

ANALYSE DE L'ACTIVITÉ "TOURS DE PERLES"

Lionel Fontana et Anouchka Haifi-Blandin

Etudiants à l'Université de Genève

L'énumération, définie comme le parcours organisé d'une collection, n'est pas inné chez les jeunes enfants, mais est bien le résultat d'un apprentissage de différentes démarches qui peuvent être travaillées à l'école. Il nous a alors paru intéressant de développer une question de recherche portant sur la mobilisation de connaissances en lien avec l'énumération chez les élèves les plus jeunes pour résoudre l'activité « Tours de perles » (Bugnon, Choquet, Corthésy, 2006). Cet article présente tout d'abord notre analyse de cette activité, puis des éléments de notre observation de la réalisation de « Tours de perles » dans une classe.

PRÉSENTATION DE L'ACTIVITÉ

L'activité « Tours de perles » est conçue pour les classes de degrés 1P (4-5 ans) et 2P (5-6 ans) HarmoS. Les élèves ont à disposition une plaque de Sagex avec un certain nombre de cure-dents plantés (Image 1) ainsi qu'une boîte contenant un nombre déterminé de perles de couleurs différentes (deux à quatre couleurs différentes). Les élèves doivent construire un maximum de tours différentes de deux ou trois étages en enfilant les perles sur les cure-dents.

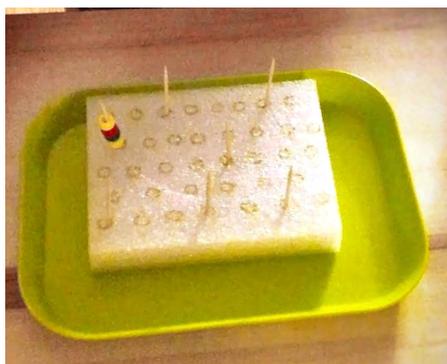


Image 1

ANALYSE DIDACTIQUE DE L'ACTIVITÉ

RÉSOLUTION DE L'ACTIVITÉ

Pour construire un (le) maximum de tours différentes, il faut s'assurer que toutes les tours sont différentes et que toutes les combinaisons sont représentées. L'unicité de chaque tour est plus facile à maîtriser si à chaque nouvelle tour on s'assure qu'elle est différente des tours déjà construites. Pour s'assurer que les combinaisons sont toutes représentées il faut s'organiser dans la construction de chaque nouvelle tour. Ces deux contraintes peuvent être maîtrisées par la mobilisation de connaissances liées à l'énumération. La collection des tours possible n'est pas disponible, elle est à créer. Construire toutes les tours de 3 étages avec 4 couleurs par exemple, revient à créer matériellement une collection, qui existe indépendamment de sa représentation matérielle. La création de la collection matérielle revient alors à parcourir la collection immatérielle (souvent inconnue), sans considérer deux fois le même élément, sans en oublier et de savoir quand on a terminé. Par exemple il est possible de s'organiser dans la construction en commençant par les tours avec des couleurs d'étages fixes (les deux premiers par exemple et le troisième variable). Cela permet de travailler sur des sous-collections de la collection de tours possibles. La résolution de l'activité revient alors à la reconstruction d'un ensemble de sous-collections.

ÉTUDE DES VARIABLES DIDACTIQUES

Plusieurs variables didactiques sont présentes dans cette activité. Nous avons choisi de présenter les quatre que nous avons fait varier au cours de sa réalisation en classe.

- le nombre de couleurs : plus il y a de couleurs à disposition, plus la collection à construire est importante. Ainsi, le nombre de combinaison de couleurs pour construire des tours (avec un nombre fixé d'étages) sera élevé. L'élève devra être organisé pour être sûr de ne pas construire deux tours identiques ou pour ne pas oublier une combinaison. Dans le cas de peu de couleur, la collection est plus petite l'organisation dans sa construction peut être optionnelle.

- le nombre d'étage de chaque tour peut aussi influencer la difficulté de résolution de l'activité et le besoin d'organisation. L'élève doit avoir une organisation plus poussée si les tours doivent être constituées d'un nombre important d'étage. A l'inverse, si le nombre d'étage est bas, cela simplifie sa progression et il peut alors plus facilement identifier les tours manquantes sans nécessairement s'organiser.
- le nombre de cure-dents plantés sur la plaque : si un élève reçoit une plaque comprenant autant de cure-dents que de tour à construire, il n'a pas besoin de s'inquiéter d'avoir construit la dernière tour de la collection. Si le nombre de cure-dents est supérieur au nombre de tours à construire, l'élève doit s'assurer lui-même qu'il a construit la dernière tour. Il est aussi possible qu'il décide de remplir tous les cure-dents disponibles, en créant alors des doublons.
- le placement des cure-dents : si ceux-ci sont disposés linéairement, l'élève est aidé dans son organisation. Il est probable qu'il suive la ligne de cure-dents pour créer ses tours. Au contraire, si les cure-dents sont désordonnés sur la plaque, l'élève doit s'organiser seul dans la construction de sa collection. Il est plus probable qu'il ne s'organise pas et remplisse les cure-dents aléatoirement, prenant le risque de doublons ou d'oublis.

QUESTION DE RECHERCHE

Nous souhaitons au travers de cette activité identifier quelles sont les connaissances des élèves liées à l'énumération et comment ils les mobilisent pour résoudre un problème d'énumération.

Notre question de recherche fait écho à l'article de Briand (1999), notamment quand il décrit que « *Lorsque le professeur commande une action de comptage, l'élève doit mettre en œuvre des connaissances (de nature spatiale) qui permettent d'explorer la collection à dénombrer afin de n'oublier aucun élément et de ne pas repasser deux fois sur le même* » (Briand, p.124).

CHOIX DES VALEURS DES VARIABLES DIDACTIQUES

Afin d'identifier les connaissances des élèves, nos choix des valeurs des variables didactiques évoluent au cours de la séance. Elle s'organise en trois sous-activités, chacune d'elles ayant ses spécificités.

- activité 1 : 2 couleurs de perles à disposition dans une boîte posée devant le groupe d'élèves, qui doivent constituer des tours de 2 étages (collection de 4 tours), 4 cure-dents sont placés linéairement sur la plaque de Sagex.
- activité 2 : même procédé mais avec 3 couleurs de perles pour des tours de 2 étages (collection de 9 tours), 9 cure-dents placés linéairement sur la plaque.
- activité 3 : idem, mais avec 2 couleurs de perles pour des tours de 3 étages (collection de 8 tours), 16 cure-dents, placés en X, soit 2 lignes de 8 cure-dents s'entre-coupant en leur milieu.

Ces choix de valeur de variables didactiques permettent une approche spécifique à chaque activité. Lors de la première activité, les élèves doivent construire 4 tours avec juste ce qu'il faut de cure-dents alignés. Le milieu mis à leur disposition accompagne l'élève dans sa résolution. Dans la deuxième activité, le nombre de tours à construire devient plus important mais les cure-dents restent alignés et leur nombre correspond au nombre de tours à construire. Bien que la collection soit plus grande, le milieu reste porteur pour l'organisation des tours. Dans la troisième activité, la collection ne grandit pas mais l'organisation et le nombre de cure-dents ne sont plus dans une configuration de soutien. Ainsi l'élève doit s'organiser lui-même dans la disposition des tours et la construction. Pour cela il peut s'appuyer sur les deux premières activités. Notre but est d'identifier les connaissances autour de l'énumération des élèves dans des configurations plus ou moins complexes. Ce dispositif permet aussi d'accompagner les élèves dans leur réflexion, étant donné que cette activité est proposée à des élèves de 1P et 2P et qu'il peut y avoir de grandes différences de niveau entre eux.

ÉTUDE DES STRATÉGIES

Stratégies de base et stratégies erronées

Une stratégie de base pourrait être que l'élève ne soit pas organisé dans la construction de ses tours et qu'il fasse des doublons ou qu'il en oublie sans que cela ne le dérange. Une autre stratégie de base serait que l'élève n'utilise pas l'organisation des cure-dents (alignés) et les utilise aléatoirement. Les élèves pourraient aussi construire chaque tour sans prendre en compte les tours précédentes.

Une autre stratégie erronée que les élèves peuvent mettre en place serait de ne construire que des tours sans répétition de couleur.

Une autre stratégie serait que les élèves utilisent tout le matériel qu'ils ont à disposition (perles et cure-dents), et ce sans se soucier d'avoir des doublons ou de ne pas faire un nombre d'étages suffisant pour chaque tour.

Stratégie(s) visée(s)

Ce que nous attendons de l'élève est qu'il se donne les moyens d'organiser sa construction des tours. Par exemple, il construit tout d'abord les tours en commençant par une même couleur pour la base et a une progression organisée, s'appuyant sur les sous-collections de tours. Il peut aussi construire chaque nouvelle tour en s'appuyant sur les tours construites, en choisissant par exemple une configuration non exploitée.

TRAITEMENT DE LA QUESTION DE RECHERCHE

Nous avons analysé les différentes actions réalisées par les élèves et comparé les stratégies utilisées pour la résolution des activités. Pour ce faire, nous nous sommes focalisés sur les activités 2 et 3. L'activité 1 nous a permis de nous assurer que tous les élèves se sont appropriés la situation.

GROUPE 1

Lors de la seconde activité, la stratégie du groupe 1 s'est apparentée à une des stratégies visées. Ils ont en effet construit leurs tours linéairement (de gauche à droite) et méthodiquement en se servant de la couleur rouge comme base de la tour (rouge/

rouge), puis en insérant la seconde couleur, puis la troisième, et ce, toujours en ne variant la couleur de base que lorsqu'il n'était plus possible de faire de nouvelles tours avec. Ils ont ainsi anticipé le fait qu'il y aurait des paquets de tours avec des éléments communs.

Ils ont donc utilisé des éléments du milieu matériel à disposition (notamment le fait d'avoir des cure-dents disposés linéairement) pour construire leur stratégie (construction linéaire et observation). En outre, lors de cette étape, le nombre de cure-dents leur a permis de conclure qu'ils avaient construit l'ensemble des tours possibles.

Pour la troisième activité, le groupe a débuté avec une stratégie de base consistant à remplir tous les cure-dents aléatoirement. Les élèves ont pris cette initiative en sachant qu'il y aurait des tours identiques à supprimer. Pour ce faire, les élèves ont travaillé individuellement sur la même plaque en disposant pour l'un les perles sur la gauche de la plaque et pour l'autre sur la droite.

Toutefois, cette stratégie leur prenait du temps et ne semblait pas aboutir à une résolution de l'activité, ils ont alors décidé de tout recommencer de façon linéaire comme précédemment. Ainsi, la stratégie visée consistant à construire les tours en s'appuyant sur les sous-collections de tours a été préférée par ce groupe, car celle-ci leur a permis d'identifier la dernière tour à construire sans faire de doublon. Ils ont su adapter leur stratégie sur un milieu moins inducteur que pour les activités précédentes, puisqu'il y avait plus de cure-dents que nécessaire et disposés non linéairement.

Concernant les connaissances liées à l'énumération, on voit ci-dessus que le groupe 1 a été capable de construire une tour de la collection, d'identifier deux tours différentes, d'identifier les tours non encore construites, de répéter ce processus plusieurs fois pour construire l'ensemble des tours possibles et de savoir quand il a construit la dernière tour. Ainsi, ce groupe a pu mettre en place des stratégies de résolution en se basant sur l'ensemble de leurs connaissances liées à l'énumération.

Ils ont toutefois été déconcertés par la disposition en croix durant la troisième activité dont la linéarité n'était pas visible au premier abord. C'est pourquoi ils ont essayé de s'adapter au milieu avec une nouvelle stratégie. Or, ils ont su retourner à la stratégie précédente quand ils se sont aperçus de son potentiel par rapport à la deuxième stratégie.

Ils se sont appuyés sur les caractéristiques de la collection pour soutenir leur énumération. C'est-à-dire qu'ils ont anticipé les sous-collections possibles définies par l'étage de base et ont construit les sous-collections. Cela leur a assuré qu'ils ne construisaient pas deux fois la même tour, et à la fin qu'ils avaient obtenu l'ensemble des tours possibles.

GROUPE 2

Lors de l'activité 2 de construction, une des deux élèves a pris l'initiative de commencer à construire des tours au bout de la ligne de cure-dents, de gauche à droite. Ensuite, l'élève a continué ses tours à l'autre extrémité de la ligne de cure-dents, de droite à gauche en débutant avec une combinaison de couleur déjà présente à la première extrémité, créant ainsi un doublon.

Après avoir rempli tous les cure-dents, le binôme s'est aperçu ne pas avoir assez de place pour la combinaison bleu/bleu et a commencé à chercher s'il n'y avait pas une erreur. Ils ont alors reconnu deux tours identiques bleu/rouge qu'ils ont remplacées par la bonne tour.

Après cette activité, nous pouvons donc déjà voir que ces deux élèves n'ont pas des connaissances optimales de l'énumération, en particulier pour la construction d'une nouvelle tour. Ils ne s'appuient pas sur les tours déjà construites afin d'en construire une nouvelle. Les tours sont construites aléatoirement puis comparées afin d'identifier d'éventuels doublons. Cette stratégie de base peut fonctionner sur de petites collections, mais elle risque d'être fastidieuse avec des collections plus importantes.

Pour l'activité 3, le groupe 2 est resté sur la même stratégie de base consistant à placer aléatoirement les tours et a rencontré

les mêmes difficultés que précédemment (certaines répétitions de couleurs qu'ils ont parfois modifiées, parfois laissé telle quelles). Toutefois, les deux élèves n'ont cette fois pas rempli tout le plateau.

Les connaissances liées à l'énumération de ce groupe sont en construction. Ils sont capables de construire des éléments de la collection, mais contrôlent l'unicité de chaque élément a posteriori. Ils ne s'assurent pas au cours du traitement d'un élément de la collection que cet élément n'a pas déjà été traité.

GROUPE 3

L'activité 2 a pu être réalisée dans le temps imparti par ce groupe. Les élèves ont utilisé une stratégie de base consistant à remplir les cure-dents linéairement de 2 perles, sans prendre en compte les tours déjà construites. Le groupe a construit sa collection par tâtonnement en construisant une tour après l'autre, de gauche à droite, en s'assurant parfois que la dernière construction soit différente des premières et en remplissant tous les cure-dents. Ils ont toutefois obtenu deux tours identiques qu'ils ont modifiées par la suite, obtenant ainsi la collection attendue. Ils ont conclu qu'ils avaient construit l'ensemble des tours disponibles quand ils ont rempli tous les cure-dents. Ils sont donc basés sur le nombre de cure-dents disponible pour savoir si la collection était complète.

Pour l'activité 3, les élèves ont directement démarré en remplissant les 16 cure-dents. Puis, ils ont essayé d'éliminer les tours à double. Ils ont utilisé une stratégie de base qui peut devenir laborieuse avec des collections importantes. Cette stratégie ne leur permet pas de savoir s'ils ont trouvé toutes les tours possibles.

Concernant l'énumération, ce dernier groupe utilise les mêmes connaissances que le groupe 2. Les élèves sont capables d'identifier deux tours différentes mais ne le font pas au cours de la création d'une tour. Concernant l'identification des tours non encore construites, les élèves ont eu besoin de construire par tâtonnement une tour et de la comparer avec les précédentes pour être sûrs que cette tour était man-

quante (tandis que le groupe 1 les visualisait directement mentalement). Les élèves de ce groupe 3 ont en outre été capables de répéter ce processus plusieurs fois pour construire l'ensemble des tours possibles.

Concernant la question de savoir quand la dernière tour a été construite, nous ne pouvons affirmer que ce groupe maîtrise cette dimension. En effet, lors de la deuxième activité, ils se sont arrêtés lorsque les cure-dents étaient tous remplis. Lors de la troisième activité, la disposition des cure-dents en croix les a perturbés dans l'organisation de leur collection.

ÉFFICACITÉ DE LA SITUATION

Lors de cet exercice, les principales connaissances visées au niveau des apprentissages concernaient l'organisation dans la construction d'une collection. En effet, au fil des trois activités les élèves pouvaient mettre à l'épreuve diverses stratégies et les optimiser. Lors de la discussion finale, l'enseignante a d'ailleurs axé les échanges sur ce point, en demandant aux élèves comment ils s'étaient organisés et si cela était important. Elle a ensuite expliqué aux enfants divers moyens possibles (bien regarder, construire les tours en lignes droites, etc.).

Les actions des élèves témoignent de certaines connaissances, plus ou moins robustes et complètes, autour de l'énumération. L'enseignante a mis en place plusieurs moments d'échange avec les élèves au cours de la séquence. Elle a ensuite repris une grande partie de ces échanges lors de la dernière discussion. Ce dernier moment collectif mené par l'enseignante a permis de partager avec tous les élèves les différentes actions pertinentes ou insuffisantes. Ce dernier moment collectif pourrait être rapproché d'une institutionnalisation où les différents éléments formulés concernent un savoir lié à l'énumération. Cependant il s'agit pour un si petit degré d'un vrai challenge que de formuler un tel savoir qui souvent reste un implicite fort dans les classes.

Références

Briand, J., Lacave Luciani, M.-J., Harvouët, M., Bedere, D., Goua De Baix, V. (1999). Enseigner l'énumération en moyenne section, *Grand N*, 66, 7-22.

Bugnon, J.P., Choquet, B. & Corthésy, M. (2006). *Mathématiques 1E-2E, Livre de l'enseignant*. Genève : Direction de l'Instruction Public.