

# À L'ANGLE DROIT AVEC UN ENFANT AVEUGLE DE NAISSANCE

Jean-Daniel Monod

Groupe DDMES<sup>1</sup>

## POUR RAPPEL

Au cœur des préoccupations du groupe DDMES se pose la question de l'expérience et de son rapport avec le savoir mathématique. Nous considérons en effet que l'on n'accède jamais directement aux objets mathématiques et que, par conséquent, la connaissance mathématique est toujours référée à quelque expérience tangible.

Dans l'enseignement spécialisé, nous espérons trouver, dans l'expérience, des moyens d'enseigner les mathématiques à des élèves qui ont accumulé des retards notables dans leurs apprentissages scolaires. Le défi est d'autant plus grand si l'on souhaite y parvenir sans faire trop injure à l'âge des élèves, leur pensée ou leurs intérêts.

## INTRODUCTION

La narration qui suit concerne des observations au sujet des interactions avec du matériel de géométrie d'un enfant d'une dizaine d'année, non voyant de naissance, élève du CPEHV (Centre Pour Enfants Handicapés de la Vue) à Lausanne.

Cette rédaction est exempte de références

<sup>1</sup> Le groupe de recherche ddmes (didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé) est composé de chercheurs, de formateurs et d'enseignants spécialisés : Christian Cange (Institut Pré-de-Vert, Rolle), Mireille Cherix (Gy Bugnon), François Conne (Groupe DDMES, Etoy), Luca Del Notaro (Ecoles primaires, Genève), Philippe Depommier (Ecoles secondaires, Pully), Stéphanie Dénervaud (Eben-Hézer), Thierry Diaz (HEP-Vd), Jean-Michel Favre (CFPS du Château de Seedorf, Noréaz), Delphine Jean Richard (CPEHV, Lausanne), Céline Venadeira-Maréchal (DiMaGe, FPSE, Université de Genève), Jean-Daniel Monod, (Groupe DDMES, Bussigny), André Scheibler (groupe DDMES, Aigle), Jimmy Serment (Ecoles secondaires, Pully).

théoriques pour ne pas en briser la structure narrative. Son but est d'inviter les enseignants à mettre en œuvre une suite de tâches en étant stimulés, je l'espère, par la description de celles qui sont choisies ici.

## NARRATION DE DEUX SÉANCES DE GEOMETRIE

1ÈRE SÉANCE : TRAVAIL AVEC DES FORMES EN CARTON ÉPAIS

### MATÉRIEL

Cadre pour photos en bois avec moulures.  
Cartons fort A4, tapis de découpage, cutter.

Formes prédécoupées en carton léger : triangles équilatéraux, carrés, rectangles, trapèzes, losanges, parallélogrammes.

### INTENTIONS

Lors d'un précédent travail avec Ben<sup>2</sup>, qui date de plus d'un an, j'avais vécu la surprise de l'entendre décrire un angle droit comme le rebord d'une table ou comme le rebord d'une planche découpée en biseau, ou même le rebord d'une corniche en quart de rond. J'en ai inféré que sa notion d'angle droit était associée aux objets ayant un rebord rectiligne.

Poursuivant l'exploration sur cette voie, Ben avait rencontré des rectangles à 4 angles droits, rassurants, et des triangles à 3 angles droits, complètement choquants pour un non mathématicien. Rappelons que pour un mathématicien des triangles à 3 angles droits sont fréquents sur une sphère, mais pas sur une surface plane...

La notion d'angle droit était solidement installée pour des objets familiers, ainsi au coin d'une table, Ben en parcourant le bord avec la main rencontrait un angle droit puis un autre, en suivant le bord de la fenêtre aussi et le bord de la porte de classe itou.

Fort de cette connaissance, je me suis invité avec l'intention de voir l'évolution de sa notion d'angle et d'angle droit en particulier.

<sup>2</sup> Ben est un prénom d'emprunt. Toute précision supplémentaire concernant son âge ou son enseignant de référence pourrait le faire reconnaître au vu des petits effectifs des classes de cette structure d'école.

## SUIITE DES TÂCHES

Je lui présente le cadre pour photos avec moulures, il s'en saisit et dit que c'est un carré.

Je lui demande pourquoi.

*Et ben il y a deux côtés qui avancent la même chose devant moi et deux autres qui sont la même chose devant moi.*

*Comment en être sûr ?*

*Ben : si c'était un rectangle il y aurait deux côtés plus longs.*

Je lui demande de caresser les moulures du cadre, pour voir s'ils sont droits et il me dit :

*Non, là c'est rond.*

Sa notion d'angle a évolué, il ne décrit plus un rebord rectiligne comme un angle droit.

Poursuivant la tâche, je lui demande de toucher un carton placé dans le cadre et de dire ce que c'est. Face à un rectangle il dit carré, face à un carré, il dit carré. Je lui demande combien ces formes ont d'angles. Il les parcourt du doigt :

*Le rectangle a 4 côtés, le carré en a 5.*

Il y en a un qu'il compte deux fois.

Je lui propose de tenir un « coin » de la forme en carton avec la main gauche et de parcourir son bord avec la main droite.

*Il a 4 côtés.*

Ensuite je passe à des formes plus complexes, pentagone, hexagone, heptagone. Il compte les côtés, à 5 il dit pentagone, à 6, hexagone et à 7 me demande comment on l'appelle. Je dis heptagone, mais sans intention d'enseigner.

Je passe aux angles. Je lui demande de décrire la forme des angles. Sans hésiter il me parle de quelque chose qui a deux bords, il mime la chose avec les mains. On passe à la forme en carton. Où sent-il un angle droit ?

Les coins dont l'angle au sommet est légèrement obtus sont appelés droits comme les « vrais » angles droits, les coins dont l'angle au sommet est plus aigu sont rejetés car trop mou au toucher, ils s'écrasent sous la pression de l'index qui cherche à en faire le tour.

En manipulant diverses formes il décrit des

pentagones à 4 angles droits et même un hexagone à 6 angles droits. Mais cela lui paraît bizarre, dit-il.

Au fond, c'est quoi vraiment un angle droit ?

Il me propose la direction du bord de la table touchant son ventre et la direction de son bras tendu en face de lui. Je lui demande de réaliser cela avec deux baguettes. Il les place dans les directions qu'il vient de décrire.

Je lui propose un critère pour savoir si un angle est droit : planter une baguette sur la table comme un poteau et l'autre couchée sur la table avec des extrémités qui se touchent.

Ensuite j'appuie les coins en carton contre ce montage pour voir si cela coïncide.

On teste cette méthode sur diverses formes en carton. Bien que j'assure la pointe de la baguette verticale moi-même le dispositif présente des limites au toucher. Il faut que les coins du carton présentent des angles au sommet de mesure sensiblement différente de  $90^\circ$  pour que Ben puisse affirmer :

*Là ce n'est pas un angle droit.*

Je propose autre chose : fabriquer un triangle avec deux angles droits. Ben pense que c'est possible. Je lui présente un carton en forme de quadrilatère avec deux angles droits. Il en fait le tour, hésite, puis me dit :

*Ce n'est pas un triangle.*

Je lui demande pourquoi.

*Il n'a pas 3 côtés, il en a 4.*

*Et alors qu'est-ce que c'est ?*

*Je ne sais pas mais ce n'est pas un carré.*

Je lui présente alors un grand carton en forme de triangle isocèle avec deux angles quasi droits. Il me dit :

*Il a deux angles droits, ça joue.*

*Tu es sûr ?*

On vérifie avec trois baguettes, une courte posée sur la table et les deux autres placées à ses extrémités, à la quasi verticale. Ben les frôle en s'éloignant de la table :

*Là ça joue pas, il faut un peu courber les baguettes pour qu'elles se touchent.*

Je résiste en disant que ce n'est plus un

triangle alors. J'insiste :

*Y a-t-il des triangles avec deux angles droits ?*

*Alors là vous me posez une colle ? Je ne suis pas sûr.*

Je réponds qu'au vu de notre expérience la question reste ouverte.

La séance se termine par un jeu de robot. Je découpe des cartons à coups de traits rectilignes au cutter en demandant à Ben de me guider pour réaliser un triangle, un carré, un pentagone, ou ce qu'il veut, en respectant la règle : une fois que j'ai commencé à tracer un segment il doit dire si je dois tracer un angle droit, ou non, à chaque arrêt de mon cutter.

Il prédit la forme découpée et il vérifie avec son doigt. Cela correspond parfois, parfois non.

Ben rit et moi aussi. On poursuit encore en observant le trou que laisse la découpe dans le carton support.

Si la découpe est à angle droit, le trou a aussi un angle droit. Sinon, quand la forme découpée a un angle qui sort de la forme (je l'interprète comme obtus) le trou du carton a un angle qui rentre dans la forme. Spécial affirme Ben.

En rejoignant la salle de classe avec lui, je profite de lui demander de montrer un angle droit sur la porte juste avant de l'ouvrir. En palpant un rebord, il me dit *non ce n'est pas un angle droit* ; il longe ce rebord vertical de la porte, arrive à la limite et touche le rebord horizontal : *là il y a un angle droit.*

#### OBSERVATIONS

Ben parle de l'angle comme quelque chose qui a deux bords.

Un « coin » est un angle droit.

Un triangle est rapidement reconnu et décrit.

Un triangle avec un angle droit est reconnu aussi.

On a essayé de construire un triangle avec deux angles droits, Ben pensait qu'on pouvait essayer, mais on n'y arrive pas avec un carton. Par contre avec trois bâtonnets en

bois on arrive presque, car si on assure la verticalité d'un premier bâton et celle d'un second à proximité, on plie un peu pour les réunir au bout !

S'il touche un objet à bord rectiligne, il va chercher un angle droit à une extrémité de l'objet comme en suivant le bord d'un rectangle.

Avec mes mots je dirais : d'abord il perçoit une ligne droite, puis atteint une limite entre matière et vide et doit changer de direction. Comme la plupart des objets architecturaux sont rectangulaires (plutôt Le Corbusier que Steiner) il conclut qu'il rencontre un angle droit.

*Comment garantir un angle droit ? Utiliser un carré.*

Un carton A4 est un carré tout comme un carton carré : limite de perception manuelle sans contrôle visuel. Même si pour Ben un carré a tous ses côtés égaux et un rectangle deux côtés plus longs que les deux autres.

Un coin en carton est perçu comme plus ou moins pointu. Le plus pointu est l'angle droit. Les angles plans dont la mesure est plus petite que  $90^\circ$  sont reconnus comme moins pointus, ce qui constitue une surprise pour un voyant, mais cela s'explique car le carton s'écrase sous la pression de l'index. Les angles-plans de mesure plus grande que  $90^\circ$  sont reconnus, car quand on suit le bord de la pièce en carton avec le doigt, on ne sort pas de la pièce. Pour les angles-plans de mesure plus petite que  $90^\circ$ , Ben dit que *l'on rentre dans la pièce, on fait une sorte de trou.*

Ben ne signale à aucun moment avec qui il a appris quelque chose au grand étonnement de son éducatrice qui me raconte que Ben dit très souvent à ses profs *ah !, ça j'ai appris avec Sabrina, ça avec Magali, ça avec, ...*

Ses connaissances géométriques locales ont-elles évolué en savoir ou n'y a-t-il que des accords verbaux sur des registres de réalité différents ?

## 2E SÉANCE : TRAVAIL AVEC DES FEUILLES PLIABLES À LA MAIN.

### MATÉRIEL

Papier A4 très léger.

Papier légèrement cartonné découpé en formes arrondies, cadre photo en bois.

Formes prédécoupées en carton léger : triangles équilatéraux, carrés, rectangles, trapèzes, losanges, parallélogrammes.

Ciseaux.

### TÂCHES

Reconnaissance du cadre carré ou rectangle, critère ? Reconnaissance des angles droits.

Pliage en deux : reconnaissance d'une ligne droite.

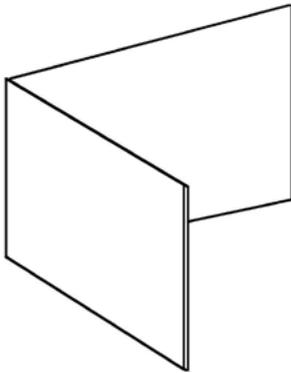


Image 1

Pliages en deux (deux fois pli sur pli) : fabrication d'un angle droit, vérification par dépose verticale (comme un paravent dont l'axe est le deuxième pli) sur une table.

Ajustement de la feuille pliée en 4 avec des « coins » de formes en carton.

Détection des angles droits et des autres : les non droits.

Pliage, puis second pliage, pli sur pli ou non, découpe des coins et comparaison entre les pièces découpées et les « trous » obtenus.

### DÉROULEMENT

Je retrouve Ben dans un coin de la bibliothèque. Je lui présente le cadre photo et lui demande ce que c'est :

*Un carré.*

*Comment en être sûr ? Rectangle ou carré ?*

Il parcourt le pourtour avec un doigt.

*C'est un rectangle.*

*Pourquoi ?*

*Deux côtés plus longs que les deux autres.*

*OK mais pourquoi pas un losange ?*

*Ben : parce que là c'est droit (il me montre un coin qu'il caresse avec le pouce).*

*Comment être sûr que c'est droit ?*

*Ben : là vous me posez une colle.*

Je propose donc un moyen pour être sûr d'avoir un angle droit : le double pliage pli sur pli.

Ben empoigne une feuille A4 qu'il plie bord sur bord, il marque le pli :

*Ça fait quelque chose de tout droit.*

Je lui demande si ça fait un angle. Si le pli est bien marqué, *non*.

Il replie la feuille bord sur bord, mais différent du premier pli. Il marque le pli. Il caresse la feuille pliée.

*Elle a 4 angles droits.*

Pour être sûr, je place la feuille pliée debout sur ses plis, comme un paravent. Je lui demande de sentir la surface de la table, puis le pli (vertical).

*Quel angle y a-t-il ici ?*

*Vous me posez une colle.*

Comme pour les baguettes de la dernière séance, je lui dis que cela fait un véritable angle droit entre la table et le pli.

Il tâte, mais en tâtant le long du pli vertical et ensuite la table on est dans un creux à l'intérieur du paravent. Il hésite, alors qu'en tâtant l'angle du paravent à l'extérieur on est dans un angle saillant, il manifeste un grognement de satisfaction.

Je lui présente cette fois une feuille préalablement découpée avec des bords ronds et lui demande de refaire le double pliage pli sur pli.

Après hésitation due à la recherche des bords correspondant comme pour une feuille A4, et avec mon aide, et un double-pli, il obtient un « coin de papier » de même

forme que le premier.

Spontanément, il caresse le pourtour de la feuille pliée et ne repère rien. En mettant le doigt sur le coin droit, il reconnaît un angle droit.

Je lui propose de refaire l'expérience avec une autre feuille ronde. Même démarche, mais il n'hésite plus à plier en deux sans s'occuper des bords. Le résultat ressemble aux deux précédents. Il dit :

*Ça fait un angle droit.*

Mais est-ce pour me faire plaisir ? Y a-t-il malentendu ? Comment pourrait-il en être sûr sans reconnaissance visuelle ? Et sans reconnaissance manuelle par superposition des coins en papier ? Aurait-il le doute du mathématicien débutant : tous les angles droits sont-ils égaux ?

J'évite cette piste pour cette séance, réservant cette question fondamentale à plus tard avec la situation d'un triangle à deux angles droits.

Comment utiliser ce pliage comme dispositif qui fait voir des phénomènes ?

Je présente diverses formes en carton en lui demandant de juxtaposer le coin du modèle avec chacun des coins du carton. Il passe et repasse les doigts sur les bords du carton et les bords de la feuille, la feuille bouge, il est troublé.

*Là il y a un angle droit, là il n'est pas droit.*

Comment en être sûr sans vérification visuelle ?

Je me résous à maintenir la feuille fixée sur le carton lorsqu'il le manipule pour diminuer le trouble. Il manifeste un contentement : *comme ça j'arrive mieux*. Un trapèze en carton avec deux angles droits est correctement décrit. Avec d'autres formes en carton le travail se poursuit : les angles obtus sont repérés comme non droits. Les aigus sont un peu camouflés par la feuille modèle et Ben hésite : *là je ne sais pas*.

Je me rends compte des limites du modèle de la feuille pliée en 4 quand il s'agit de l'utiliser à l'aveugle, c'est-à-dire avec la palpation comme seul moyen d'essai et de vérification.

A l'avenir je pense à apporter une belle

équerre en bois verni et de m'assurer que la superposition bord à bord présente un argument valide, aussi bien pour Ben que pour moi, d'être en présence d'un angle droit.

Pour la fin de la séance j'ai prévu de découper des coins de feuille pliée en double pli et d'observer les trous produits.

Première expérience : pli sur pli et découpe.

*Cela donne un ?*

*Carré !*

*Tu es sûr ?*

*Non il y a quelque chose en diagonale, ah, c'est un losange.*

*Oui, comment le sais-tu ?*

*Parce que c'est comme un carré, mais en diagonale.*

Malgré ma surprise je décide de ne pas m'arrêter sur une définition, car j'ai l'impression qu'il a un truc pour repérer les losanges, mais je n'ai pas envie de le percer maintenant.

J'ai l'intention d'observer les trous.

Deuxième expérience : plier deux fois pli sur pli et une 3e fois pli sur pli. J'aide à garantir le pli sur le pli. Ben coupe la pointe, ouvre et découvre un carré.

*Tu es sûr ?*

Il fait le tour avec les doigts.

*Non c'est pas un carré c'est un hexagone<sup>3</sup>.*

Je l'aide en marquant un sommet avec un doigt, il en fait le tour,

*Il y a six côtés.*

*Est-ce qu'il y a des angles droits ?*

*Non.*

Je propose de refaire le pliage, mais non pas pli sur pli. Ben découpe la pointe, il déplie la feuille :

*Il y a deux trous.*

Ben me dit :

*Vous devez bien vous marrer à faire des maths avec moi.*

<sup>3</sup> En fait il s'agit d'un octogone, mais Ben le nomme hexagone.

J'interprète sa réaction comme conséquence de sa surprise d'avoir observé deux trous au lieu d'un.

Je prends congé et le remercie pour son travail assidu.

## REMARQUES DE SYNTHÈSE

Le pliage avec une feuille A4 appelle d'ajuster les bords entre eux, de rabattre bord sur bord. Si la feuille est arrondie, Ben perd ses repères et dès le départ ne sait pas comment effectuer un pli. Le pliage au hasard d'une feuille de papier n'est pas spontané, il nécessite une intention ou invite à la prudence comme si la trace du pli empêchait un retour en arrière de l'action.

Le pliage effectué quand même avec une feuille ronde livre une forme avec un angle-plan identique à celui produit par la feuille A4, Ben reste perplexe. Au nom de quoi une seule expérience pourrait-elle le convaincre, même si selon certains cognitivistes, l'intuition géométrique serait universelle ?

Je suppose une évolution chez Ben du concept angle. Le bord d'un carton est accepté comme modèle, le rebord rectiligne d'un cadre ou d'une table n'est plus évoqué à aucun moment dans cette séance. Cela ne veut pas dire qu'il est abandonné pour autant. Le contexte feuille 2D et l'accès à la 3D par des pliages seulement lui permet de prendre de la distance avec sa représentation de l'angle droit comme rebord de table, voire même simplement de bout droit. Je fais comme si une feuille pliée deux fois, le deuxième pliage effectué pli sur pli pouvait servir de modèle de l'angle droit.

Il faudra y revenir avant de faire adopter l'équerre comme outil de vérification.

## CONCLUSION

Le lecteur pourrait très bien émettre d'autres remarques de synthèse à la suite du récit de cette expérimentation. Pour ma part je voudrais insister sur le caractère profond de la notion d'angle et en particulier d'angle droit. Ce n'est pas parce qu'on emploie couramment ces deux vocables qu'ils correspondent à une connaissance simple et solidement partagée. Lisez donc une défini-

tion de ces termes dans un dictionnaire de mathématiques pour vous en convaincre. Le travail avec un enfant aveugle met en lumière, au vu de l'impossible contrôle visuel, la part de connivence maître-élève que recèle l'emploi des mêmes mots pour désigner des réalités différentes et parfois contradictoires. Le fait de ne pas pouvoir se mettre d'accord en disant « tu vois bien que » aiguise la vigilance à propos des registres de pensée toujours différents entre élève et maître (ou expérimentateur).

Cela n'empêche pas d'avancer dans des apprentissages en imaginant une suite de tâches liées à des notions mathématiques à la fois profondes et élémentaires (la droite, les polygones, le cercle, ...) productrices d'expériences et d'y revenir pour tenter de comprendre ce qui se passe.

Le fait de rédiger une narration du déroulement de ces tâches est stimulant pour l'auteur et, je souhaite, que sa lecture le soit aussi pour le lecteur.