous déjà aux 38 % précédents) perçoivent la seconde.
- Dans leur grande majorité, les élèves ayant suivi deux années d'école primaire, ont acquis des automatismes qui leur font entreprendre une addition de trois termes comme  $19 + 23 + 7$  de gauche à droite (45 %) ou en séparant dizaines et unités (33 %). Seuls 13 % semblent analyser systématiquement les données avant d'entreprendre le calcul, dans le but de trouver une procédure plus simple.

Les parties 8B et 8C montrent qu'une petite minorité d'élèves est capable d'utiliser l'associativité de l'addition. Les autres travaillent machinalement de gauche à droite, dans le sens de lecture. Dans ce domaine particulier, les objectifs du plan d'études et de la méthodologie ne sont pas atteints. Les élèves sont peut-être capables de comprendre qu'on peut permuter et associer les termes d'une somme, ils ne peuvent cependant pas utiliser spontanément ces propriétés.

## Lecture d'un diagramme

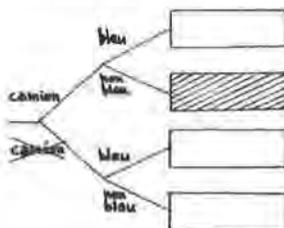
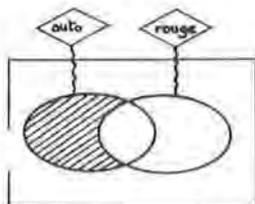
*Après deux ans d'utilisation des différents diagrammes, comment l'enfant en perçoit-il les différentes parties, de façon globale et sans support matériel : Certaines représentations sont-elles plus « lisibles » que d'autres ?*

*La série 12 A et B présente à l'enfant, successivement, différentes parties hachurées de diagrammes en arbre, de Venn ou de Carroll. Dans chaque cas, il s'agit d'un classement effectué selon deux critères. La situation est présentée par l'enseignant, par exemple: « On a classé des véhicules, dans cet ensemble il y a les autos, dans celui-là il y a les véhicules rouges. Dis-moi ce qu'il y a ici. » L'enfant décrit alors oralement la partie hachurée, en compréhension ou par énumération selon ses possibilités.*

*(Analyse et rédaction: Mmes C. Naef et M.-T. Lugon, Valais. 58 élèves ont répondu aux questions de cette série)*

## Analyse des résultats

L'intersection de deux sous-ensembles est très facilement reconnue par les élèves (95 % selon le diagramme de Venn, 100 % dans un classement en arbre). Les difficultés apparaissent dès que la partie hachurée est moins évidente:



### 12A c

- réponse globale 38 él. (45 %)
  - «auto(s) non rouge(s)»
  - 7 élèves emploient le singulier
  - 31 élèves emploient le pluriel
- énumération des objets 4 él. (5 %)

#### Exemples:

— «autos bleues, autos jaunes et autos noires»

- Réponse partielle 3 él. (4 %)
  - Description d'un seul objet du sous-ensemble donné

#### Exemple:

«une auto bleue»

- Réponses fausses 40 él. (47 %)

#### Exemples de fautes:

- «autos» (28 él.)
- «auto rouge» (5 él.)
- «auto bleue, rouge, jaune, noires» (3 él.)
- divers (4 él.)

### 12B c

- 77 él. (91 %)
  - «camion(s) non bleu(s)
  - 24 au singulier
  - 53 au pluriel
- 3 él. (4 %)
  - «camions jaunes, noirs, rouges»

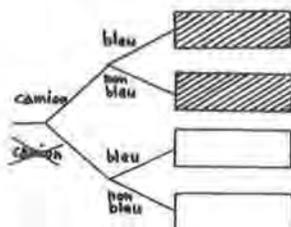
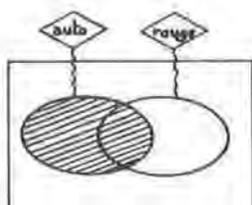
— «camions jaunes, noirs, rouges»

- 3 él. (2 %)
  - «un camion rouge»

— «un camion rouge»

- 3 él. (4 %)
  - «camion bleu»
  - «camion bleu, rouge, jaune, noir»
  - «camion, auto, vélo, remorque non bleus»

- «camion bleu»
- «camion bleu, rouge, jaune, noir»
- «camion, auto, vélo, remorque non bleus»



### 12A e

- réponse globale 27 él.  
«les autos», «des autos», (32 %)  
«toutes les autos»
- réunion de deux plages disjointes 11 él.  
(13 %)  
«autos rouges et autos non rouges»
- réunion de deux sous-ensembles inclus 12 él.  
(14 %)  
«autos et autos rouges»
- énumération de tous les objets 11 él.  
(13 %)

#### Exemples:

- «les autos rouges, jaunes, noires, bleues»

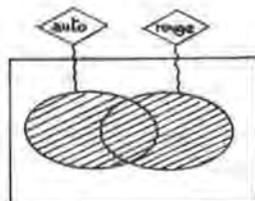
- réponses fausses 24 él.  
(28 %)

#### Exemples:

- «auto rouge» (15 él.)
- «autos, motos, camions, vélos, remorques» (3 él.)
- divers (6 él.)

### 12B e

- 10 él.  
«les camions», «des camions», «tous les camions» (12 %)
  - 68 él.  
(80 %)  
«camions bleus (et) camions non bleus»  
«camions bleus ou non bleus»
- Les deux-tiers des élèves emploient le pluriel. 47 élèves utilisent explicitement le «et», 4 seulement le «ou».
- 7 él.  
(8 %)  
— «camions bleus, rouges, jaunes, noirs»



	bleu	non bleu
camion		
camion		

### 12A f

- réponse globale 7 él.  
(8 %)

Exemples:

- «autos ou rouges» (1 él.)
  - «autos ou véhicules rouges»  
(1 él.)
  - «les autos et les rouges (5 él.)
- réunion de trois sous-ensembles à l'aide de «et» ou montrés successivement du doigt. 38 él.  
(45 %)
- Les trois sous-ensembles ne sont pas toujours disjoints.

Exemples:

- «autos rouges, autos et rouges»
  - «tout ce qui est rouge, les autos rouges et les autos non rouges»
  - «autos, autos rouges au milieu, de l'autre côté des véhicules rouges»
  - «les autos jaunes, bleues, noires; les rouges dans le croissant; des camions rouges, des remorques rouges, des vélos rouges»
- réunion de deux sous-ensembles disjoints ou non 21 él.  
(25 %)

Exemples:

- «les autos et les véhicules rouges»
- «toutes les autos et les motos, vélos rouges»

### 12B f

- «camion(s) ou bleu(s) 4 él.  
(5 %)

- «camion(s) ou bleu(s)

58 él.  
(63 %)

Les trois sous-ensembles sont toujours disjoints

- «camions bleus et camions non bleus et non camions bleus»
- «camions bleus; camions rouges, jaunes, noirs; motos, vélos, remorques bleus»

— réponses fausses	19 él. (22 %)	23 él. (27 %)
<i>Exemples:</i>		
— «autos rouges» (9 él.)		— description des 4 plages (5 él.)
— «non auto et non rouge» (2 él.)		— «véhicules bleus ou non bleus» (3 él.)
— «véhicules» (4 él.)		— «véhicules bleus et non bleus» (3 él.)
— divers (4 él.)		— description de 2 plages (3 él.)
		— «véhicules» (4 él.)
		— divers (5 él.)

## REMARQUES GENERALES

Le type de diagramme utilisé a une influence très nette sur les réponses. Le diagramme en arbre, avec ses plages bien distinctes et la lecture aisée des rubriques de classement favorise l'apparition de la réponse «camion non bleu» (91 %), par rapport à «auto non rouge» (45 %), exprimé sur un diagramme de Venn (12A c et 12B c). D'autre part, s'il est plus difficile de trouver l'ensemble des «camions» selon un diagramme en arbre (12 %), que l'ensemble des «autos» selon Venn (32 %), les réponses énumératives sont toutes correctes avec l'arbre, alors qu'il y a 28 % de fautes sur le diagramme de Venn (12A e, 12B e). Les comparaisons entre Carroll et Venn (12A f, 12B f) à propos de la réunion de deux ensembles non disjoints montrent également que le tableau de Carroll favorise la lecture «plage par plage».

Dans l'esprit des élèves, la perception des sous-ensembles supplante celle de l'ensemble qu'ils constituent. Lorsqu'il s'agit de reconnaître l'ensemble des «autos» ou celui des «camions» (en 12A e et 12B e), la grande majorité des élèves le conçoivent comme réunion de leurs deux parties, déterminées par le second critère (couleur): Dans l'arbre, la séparation en deux rectangles distincts de l'ensemble des camions incite effectivement les enfants à une description par parties (80 %); dans Venn, la «patate» des autos a conservé son intégrité, elle n'est divisée que par la branche de la seconde «patate». Pourtant, 32 % seulement des enfants font abstraction de cette branche perturbatrice et répondent globalement «Les autos»; 40 % décrivent correctement cet ensemble, par partie, et 28 % échouent.

La réunion de deux ensembles n'est pas perçue comme un nouvel ensemble du référentiel, mais bien par la juxtaposition de ses parties constitutives: l'intersection (lorsqu'elle existe) et les deux différences.

## Coopération internationale

Nous avons reçu de l'association *Activités et recherches pédagogiques (ARP)* que préside Jean Sauvy, la proposition suivante:

Il s'agirait de recueillir, dans différents pays, une statistique des mensurations d'un certain nombre d'enfants.

La pré-enquête faite en France a montré tout l'intérêt de cette activité pour les élèves. A partir des données recueillies peut s'élaborer un fructueux travail de comparaison, de statistiques et de calcul.

Pour rendre le travail plus riche, il serait intéressant que l'ensemble des classes d'une école contribue à cette enquête. Vous recevrez ensuite les résultats obtenus par vos collègues d'autres pays.

Voici un exemple du tableau récapitulatif des résultats ainsi que la formule d'enquête. La rédaction de Math-Ecole transmettra volontiers à l'ARP les données que vous voudrez bien lui communiquer.

RH

Enquête anthropométrique Internationale

"Mesures du corps humain"<sup>2</sup>

Attention ! Toutes mesures exprimées en centimètres.

Prière de retourner à  
Activités Recherches Pédagogiques (A.R.P.)  
27, avenue du 11 novembre  
92190 MEUDON (FRANCE)

Initiales (Prénom - Noms) : .....

Sexe : Femme  Homme

Nationalité : .....

Age : .....(ans)

1. Taille debout : .....



(Pour les moins de 15 ans seulement)

2. Envergure : .....



3. Hauteur du nombril au-dessus du sol : .....



4. Empan : .....



5. Longueur du pied : .....



6. Dimension de la tête : .....



\* Cette enquête a pour objectif de constituer une "base de données" à des fins strictement pédagogiques.

Tableau récapitulatif - Summary table

Numéro d'ordre Identification number	Initiales First letter name	Sexe		Age (ans) (years)	Nationalité Nationality	Centimètres - Centimeters						
		F F (mettre une croix) (write a cross)	H M			1	2	3	4	5	6	

1. Taille debout - Height standing; 2. Envergure - Horizontal spread; 3. Hauteur du nombril au-dessus du sol - Height of navel upon the ground level; 4. Empan - Span of the hand; 5. Longueur du pied - Length of the foot; 6. Dimension de la tête - Height of the head
- Prière de retourner à - Please return to : Activités Recherches Pédagogiques (A.R.P.), 17 avenue du 11 novembre  
2190 MEUDON (FRANCE)



Mademoiselle  
 Françoise WARIDEL  
 Rue de la Maison-Rouge 1  
 1400 YVERDON

## TABLE DES MATIERES

Editorial . . . . .	1
L'amitié n'exclut pas la qualité et l'efficacité..., <i>A. Boget et N. Guillet</i> . . . . .	3
Mesures, <i>A. Ferrario</i> . . . . .	4
Découverte de l'espace, <i>J.-J. Walder</i> . . . . .	9
Interrogation individuelle des élèves, <i>F. Jacquet</i> . . . . .	12
Coopération internationale . . . . .	31

**Comité de rédaction:**

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet,  
 L. Biollaz, F. Brunelli, A. Calame,  
 D. Froidcœur, G. Guélat, R. Hutin,  
 F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.

**Rédacteur-responsable:** R. Hutin

**Abonnements:**

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—,  
 CCP 12-4983. Paraît 5 fois par an.  
 Service de la Recherche Pédagogi-  
 que; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève.  
 (Tél. (022) 35 15 59).

**Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983**