

LABO-MATHS

Thierry Dias

HEP Vaud & groupe DDMES¹

L'objectif de cette rubrique « labos-maths » est de proposer aux enseignants des situations de recherche assez ouvertes afin qu'ils puissent les explorer avec leurs élèves. Il ne s'agit donc pas de faire faire des problèmes au sens où on l'entend habituellement. Ainsi, si le contexte de la recherche est imposé, les questions à poser et les démarches de travail envisagées peuvent être diverses et donc adaptées à plusieurs niveaux de classe. Il n'y a pas de consigne privilégiée qui laisserait entendre qu'il existe une réponse attendue. La rubrique propose des situations d'investigations pour lesquelles il n'est pas non plus fourni d'analyse a priori. Nous engageons les enseignants à faire faire des expériences et des découvertes mathématiques à leurs élèves en parcourant parfois des chemins inattendus, parfois des impasses provisoires. L'enseignant ne sera pas le seul pilote de la résolution, il pourra lui aussi être surpris des découvertes mais sera avant tout un témoin privilégié du potentiel de ses élèves à construire des connaissances mathématiques.

La finalité de la rubrique tient également dans la possibilité d'une communication entre les enseignants. Nous proposons effectivement à celles et ceux qui le souhaitent de témoigner de leurs expériences en narrant leurs découvertes, leurs surprises et les difficultés rencontrées. Ainsi un enseignant peut expliquer comment il a posé le problème, avec quelle(s) consigne(s) et pourquoi il a choisi certaines questions et pas d'autres. Il pourra également témoigner de sa réflexion sur le travail de ses élèves, analyser le dialogue en classe ou présenter les perspectives qui résultent de ses expériences mathématiques.

¹ Le groupe Didactique Des Mathématiques et Enseignement Spécialisé est une équipe de recherche suisse romande.

Les problèmes de cette rubrique « labo-maths » peuvent se résoudre collectivement au sein de véritables petits laboratoires de mathématiques². Ils ne doivent pas donner lieu à une compétition quelle qu'elle soit, ce sont plutôt des occasions de mener des recherches collaboratives au sein de jeux de tâches³.

TRAPÉZOÏDONS !

LA RECHERCHE

Olga est une petite fille qui aime faire la fête ! C'est bientôt son anniversaire... Elle aimerait organiser un goûter dans son jardin car c'est le printemps. Elle souhaiterait inviter beaucoup de monde : sa famille et ses amis. Malheureusement il n'y a pas assez de tables dans sa maison, elle a donc décidé d'en louer. Comme Olga est originale, elle a choisi des tables qui ont toutes la même forme : celle d'un trapèze. Elle les trouve plutôt jolies :

Les trois petits côtés sont de même longueur, le grand côté mesure le double d'un petit côté.



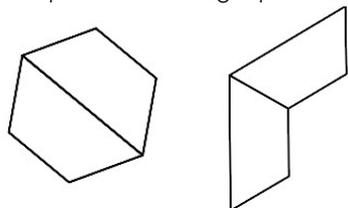
Autour de ces tables on peut installer une personne sur chaque petit côté et 2 personnes sur le grand côté. Dans son jardin, Olga cherche à organiser ses tables afin de faire un bel effet à ses invités. Elle s'impose la règle suivante : on assemble les tables selon la longueur des côtés. Ainsi un petit côté d'une table doit toujours toucher un petit côté, et ce sera la même chose pour le grand côté qui doit toujours être assemblé avec un autre grand côté.

Vous pouvez commencer en faisant un peu de géométrie : faites par exemple chercher tous les assemblages possibles et tous ceux qui ne le sont pas pour un nombre de tables donné. Ça, c'est assez facile, surtout avec un petit nombre de tables. En revanche, si l'on prend comme contrainte qu'Olga sou-

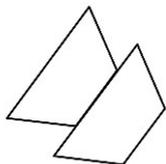
² Voir : Dias, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Magnard. Paris.

³ Voir : Favre, J. M. (2008). *Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé*. Grand N., 82, 9-30.

exemples d'assemblages possibles :



exemple d'assemblage impossible :



haïte réaliser des assemblages symétriques, la question sera moins facile.

Pour faire des recherches amusantes, on peut imaginer qu'elle loue par exemple 6 tables en essayant alors de répondre à certaines des questions qui suivent. De combien de façons différentes peut-on assembler les 6 tables (en les accolant ou non) ? En occupant toutes les places, combien de personnes peuvent s'installer dans chaque assemblage trouvé ? En imaginant que l'on invite en fonction des places disponibles, quel assemblage permet le plus petit nombre d'invités possible ? Quel assemblage permet le plus grand nombre d'invités possible ? Y a-t-il plus d'un assemblage possible pour un nombre d'invités donné ?

Vous pouvez également faire des mathématiques un peu plus compliquées en choisissant un plus grand nombre de tables louées ou en augmentant le nombre d'invités. On peut aussi demander aux élèves s'il existe-t-il un nombre minimum de tables à louer en fonction d'un nombre d'invités donné ?

PILOTAGE DE LA CLASSE

Vous pouvez bien entendu permettre à vos élèves de travailler en petits groupes, mais vous êtes libre de choisir les dispositifs qui vous conviennent le mieux. Passez le temps nécessaire à discuter des consignes de ce problème avec vos élèves, ceci vous donnera l'occasion de vous assurer qu'aucune difficulté de compréhension ne vient nuire inutilement à la recherche mathématique. Mais il faut éviter de donner trop de conseils.

Quand les élèves commencent le problème, chaque assemblage trouvé nourrit la recherche et leur donne des idées pour trouver d'autres solutions. Laissez-leur un temps d'exploration suffisant pour qu'ils puissent dépasser les configurations les plus évidentes. Ils sauront sans aucun doute trouver de nouveaux assemblages intéressants même s'ils pensent parfois être « bloqués » un certain temps pensant qu'il n'y a plus rien à trouver. Si certains de vos élèves sont en difficulté avec le dessin des trapèzes, n'hésitez pas à leur fournir des gabarits en carton voire même à utiliser un matériel en plastique adéquat. Les expériences n'en seront que plus riches !

Laissez-les remarquer en action les spécificités de cette figure géométrique particulière qu'est le trapèze isocèle : axe de symétrie, parallélisme, isométrie, longueur double du grand côté par rapport au petit (dans ce cas particulier). Il n'est pas absolument nécessaire de nommer ces propriétés, selon l'âge des élèves de simples expériences sensibles peuvent suffire. Vous pouvez inciter les élèves à garder une trace graphique de l'ensemble des configurations en fonction du nombre de tables choisi. Les figures géométriques ainsi réalisées sont complexes et peuvent donner lieu à des activités de reproduction ou de description par exemple.

Après avoir laissé un temps de recherche suffisant concernant les configurations spatiales vous pouvez orienter le problème dans le champ numérique. « Avez-vous trouvé de nombreux assemblages ? Super ! Maintenant pouvez-vous dire combien d'invités peuvent inviter Olga avec chacun de vos aménagements ? » Le dénombrement des places dépend bien entendu des choix d'assemblage des tables entre elles, mais des régularités numériques existent. Laissez-les alors découvrir progressivement les relations qui existent entre les configurations et le nombre d'invités, ou entre le nombre de places indisponibles en fonction des configurations. Le dénombrement des places qui peuvent être occupées par les invités possède un maximum par table assez facile à déterminer, en revanche cette valeur extrême est plus intéressante à chercher lorsqu'on assemble les tables entre elles.

Il peut être également très intéressant d'imposer des contraintes « sociales » du genre : « aucune table ne doit être isolée » ou « les invités d'un groupe de tables ne doivent pas se tourner le dos ».

Si vos élèves sont plus grands et ont des connaissances mathématiques plus importantes, n'hésitez pas à leur lancer de nouveaux défis en augmentant par exemple le nombre de tables louées : les possibilités d'assemblages augmentent-elles proportionnellement avec le nombre de tables louées ? Vous pouvez également imposer un grand nombre d'invités et demander : « Combien de tables sont nécessaires au minimum pour recevoir 150 personnes qui auraient toutes une place ? » Ce type de question éloigne volontairement la recherche du contexte graphique car il sera très difficile de dessiner les solutions !

Pensez à recueillir le travail des élèves, prenez des notes sur les interactions qui ont eu lieu, sur la variété des approches des élèves que vous avez observées dans votre classe. Toutes ces informations peuvent toujours être utiles pour mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves mais aussi pour évaluer leurs connaissances et leur potentiel à apprendre en mathématiques. N'hésitez pas à adapter le problème au niveau et à l'expérience de vos élèves. Dans votre réflexion sur votre expérience avec ce problème, gardez par exemple à l'esprit les questions suivantes :

- Quelles difficultés ont eu les élèves dans la compréhension du problème ?
- Comment les élèves ont-ils abordé cette tâche ?
- Quelles stratégies les élèves ont-ils essayées ?
- Y a-t-il des réponses d'élèves ou des interprétations qui vous ont surpris ?

OÙ SONT LES MATHS ?

Mireille Cherix, gymnase du Bugnon, HEP Vaud, groupe DDMES

Les connaissances mathématiques utiles pour effectuer les recherches proposées dans ce problème dépendent bien entendu des questions qui sont posées. Néanmoins, on peut dire que cette situation comporte deux enjeux dont l'un est ma-

jeur : celui qui se situe dans le domaine du pavage du plan. L'autre enjeu se situe en numération, mais il est moins important.

Ce problème demande aux élèves de découvrir et d'organiser des données collectées dans le contexte de la construction et l'analyse de figures géométriques. Il est aussi relié aux questions d'aire et de périmètre que les élèves rencontreront dans leurs expériences mathématiques futures (par exemple le fait que des objets d'une même aire peuvent avoir différents périmètres). Une erreur fréquente est la confusion entre aire et périmètre. À travers leur travail dans ce problème, les élèves utiliseront le concept de périmètre pour analyser et comparer les types d'arrangements de tables. Le lien entre l'arrangement des tables et le nombre d'invités permet aussi de travailler la notion d'optimisation, essentielle dans beaucoup de problèmes d'applications des mathématiques.

PARTAGEZ VOS EXPÉRIENCES

Savoir comment vos élèves répondent à ce problème nous intéresse beaucoup. Nous sommes également curieux de connaître les explications, les justifications et les raisonnements que font vos élèves. Si vous le souhaitez, nous serons donc ravis de recevoir vos idées et vos réflexions.

Vous pouvez ajouter à votre envoi toutes les informations concernant la manière (ou les manières) dont vous avez choisi de poser le problème, des travaux d'élèves et même des photos montrant vos petits chercheurs en action. Envoyez vos résultats en indiquant votre nom, le niveau de votre classe, ainsi que les coordonnées de votre établissement à l'adresse suivante :

Math-Ecole, Université de Genève/FAPSE,
40, Boulevard du Pont-d'Arve, PAVILLON
MAIL, 1204 Genève

ou par mail à : mathecole@srdm.ch

Avec votre accord, quelques-uns de vos envois seront publiés dans un numéro ultérieur de la revue Math-Ecole. Vos noms et coordonnées d'établissement seront bien entendu indiqués dans l'article correspondant.