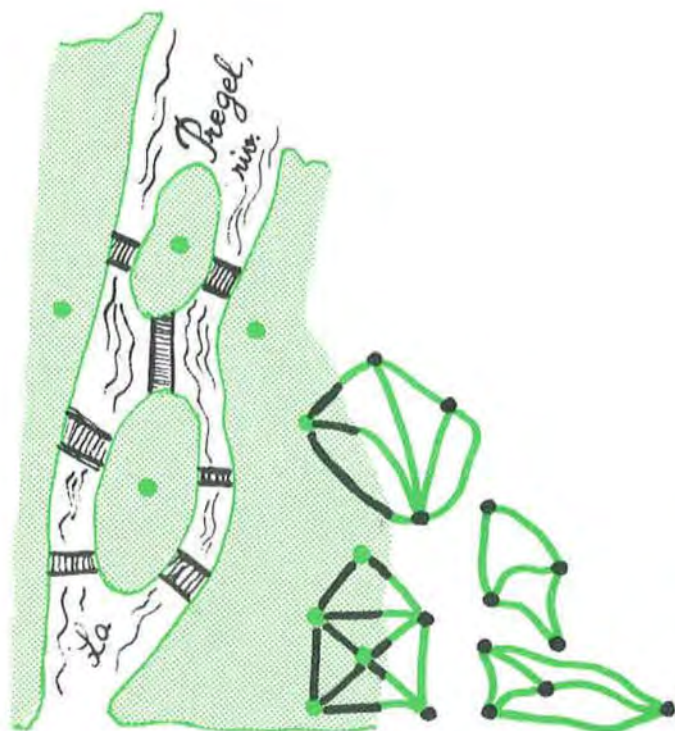




MATH ECOLE

MAI 1983
22^e ANNÉE

Editorial

«Quel but devrait-on poursuivre dans nos civilisations modernes en enseignant les mathématiques aux enfants? Certainement pas de leur faire connaître une collection de théorèmes plus ou moins ingénieux sur les bissectrices d'un triangle ou la suite des nombres premiers dont ils ne feront jamais le moindre usage plus tard mais bien de leur enseigner à ordonner et à enchaîner leurs pensées selon la mathématique dont se servent les mathématiciens. C'est l'essence de la méthode mathématique qui doit faire l'objet de l'enseignement, les matières enseignées ne devant être que des illustrations bien choisies.»

Cette citation de Dieudonné semble *a priori* s'adresser à l'enseignement des mathématiques au degré secondaire ou gymnasial car on ne parle pas de théorèmes ni de nombres premiers dans les premières années d'école. Mais si on veut bien faire l'effort d'en dégager le sens profond, force est de constater qu'elle concerne également l'école primaire et qu'elle prend toute son actualité au moment où paraît la deuxième version de «Mathématique, quatrième année».

Cet ouvrage n'est pas une simple réédition ou un ajustement de celui qui l'a précédé en 1976 et qui mettait un terme à l'innovation conduite par CIRCE I. C'est d'une «deuxième génération» de moyens d'enseignement qu'il s'agit, fruit d'une large évaluation menée chez les maîtres et élèves de toute la Suisse romande par l'IRDP et sa «Commission d'évaluation de la mathématique» (CEM).

L'observation et l'analyse de la première phase d'innovation – celle des années 70 – a abouti à des demandes et propositions pour la seconde phase – celle des années 80 – que les nouvelles versions des moyens d'enseignement doivent intégrer. Entre autres:

- Prendre vraiment en compte les objectifs généraux du plan d'études de 1972 qui donnent priorité aux méthodes de travail et à l'esprit de recherche sur l'acquisition de connaissances et l'entraînement de techniques, objectifs encore loin d'être atteints actuellement.
- Si l'enseignement de la mathématique a subi un changement irréversible et si les options liées à une meilleure connaissance des processus d'apprentissage ne sont pas remises en cause, un effort certain reste à faire au plan de la méthodologie et de la pédagogie.
- Il faut alléger les contenus et mieux les définir, dans le cadre général de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au-delà.
- Il faut favoriser l'activité concrète des élèves, développer leur autonomie et leur permettre de réfléchir sur leur action.
- Les remplissages de tableaux préimprimés et les apprentissages limités à certaines conditions d'application sont infructueux; on demande des problèmes plus ouverts où l'élève puisse exercer jugement, méthode et sens critique.

Ces propositions destinées à faire vivre le processus d'innovation dans l'enseignement des mathématiques ne vont-elles pas dans le sens des demandes de Dieudonné?

François Jaquet

Des résultats de l'évaluation aux propositions d'ajustement

par L.-O. Pochon, IRDP

Présentation

L'évaluation du nouveau curriculum de mathématique a débuté, pour le niveau 4, en automne 1978 et s'est terminée au printemps 1980. Durant cette période, la plupart des enseignants de 4^e année ont exprimé leur avis au sujet du nouveau programme en répondant à un questionnaire; six groupes d'enseignants ont examiné les moyens d'enseignement d'un œil critique et les savoir-faire des élèves ont été sondés à l'aide de tests collectifs et individuels.

Les résultats de ces prises d'information font l'objet de plusieurs rapports. En particulier des «lignes directrices à observer lors de la 2^e édition de Math 4P» (Document IRDP/R 80.04) ont été élaborées par le Service de la Recherche de l'IRDP en collaboration avec la Commission d'évaluation de l'enseignement de la mathématique (CEM). Ces recommandations serviront de guide à cette présentation qui se centrera plus particulièrement sur la partie qui concerne les notions du programme.

Résultats et recommandations

Les diverses propositions d'ajustement au niveau des notions se feront avenue par avenue. Certains points abordés les années précédentes (voir Math-Ecole N° 91, 95, 103), tels que le problème des connecteurs logiques, les difficultés introduites par les significations diverses données aux «flèches» et l'aspect ordinal des codes, n'ont pas été repris ici. En effet, il est apparu que les modifications proposées pour les degrés inférieurs convenaient également en 4^e année. Assurer la continuité des programmes semble donc suffire pour apporter les adaptations souhaitables dans ces domaines.

● Avenue ER

Le constat général dans cette avenue est le suivant: les réponses au questionnaire indiquent que la pratique des activités de ER permet aux élèves d'acquérir des techniques de classement, mais que les enfants rencontrent des difficultés lorsqu'il s'agit d'appliquer ces techniques à des situations nouvelles pour eux.

Dans leur pratique, les enseignants semblent favoriser plutôt l'apprentissage des techniques que leur application. Les possibilités logiques des enfants de 9 à 10 ans peuvent expliquer en partie ce choix. Cependant, une adaptation des

situations de base et des tâches proposées aux enfants devrait permettre de dépasser un niveau purement technique d'utilisation des représentations schématiques.

Par ailleurs, les tests montrent qu'en fin de 4^e année, les mécanismes de classification, à l'aide d'un diagramme donné, d'un matériel simple et figuré, semblent être maîtrisés; les résultats concernant la lecture de diagrammes, le passage d'une forme de schéma à une autre, la recherche de critères sont bons en général. Toutefois, si le diagramme est devenu pour les enfants un outil pour classer un matériel simple, il semble ne pas posséder encore le pouvoir de représenter une situation plus abstraite où le matériel n'est pas donné dans son extension.

En particulier, l'utilisation libre d'un diagramme (à partir de données verbales, pour le moins), pose des problèmes aux enfants; ces schémas introduits par le nouvel enseignement semblent subitement trop « perfectionnés ». Les difficultés concernant la « conjonction logique », par exemple, réapparaissent, comme on peut le constater sur cette production d'enfant!

Dans une classe de 25 élèves, tous pratiquent la natation ou le ski.
14 d'entre eux savent skier; 15 d'entre eux savent nager.
Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe qui savent à la fois nager et skier?

Aide-toi d'un diagramme:



Il est intéressant de noter que, dans les travaux des enfants qui semblent le moins conditionnés par le vocable « diagramme », on retrouve des représentations plus primitives, bien adaptées cependant à la résolution du problème.

Aide-toi d'un diagramme:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
SKI	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X											
NAGE										X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Ta réponse: il y a quatre élèves.

En ce qui concerne les relations, les constatations sont du même ordre. La connaissance de la signification des différents types de représentation est en général bonne. La lecture des diagrammes sagittaux semble toutefois plus facile que celle des tableaux cartésiens.

On constate à propos du «fonctionnement» des propriétés des relations que le taux de réussites à un item du type suivant est très moyen (de 50 % à 60 % selon l'habillage proposé).

Pierre, Marcel, Luc, Jean et François sont cinq amis:

*Jean est plus jeune que Pierre
Luc et François ont le même âge
Marcel est plus jeune que Luc
François est plus jeune que Jean*

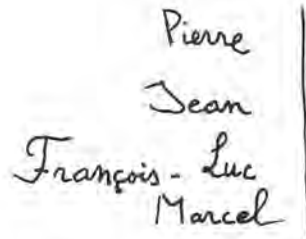
Quel est l'enfant qui est le plus jeune?

Marcel

Quel est l'enfant qui est le plus âgé?

Pierre

(Tu peux t'aider d'un diagramme).



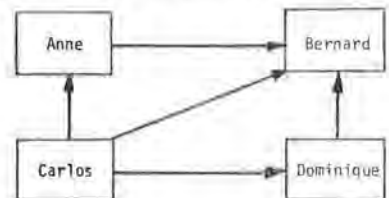
Ce résultat fournit un indice montrant que la transitivité fait encore problème au niveau 4. De plus, près du 50 % des enfants ne semblent pas percevoir de différence entre les deux liens verbaux.

... a 2 ans de moins que... →

... est plus jeune que... →

dans une situation où il s'agit de trouver les liens verbaux convenant à un diagramme donné:

Quatre enfants, Anne, Bernard, Carlos et Dominique sont reliés par un lien verbal inconnu (on a dessiné toutes les flèches).



Ce qui précède montre qu'au niveau 4 se pose le délicat problème de dosage des différents types d'activités à mener en classe:

D'une part, on trouve le perfectionnement (consolidation) des techniques de classement ou de sériation à partir de matériel «simple». Ce travail, relativement facile à mener sur le plan pédagogique, risque, s'il est mené de façon exclusive, de conduire à des pratiques de classement stéréotypées qui n'ont rien à voir avec la structure logique sous-jacente.

D'autre part, il s'agit de l'ouverture à des problèmes plus «complexes» (le diagramme n'est plus donné au départ, les critères sont énoncés verbalement, etc.). La confrontation des procédures acquises précédemment par les enfants à ces nouvelles tâches mène à des réajustements des conduites, seuls garants d'une conceptualisation des structures sous-jacentes. Cette ouverture pose certains problèmes sur le plan pédagogique: d'une certaine manière, il faut tout reprendre «à zéro». Cela implique également de porter une attention plus grande aux productions des enfants. C'est dans ce sens que l'on comprend les réactions des enseignants qui jugent ce genre d'activité hors de portée du niveau des enfants.

Veiller à maintenir un bon équilibre entre l'utilisation «descriptive» des schémas et de leur utilisation opératoire, encourager les représentations «spontanées», peut résumer les recommandations faites aux auteurs de la seconde édition dans cette avenue.

● La proportionnalité

Les problèmes simples faisant intervenir la proportionnalité sont réussis par les 3/4 des élèves en fin de 4^e année. Quoique toutes les variables en jeu ne soient pas contrôlées, la réussite semble meilleure lorsque les enfants peuvent s'appuyer sur l'homogénéité de l'application linéaire ($f(kx) = kf(x)$) que lorsque la recherche du coefficient de linéarité (le «a» de $y = ax$) est nécessaire.

Les épreuves individuelles confirment que le traitement de situations où intervient la proportionnalité est accessible à une grande majorité des enfants au niveau 4. Elles montrent cependant que cette introduction doit se faire de façon extrêmement progressive, si l'on veut éviter des pratiques stéréotypées et rigides qui risquent de bloquer des apprentissages ultérieurs.

A l'opposé de ces situations-problèmes proches de la vie «courante» des enfants, on a posé des problèmes suffisamment complexes pour réduire le travail sur les tableaux à un jeu formel sur les nombres (on joue sur le statut de symbole attribué par les enfants à la présentation des tableaux de proportionnalité). Dans cette situation aussi, le cas scalaire (recherche de k) est mieux réussi que le cas fonction (recherche de a), (70 % contre 35 % de

réussites). Cependant, cette réussite supérieure est entièrement conditionnée à l'utilisation de suites de multiples telles que:

3	6	9	12
5	10	15	20

Des irrégularités que l'on peut introduire:

3	6	9	12	30
5				

 , par exemple

ne sont souvent pas prises en compte par les enfants. Parfois, la difficulté rencontrée amène ceux-ci à adopter «localement» des procédures plus primitives (retour à des opérateurs additifs: $f(k+x) = k + f(x)$).

L'examen du cas «intermédiaire» suivant permet de faire encore quelques remarques qui donnent le moyen de situer quelle est l'utilisation que font les enfants d'un tableau de proportionnalité lors de la résolution de problèmes:

Exercice VI.4

Dans une papeterie, on vend 3 stylos-feutre pour 5 francs.

a) complète le tableau:

nombre de stylos	3	6	9	12	18
prix	5	10	15	20	25

 (64 %)

b) Combien coûtent 12 stylos? 20 (84 %)

c) Combien coûtent 30 stylos? - (61 %)

d) Combien de stylos peut-on acheter avec 15 francs? 9 (84 %)

e) Combien de stylos peut-on acheter avec 25 francs? 18 (58 %)

Exercice XIV.7

Dans une papeterie, on vend 3 stylos-feutre pour 5 francs:

a) Combien coûtent 12 stylos? 20 fr. ($3 \times 4 = 12$ $5 \times 4 = 20$) (72 %)

b) Combien coûtent 30 stylos? 50 fr. ($3 \times 10 = 30$ $5 \times 10 = 50$) (68 %)

c) Combien de stylos peut-on acheter avec 15 francs? 9 stylos (66 %)

d) Combien de stylos peut-on acheter avec 25 francs? 15 stylos (61 %)
 $15 = 3 \times 5$ $3 \times 3 = 9$ $25 = 5 \times 5$ $5 \times 3 = 15$

* Pourcentage de réponses justes. 18 % des élèves ont commis l'erreur «typique»: 10 15 20 25 au premier exercice.

Une fois le tableau établi (90 % des cas), la plupart des enfants l'utilisent véritablement pour répondre aux questions posées, comme le montrent :

- l'augmentation du taux de réussites (de plus de 10 %) aux questions « combien coûtent 12 stylos ? » et « combien de stylos peut-on acheter avec 15 francs ? »,
- la concordance des erreurs commises à la partie a) et celles qui affectent les réponses aux questions de l'item VI.4.

L'usage du tableau diminue également le nombre d'erreurs dues à un retour, en cas de difficulté, au cas plus simple de 1 stylo pour 5 francs.

Par contre, le taux de réussites à la question « combien coûtent 30 stylos ? » est plus bas dans l'item VI.4 que pour l'exercice XIV.7. La procédure de résolution induite par le remplissage préalable du tableau (course à 30 par pas de 3 ?) provoque plus d'erreurs que celle que doivent avoir utilisée les autres enfants (utilisation directe du facteur d'homogénéité : 30 stylos, c'est dix fois plus que 3).

Les premières conclusions que l'on peut tirer à partir de ces observations sont les suivantes, elles rejoignent les remarques des enseignants :

- Le travail à partir de situations de proportionnalité semble être à la portée des enfants en 4^e année. L'utilisation de tableaux (et l'introduction de plus de termes que ceux qui apparaissent dans la relation quaternaire classique) facilite ce travail et permet de mieux mettre en évidence la structure mathématique sous-jacente.
- Lors du travail sur les propriétés de l'application linéaire, le lien fonctionnel ne doit pas être perdu de vue.
- Le travail formel sur les tableaux de proportionnalité n'est pas à la portée des enfants. Toute étude devrait se baser sur une situation concrète qui aide de plus à garder le lien fonctionnel.
- Pour les enfants qui éprouvent encore des difficultés dans ce genre de situations, il faudrait toujours pouvoir rendre perceptible (possible) un retour à l'unité (3 stylos pour 5 francs, c'est 1 paquet de 3 stylos pour 5 francs).

En un mot, au niveau 4, il s'agit d'exploiter la richesse des situations de proportionnalité avant de vouloir systématiser les propriétés de cette notion. De plus, il faut veiller à ce que l'aspect « fonction » de la notion ne soit pas négligé durant ce travail.

● Avenue NU

L'évaluation des nouveaux programmes a mis en évidence que c'est l'enseignement de la matière de NU qui pose le plus de problèmes aux enseignants, tant sur le plan pédagogique et technique que social.

Deux recommandations précises ont été faites :

1. Développer les activités en base dix : La mise en place de la numération en base dix nécessite certainement plus qu'une « répétition ». De plus, l'amélioration de la représentation que les enfants se font des (grands) nombres s'avère nécessaire. Ce travail est à considérer dans la continuité des activités dites de « construction du nombre » (décompositions diverses, représentation à l'aide de figures, etc.).

2. Limiter le travail sur les puissances : On constate au niveau des tests collectifs que le passage de procédure de décodage par représentation (éventuellement mentale) des actions à une forme calculatoire plus élaborée n'a pas été faite par une grande proportion des enfants (peut-être la majorité d'entre eux). Les difficultés rencontrées ici semblent principalement d'ordre notionnel (puissance) et partant symbolique (notation exponentielle). Un certain « n'importequisme » d'écriture semble montrer parfois que l'utilisation d'un symbolisme trop conventionnel est prématuré au vu du degré d'intériorisation des notions encore trop faible. De plus, seul le 28 % des enfants interrogés de façon individuelle voient quelque chose de particulier dans la suite 36 - 25 - 16 ...

D'où la proposition de la CEM dans ce domaine de limiter le travail à la prise de conscience de la suite des cardinaux des groupements de diverses espèces (1, 3, 9, 27...; 1, 2, 4, 8, ...). Des tables de ces suites pourraient être établies et utilisées dans les travaux de codage et de décodage.

La notion de puissance serait également approchée, dans ER, par le travail numérique sur certains arbres de classement.

En ce qui concerne les « échanges », prérequis de beaucoup d'activités au niveau 4, les taux de réussite aux tests sont plutôt satisfaisants, eu égard aux tâches proposées, plus difficiles que celles dont les enfants ont l'habitude. Cependant, la situation de partage n'est maîtrisée que par le tiers des élèves. Ce genre de travail semble donc peu pratiqué en classe.

La hâte que les enseignants montrent parfois d'arriver aux techniques (algorithme de la division, par exemple) n'explique certainement pas tout. Il ne faut pas négliger les difficultés, masquées quelquefois par la routine acquise, que rencontrent encore certains enfants dans ce domaine. Difficultés qui ne seraient pas tellement liées à la logique même de ce type d'activité qu'au caractère trop abstrait, trop conventionnel des règles d'échange. Lors de la résolution de tâches d'une certaine complexité, les enfants ne peuvent pas suffisamment intérioriser les « valeurs » respectives des différentes pièces pour mener leur recherche de façon efficace.

Les concrétisations (ou habillages) des situations d'échange proposées par les enseignants pourraient, tout en conservant la structure des activités, faciliter la tâche des enfants. On veillera cependant à varier les habillages (monnaie, bille, note de musique), de telle sorte que l'on ne favorise pas uniquement des

procédures liées à un matériel particulier. (La monnaie, par exemple, introduit les nombres et par-là des procédures plus calculatoires: compensation, évaluation de la valeur globale, etc.). A titre d'illustration, on notera que les deux tâches de partages proposées ci-dessous ne peuvent être considérées comme équivalentes.

- 15 % des élèves échouent au premier item et réussissent au second.
- 25 % des élèves réussissent au premier item et échouent au second.

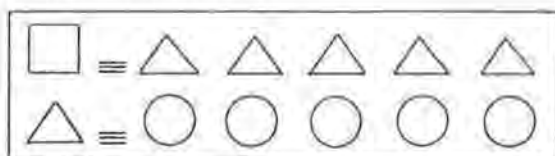
Exercice I.1 (taux de réussite: 50 %)

On partage 11 fr. 60 cts entre quatre enfants. Chaque enfant reçoit la même somme d'argent.

Combien reçoit chaque enfant?

Exercice I.3 (taux de réussite: 33 %)

*Règle
d'échange:*



Partage la collection suivante en quatre parts égales:



Dessine une de ces parts avec le moins de pièces possible:

La CEM précise que cette notion d'échange a besoin d'être retravaillée. Il faudrait notamment que la signification de l'équivalence soit mieux dégagée. D'autre part, il s'agirait de mener les élèves à «sentir» mieux que le travail avec les groupements et celui avec les échanges ne sont que deux aspects d'une même réalité.

● Avenue OP

D'une manière générale, dans le domaine du «calcul», les enseignants perçoivent un certain déséquilibre entre les activités destinées à la construction et la compréhension des notions, qui leur paraissent particulièrement privilégiées, et celles qui sont destinées à l'assimilation des automatismes nécessaires pour pouvoir progresser, qui leur semblent insuffisamment développées.

Les avis sur les options méthodologiques dans le domaine du calcul sont très partagés. D'une manière générale, les enseignants éprouvent des difficultés à amener les enfants à réfléchir sur les techniques des opérations. Un certain progrès est cependant constaté en ce qui concerne la compréhension et l'utilisation des propriétés des opérations.

Un point important soulevé dans cette avenue et qui en déborde largement, est celui de la résolution de problèmes (sous-entendu: classiques). Des résultats plus précis auxquels correspondent des propositions d'ajustement ont été notamment obtenus sur les points suivants:

1) Problème de la rééquilibration entre automatisation et compréhension

Les tests individuels montrent que les objectifs concernant l'intériorisation de la table de multiplication ne sont pas atteints. Mais les lacunes constatées ne touchent pas tellement l'automatisme du calcul, elles se situent plutôt au niveau de la prise de conscience de certaines régularités à la table, ainsi que du manque de familiarité des élèves avec certaine famille de nombres (les nombres « carrés » par exemple).

S'il est admis qu'un certain rééquilibre entre automatisation et compréhension doit être établi, il ne s'agit pas d'abandonner l'option qui est de privilégier la compréhension et d'en faire un instrument naturel d'automatisation. Il faut toutefois être conscient qu'une telle démarche prend du temps et que plus de moyens (jeux de calcul, jeux sur les nombres, etc.) sont à proposer aux enseignants. L'enfant doit devenir « l'ami de chaque nombre », pour reprendre une expression de R. Sauthier.

2) Problème d'estimations

Ce point apparaît surtout à la suite de remarques d'enseignants. Au niveau 4, il s'agirait de lier ce travail à la connaissance du nombre. L'estimation ne doit pas être une technique algorithmique, mais un moyen de juger de façon « économique » une situation numérique. Un exemple: estimer le nombre d'enfants dans le collège, connaissant le nombre de classes et en faisant quelques hypothèses sur le nombre moyen d'enfants par classe.

3) L'algorithme de la multiplication

Dans l'ensemble, on peut considérer que toutes les opérations « en colonne » proposées aux enfants sont réussies de façon satisfaisante. D'autant plus si l'on se réfère à la bonne progression des taux de réussites enregistrés depuis la troisième année. Les erreurs observées sont principalement dues à des fautes de calcul ou à des difficultés à maîtriser des enchaînements de « retenues ». Par contre, les résultats des tests individuels concernant la compréhension de l'algorithme de la multiplication sont décevants dans le sens que le lien entre la multiplication et la somme des produits partiels n'est pas fait par la moitié des enfants interrogés. Par rapport aux objectifs visés par le nouveau programme, les bons résultats obtenus aux tests collectifs sont donc

trompeurs. Une explication du projet poursuivi et des améliorations d'ordre méthodologique (passage plus progressif et motivé des tableaux de produits partiels à l'algorithme, support visuel plus fréquent) pour pallier aux lacunes constatées dans ce domaine ont été demandées aux auteurs de la réédition.

4) Problème des approches multiples

Ce point concerne principalement, au niveau 4, l'introduction de l'algorithme de la division. A ce sujet, le corps enseignant se partage en deux camps de force à peu près égale. D'une part, on trouve les enseignants qui pensent que seule la méthode traditionnelle est valable. Ces enseignants estiment, en général, que passer rapidement à la technique (après une brève manipulation ou quelques exercices de démonstration) est bien plus profitable aux élèves faibles. Dans l'autre «camp», on distingue les enseignants jugeant qu'au niveau 4 les enfants doivent encore consolider la notion même de la division. Ils doivent donc pouvoir choisir une méthode en fonction de leurs aptitudes ou de la situation traitée (situation de «partage» ou de «contenance», etc., traitement oral ou écrit).

Dans la perspective du programme renouvelé, c'est la seconde approche qui est à encourager, en montrant que la méthode par soustractions successives mène également à l'algorithme classique de la division et en limitant les performances attendues des enfants en ce qui concerne l'utilisation de l'algorithme.

5) La compréhension des opérations

En ce qui concerne le «sens» des opérations, on constate que les enfants identifient aisément l'opération nécessaire à la résolution de problèmes simples (une seule opération et petits nombres).

Quant aux propriétés formelles des opérations, elles ne sont pas utilisables de façon consciente pour beaucoup d'enfants. A titre d'exemple, on constate que plus de 90% des enfants sont capables de compléter juste une équation du type:

$$\dots + 18 = 37$$

mais que le quart de ces élèves n'arrivent pas à identifier formellement le calcul effectué, c'est-à-dire échouent à un item du type:

On aimerait trouver le nombre qui manque dans le calcul:

$$? + 64 = 112$$

Souligne l'opération que l'on doit faire pour trouver ce nombre manquant:

$$112 - 64 \quad 112 + 64 \quad 64 + 112$$

Il s'agirait donc, au niveau 4, et cette recommandation concerne principalement la division, d'éviter le remplissage de tableaux sans que ce travail ne repose sur une activité concrète (jeu par exemple) qui est nécessaire comme base de réflexion à la plupart des élèves.

● Avenue DE

Cette avenue reste celle où les résultats de l'évaluation sont les plus paradoxaux. En effet, bien qu'une grande majorité des enseignants notent les multiples intérêts que présente, par exemple, l'activité sur les réseaux, celle-ci est une des moins pratiquée du programme.

Il est demandé que la seconde édition des moyens d'enseignement explicite mieux certaines visées à long terme et montre comment certaines notions peuvent être mises en œuvre dans d'autres disciplines.

La demande des enseignants dans le domaine de la *mesure* est d'introduire de façon plus poussée le système métrique.

Au niveau des recommandations aux auteurs, on note que si une rééquilibration semble en effet nécessaire au niveau des mesures de longueur pour tenir compte du vécu et des besoins des écoliers, il ne s'agira pas de négliger un travail « qualitatif » en ce qui concerne la mesure de surfaces. Les enfants éprouvent encore de grandes difficultés à dissocier forme et quantité. Par exemple, près de la moitié des enfants ne considèrent pas les deux surfaces A et B comme équivalentes du point de vue de la grandeur :



De même, des enseignants signalent que, pour beaucoup d'enfants, le mètre carré n'est pas une « quantité » de surface, c'est une forme.

Conclusion

Présenter en quelques pages les résultats d'une entreprise telle que celle conduite en Suisse romande au niveau de la 4^e année n'est pas chose aisée. En effet, tant par la multiplicité des éclairages que par le nombre élevé de personnes consultées et de commissions impliquées dans ce travail, il est

illusoire de vouloir établir avec précision le chemin qui conduit des résultats bruts aux propositions précises d'ajustement, de même qu'il sera toujours difficile de trancher sur certains points de détail du programme.

L'intérêt de l'entreprise nous paraît résider surtout dans la possibilité de regard qu'elle donne sur l'enseignement renouvelé des mathématiques par tous les partenaires concernés: enseignants, spécialistes de la branche, autorités, etc., et par là même de dégager, au-delà des diverses perceptions que l'on a de l'école, un fil conducteur commun, pour l'amélioration de l'enseignement de la mathématique dans notre contrée.



Mathématique 4P – 2^e édition

par Mario Ferrario

Afin de donner un portrait rapide de la deuxième édition des ouvrages de mathématique de 4^e année, les auteurs ont choisi de retenir les aspects dans lesquels se manifeste la continuité la plus étroite et ceux dans lesquels apparaissent les changements les plus marqués par rapport à la première édition. Les modifications jugées mineures ne sont pas mentionnées.

Dans l'avenue ER, les six anciennes activités sont regroupées en quatre nouvelles, deux portant sur les classements et deux autres sur les relations. Dans les trois premières activités, on retrouve la plupart des matériels proposés dans la précédente édition, et on pourrait croire, au premier abord, que les modifications ne portent que sur des détails. Il faut cependant relever quelques points:

- les moyens de représentation sont toujours abondamment utilisés et commencent à prendre leur véritable signification d'«outils»; on s'efforce d'amener les élèves à se rendre compte que certains diagrammes conviennent mieux que d'autres à une situation donnée;
- on met en évidence deux types de classements: dichotomique et non dichotomique; chaque fois que cela est possible, on associe une écriture numérique à un tableau ou à un arbre de classement;
- deux importantes suggestions consacrées, l'une aux cartes perforées et l'autre aux aiguillages, présentent d'autres moyens de représentation des classements et permettent de varier la façon d'aborder les notions traitées dans l'avenue;
- les situations se rapportant à la notion d'ordre et à la notion d'équivalence sont regroupées dans une même activité, l'une d'entre elles passant en suggestion; le début de l'activité est nouveau et traite de la relation d'un ensemble vers un autres.

La quatrième activité, réservée à l'application linéaire, a subi de profondes modifications: moins formelle, elle vise avant tout à favoriser la manipulation, à exploiter la richesse des situations de proportionnalité plutôt que de vouloir systématiser les propriétés de la notion.

En ce qui concerne l'avenue NU, une double intention a prévalu dans la restructuration des activités: en premier lieu, approfondir la compréhension du fonctionnement de notre système de numération en mettant principalement l'accent sur l'aspect ordinal du nombre; ensuite, porter une attention particulière à la notion de puissance en abandonnant, dans ce degré, l'étude formelle de l'écriture des exposants; on s'attache avant tout à faire prendre conscience aux élèves du processus récursif qui permet de passer d'une puissance aux suivantes; cette notion est présente dans les trois activités présentées:

- une priorité est accordée aux deuxième et troisième puissances, qui ont l'avantage de pouvoir être représentées dans l'espace, par exemple lors de la construction de cubes; ces deux puissances, de même que d'autres, apparaissent aussi à travers des activités de groupements et d'échanges. La démarche aboutit à l'établissement d'un tableau des cardinaux correspondant aux différents ordres de groupements ou aux différentes valeurs des pièces dans une règle d'échange récurrente (NU1);
- dans le cas de la base dix, à laquelle une place importante est faite, la recherche d'une méthode de dénombrement conduit à la décomposition de nombres d'après les puissances de dix, soit en milliers, centaines, dizaines et unités (NU2);
- l'utilisation de divers abaques, en particulier un compteur fondé sur le système binaire, permet une réflexion sur des suites des codes et met en évidence la croissance géométrique des nombres représentés par les différents chiffres d'un code (NU3).

L'avenue OP a subi quelques importantes modifications, principalement dans les démarches proposées. Le contenu en reste le même: accent marqué d'une part sur l'algorithme de la multiplication, d'autre part sur l'approfondissement de la division et la mise en place de son algorithme.

Les principaux changements peuvent se résumer de la manière suivante:

- l'algorithme de la multiplication par un nombre supérieur à dix est abordé à l'aide de découpages et d'assemblages de surfaces (de grilles) mettant en évidence la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition; cette démarche a l'avantage de permettre d'établir un lien avec la mesure d'aire abordée dans l'avenue DE;
- l'algorithme de la division est abordé par la technique des soustractions successives, à l'aide d'un jeu simple: le fan-tan; la technique des échanges figure toutefois comme alternative dans les suggestions, mais uniquement en base dix;
- dans le domaine des machines numériques, on insiste sur l'observation des multiples et des diviseurs; en revanche, la partie consacrée à la recherche d'ensembles de définition et à l'équivalence de chaînes de machines a été considérablement simplifiée;
- les activités consacrées d'une part aux procédés de calcul et d'autre part aux problèmes et situations de la vie courante ont été quelque peu élargies et restructurées: les jeux sur la table de multiplication prennent une place privilégiée, les situations faisant appel à un dénombrement (en liaison avec les activités de ER) sont mises en évidence; la répartition est faite de manière que l'enseignant puisse établir un choix en fonction des activités traitées en parallèle.

D'une manière générale, et pour continuer dans la ligne amorcée en 3 P, la priorité a été accordée aux activités en base dix. Le travail en bases autres que dix s'appuie essentiellement sur la notion d'échange et toujours sur une manipulation.

Au point de vue de son contenu, l'avenue DE n'a pas subi de profonds changements. Les modifications qui visent essentiellement à stimuler les enfants à l'observation et à la recherche portent plus sur la forme que sur le fond.

Allégée de la partie concernant la formule d'Euler, qui passe en suggestion, l'activité 1 (Propriétés des réseaux) s'enrichit cependant grâce au travail de recherche qui est proposé aux enfants dans l'étude des réseaux eulériens et dans celui du coloriage de cartes.

Dans l'activité 2 (Déplacements sur un réseau) la notion de transformation est plus développée qu'auparavant et travaillée de manière plus concrète; l'observation des déplacements d'une figure dans un quadrillage permet à l'enfant de faire des constatations variées dans le cas des translations et des symétries.

Les situations se rapportant aux machines non numériques ont été groupées dans l'activité 3 (qui réunit les activités OP-9 et DE-2 de la première édition). L'observation des mouvements d'un pantin aboutit à l'établissement d'une table de composition, activité reprise avec l'étude des transformations du rectangle.

Dans l'activité consacrée aux formes géométriques, allégée de quelques points passés dans les suggestions, on a développé les manipulations avec les surfaces et les solides.

Enfin, dans l'activité sur la mesure qui a conservé la même structure, on a choisi de commencer par l'étude des mesures de longueur où le système métrique est abordé en tenant compte du vécu des enfants.

Problème:

Choisis quatre nombres qui se suivent.

Multiplie le plus petit par le plus grand.

Multiplie les deux autres l'un par l'autre.

Observe la différence entre les deux produits.

Répète avec d'autres séries de nombres.

Compare tes résultats avec ceux de tes camarades.

Que remarques-tu?

As-tu une explication pour ce phénomène?

(Le mathématicien dirait: Choisis 4 nombres consécutifs. Fais le produit des extrêmes et le produit des moyens.

La différence sera toujours... Pourquoi?

Des tests d'un autre type: Les épreuves individuelles

Le document «Mathématique 4P», N° 21 (1980) de la collection du Service de la recherche pédagogique de Genève, analyse une batterie de tests élaborés dans le cadre de la coordination romande et soumis, sous l'égide de l'IRDP, à un échantillon d'élèves romands en début de 5ème année d'école. Les pages qui suivent tentent de décrire, par quelques extraits et synthèses, l'apport de cette enquête intercantonale sur le degré d'assimilation de quelques notions mathématiques au terme de la quatrième année primaire:

Par opposition aux épreuves «collectives» de type «papier-crayon», passées par tous les élèves, les tests individuels représentent une forme d'interrogation clinique, menées par des enseignants (volontaires) qui observent et notent les réactions de quatre élèves de leur classe, successivement, sur une même série de questions.

Cette forme d'interrogation permet de mieux situer les difficultés des enfants en mathématique et par là même de donner des indications sur leurs possibilités réelles à acquérir certaines notions du programme. En effet, seule une observation individuelle de l'élève discerne les erreurs de lecture des raisonnements erronés, déce les véritables obstacles à la compréhension du problème et dévoile ainsi la nature des réponses fausses.

L'enquête a été conduite par 230 enseignants qui ont fourni les protocoles d'interrogation de 898 élèves, répartis dans toute la Suisse romande.

Structure du test

Les domaines suivants ont été considérés comme les plus significatifs au terme de la 4P:

			Réussite moyenne
- Proportionnalité	1 série	6 items	70%
- Mesure d'aire	3 séries	8 items	51%
- Principe de la table de multiplication	4 séries	13 items	58%
- Multiplication - Combinatoire	3 séries	9 items	77%
- Multiplication et calcul d'aire	3 séries	14 items	73%
- Multiplication - Relations numériques	5 séries	13 items	59%
- Soustraction	1 série	6 items	49%
- Confrontation addition-multiplication	2 séries	5 items	55%

L'importance considérable accordée à la multiplication, logique ou arithmétique, est non seulement le reflet de la méthodologie et du plan d'études adoptés mais correspond à l'importance majeure de cette notion dans le développement du

raisonnement logico-mathématique. Sans grand risque, on peut avancer que la maîtrise complète de la notion de multiplication prise au sens large constitue un bagage nécessaire et suffisant pour l'entrée en cinquième année primaire.

La «réussite moyenne» mentionnée en regard de chaque thème est évidemment une mesure qui dépend de la précision des protocoles établis par les enseignants qui ont interrogé les élèves. On doit donc la considérer avec une certaine réserve. Elle permet toutefois de confirmer des remarques selon lesquelles les difficultés rencontrées dans la réforme de l'enseignement de la mathématique proviennent moins de l'introduction de la mathématique dite «moderne» que des ambitions de ceux qui ont eu la charge de traduire les lignes générales du plan d'études.

Ce sont les items sur la soustraction qui sont les moins bien réussis. Lorsqu'on se souvient des polémiques suscitées par le maintien de l'étude de cette opération en première et en deuxième années primaires, on peut mesurer toute la distance qui sépare le discours idéologique sur les programmes de la réalité scolaire.

Sources de difficultés révélées par l'enquête

Dans la série sur la *proportionnalité*, la plupart des élèves sont capables d'élaborer une suite à progression linéaire et de lire l'information donnée dans un tableau. La réussite chute de manière spectaculaire quand l'élève doit lui-même coder l'information dans un graphique où l'abscisse et l'ordonnée ne sont pas précisées. La relation affine «par morceaux» est également cause d'échec.

La *mesure d'aire* au moyen d'unités non conventionnelles n'est pas encore à la portée de près de la moitié des élèves. Ici, c'est plutôt la démarche du travail qui pêche: manque d'organisation, imprécision, difficulté de notation, changement d'unités en cours de travail. Les exercices proposés permettent de constater que le développement d'une attitude de recherche en vue de la résolution d'un problème, élément important du plan d'études, ne paraît pas être pris en compte dans de nombreuses classes. Signalons enfin que, après comparaison de trois figures ($A = B$; $A = C$), 10% des élèves seulement justifient l'équivalence de B et C au moyen du raisonnement transitif.

La *table de multiplication* n'est guère perçue comme une structure d'ensemble. Les élèves connaissent des triplets de nombres (ex.: $3 \times 4 = 12$) mais établissent relativement peu de relations entre ces triplets. La notion de commutativité semble pleinement maîtrisée par un tiers des élèves seulement. Dans de nombreuses classes, les élèves ont appris leur table, mais les connaissances acquises ne semblent pas opérationnelles. Il est très intéressant, à titre d'exemple, de constater que 28% des élèves seulement «voient» quelque chose de particulier dans la série «36 - 25 - 16».

L'aspect *combinatoire* lié à des multiplications simples est relativement bien maîtrisé même si la présence de l'élément neutre fait trébucher près de la moitié des élèves.

Les bons résultats enregistrés à propos de la *liaison entre la multiplication et sa représentation sous forme de rectangle* encouragent au développement de cette voie pour la compréhension de la multiplication et pour la mesure des aires.

L'étude de la compréhension des *relations numériques* dans le domaine multiplicatif montre aussi que la mémorisation conserve le pas sur l'observation d'une structure d'ensemble. Beaucoup d'élèves semblent n'avoir pas développé une attitude d'observation et de réflexion mais tentent de retrouver, dans leur mémoire, la réponse correcte dont ils ont besoin.

La *différenciation* entre les propriétés de l'*addition* et de la *multiplication* constitue également une source d'échec relativement importante. Peut-être, les élèves n'ont-ils pas rencontré assez d'occasions de comparer ces deux opérations?

Résultats détaillés d'une série

SERIE 20

Soustraction

Population:	BE	FR	GE	JU	NE	VD	VS	Total
	4	4	8	7	6	12	4	45

Objectifs: Soustraction, notion d'opérateur, compréhension et utilisation des machines, technique de l'opération.

Matériel: Fiches de l'élève à découper et à donner *au fur et à mesure*, feuille blanche, crayon, stylo.

A.
Présenter l'énoncé suivant à l'élève avec une feuille blanche. Lire le texte avec lui.

«*Vincent joue deux parties de billes. A la première partie, il gagne 8 billes. Il joue une deuxième partie. Après ces deux parties, il a perdu en tout 2 billes.*

Que s'est-il passé à la deuxième partie?»

Demander à l'enfant de réfléchir à haute voix.

Observations: Noter tout ce qu'il dit. Joindre la feuille de l'enfant. Ne pas intervenir pour aider l'enfant.

Réussite de l'exercice	5 élèves	11 %
Réussite avec appui probable du maître	4 élèves	9 %
Erreur du type $8 - 2 = 6$	26 élèves	58 %
Echec	10 élèves	22 %

B.

- a) Présenter l'énoncé suivant à l'enfant. Lire le texte avec lui.

«Laurent joue deux parties de billes. A la première partie, il perd deux billes. A la deuxième partie, il perd 5 billes.»

Que s'est-il passé en tout?»

Demander à l'enfant de réfléchir à haute voix.

Observation: Noter ce qu'il dit. Ne pas intervenir pour aider l'enfant.

- b) Donner une feuille blanche à l'enfant et lui demander

«Peut-tu représenter par un dessin ou un schéma (l'enfant est libre) ce qui se passe dans ce problème?»

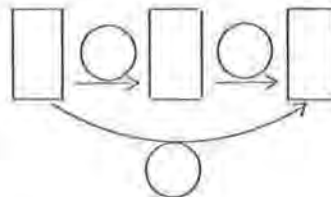
Veiller à ce que l'enfant ne voie pas les fiches de machines utilisées pour la suite de l'exercice.

- c) Quand l'enfant a terminé:

«Tu as déjà fait des exercices avec des machines. Essaie de te souvenir, dessines-en une qui montre bien ce qui se passe dans le problème.»

Joindre à cette feuille celle de l'enfant. Noter son numéro.

- d) Présenter la fiche suivante à l'enfant.



«Voici une machine déjà dessinée. Remplis-là pour qu'elle représente ce qui se passe dans le problème.»

Si l'enfant trouve un autre résultat qu'en a), et qu'il en prenne conscience, noter ses réactions.

a) Réussite	39 élèves	87 %
Echec	6 élèves	13 %
b) La plupart des élèves dessinent des collections de billes ou n'éprouvent pas le besoin d'un dessin.		
c) Présentation correcte sous forme de «machine»	9 élèves	20 %
Echec	36 élèves	80 %

d) Utilisation correcte du diagramme « machine » sans recours à des nombres « état »	4 élèves	9 %
Utilisation correcte du diagramme « machine » avec choix d'un nombre de départ (7; 8 ou 10)	21 élèves	47 %
Représentations incorrectes	20 élèves	44 %

C. Recopier la soustraction suivante sur une feuille blanche:

$$\begin{array}{r} 3014 \\ - \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

Demander à l'enfant de réfléchir à haute voix. Noter ce que l'enfant dit. (Par exemple: « quatre moins huit, je ne peux pas, je vais dans la colonne suivante... » etc.). (Le langage de l'enfant est important. Parle-t-il en termes de retenues, d'échanges, de groupements, ... ?).

Joindre la feuille de l'élève avec son numéro.

Réussite par la procédure décrite dans la méthodologie (groupements à défaire)	28 élèves	62 %	} 73 %
Réussite par la technique de compensation (8 aller à 14; ... 7+1=8 aller à 11 ... etc.)	4 élèves	9 %	
Réussite par une technique hybride	1 élève	2 %	
Erreur par technique groupements (Rép. 2956 : 1; 2937 : 2; 2036 : 2)	5 élèves		
Confusion partielle avec l'addition (Rép. 3036)	2 élèves		
Erreur par technique compensation (Rép. 2946; 2956)	2 élèves		
Inversion de sens (14-8 7-1 ou 14-8 7-0)	3 élèves		

Remarques sur la série 20

Il est peut-être utile de rappeler ici les controverses qui ont éclaté en Suisse romande à propos de la soustraction. Les données psychopédagogiques actuellement disponibles poussent à retarder l'apprentissage de la soustraction, ne serait-ce que dans le but de ne pas gaspiller inutilement des heures précieuses à un âge où les enfants pourraient s'adonner à des activités plus fructueuses. Mais la tradition provoque une pression d'ordre social sur le plan d'études qui maintient l'apprentissage de cette opération en deuxième, voire même en première année déjà.

Les résultats enregistrés ici confirment la difficulté du concept de soustraction. Un quart des élèves, au début de la cinquième année, ne maîtrise pas la technique de l'opération. Lorsqu'on connaît les efforts consentis dans ce domaine par les instituteurs, on peut raisonnablement estimer qu'ils atteignent le maximum possible. Il faut donc admettre que la consolidation de la technique de soustraction fait partie des tâches dévolues aux maîtres de 5P et 6P.

La tendance est encore plus nette en ce qui concerne le concept même de soustraction. Dès que l'enfant ne se trouve plus dans le domaine du strict comptage mais qu'il doit raisonner sur des compositions, le rendement est très faible. 11 % des enfants sont capables de découvrir la solution de

$$+ 8 \pm \dots = - 2$$

dans une situation relativement concrète.

Le faible rendement observé dans l'utilisation des «machines» pourraient inciter d'aucuns à la suppression de ce type d'activité.

Il semble préférable de s'interroger sur les objectifs réels de ce type d'exercices. Trop souvent, il n'est considéré que comme un «habillage modernisé» du calcul mental au lieu d'être envisagé sous l'angle des lois de composition.

LOP



Pentominos sur une grille

par François Jaquet

(voir Math-Ecole N° 103 p. 23 et 105 p. 25 à 28)

Mon petit problème des pentominos sur une grille, tiré de Jeux & Stratégie et exposé dans Math-Ecole N° 103, n'avait aucune autre ambition que de proposer un jeu-concours facile, motivant, au succès confirmé. Loin de moi l'idée d'en faire une « situation » ou de susciter des développements qui pourraient vite devenir fastidieux et trop complexes. (Il y a, par exemple, 2339 rectangles de dimensions 6 X 10, selon Math-Ecole N° 87. En trouver un seul tient déjà du hasard; il n'est donc pas question de rechercher tous les rectangles possibles formés avec les pentominos!)

Appréhender ce jeu d'une autre manière, comme le propose M. Delez dans son article (Math-Ecole N° 105) conduit inmanquablement à une impasse, par insuffisance des règles. Il faut alors revenir aux consignes d'origine.

Il en va ainsi de ce jeu comme de beaucoup d'autres: ils permettent à l'élève d'entrer très rapidement dans une recherche dont les buts sont assignés d'avance par les règles. L'intérêt de l'activité réside alors dans la diversité, l'efficacité ou la rapidité des procédures qui conduisent à ces buts. A trop vouloir exploiter ou récupérer de simples jeux à des fins « scolairement rentables » ne risque-t-on pas de voir les attentes du maître étouffer la motivation ludique des élèves?

Et que penser encore de la remarque de Paul: « M'sieur j'ai découvert qu'on peut placer les 12 pièces en formant un rectangle. J'ai envie de voir combien il peut y avoir de rectangles différents dans ma grille, et celui qui vaut le plus! »

A mon avis, il y a au moins deux explications possibles: Ou Paul a voulu faire plaisir à son maître, ou il collectionne les points « Mondo » et s'est procuré ainsi le jeu des 12 pentominos dans un rectangle de 6 X 10.

Bravo pour la solution maximum trouvée par les élèves: 451. J'en avais trouvé une autre, pas très différente.

Sur les 15 000 participants au premier concours de « Jeux & Stratégie », il y avait 4078 premiers ex-aequo, qui avaient donc trouvé une solution maximum à la question subsidiaire des pentominos sur une grille. La rédaction de la revue a alors proposé une nouvelle série de questions dont celle du « Parcours du Cavalier »:

Relier toutes les cases noires de la grille d'un trait continu selon un parcours de Cavalier au jeu d'échecs. Le tracé doit être simple (sans croisements), il peut être ouvert (il n'est pas nécessaire de rejoindre la case de départ choisie après être passé par toutes les cases noires).

La somme des nombres portés sur les cases touchées par le Cavalier doit être la plus petite possible. En cas d'égalité, c'est le Cavalier qui a effectué le plus grand nombre de sauts qui l'emporte.

Dans l'exemple de début de tracé, donné sur la grille, le Cavalier a relié 2 cases noires en 7 sauts et obtenu une somme de $45 = 7 + 8 + 5 + 8 + 9 + 8$ (exemple à ne pas suivre car ce parcours est beaucoup trop coûteux!)

Recherche simple, de bonne durée (au moins une heure), motivante, sans autre prétention que de fournir une activité réelle et gratifiante dès qu'on a pu trouver un tracé complet et qu'on arrive à l'améliorer ensuite. Essayez vous-même!

1	3	1	8	7	8	8	5	5	1	1	3	9	5	7	7	9	3	4	8	1	1	3	6	3	5	6	3	1	3	8	2	0	3	
8	8	9	5	0	8	6	2	7	2	7	0	3	8	7	3	7	4	5	5	5	3	4	5	5	8	1	3	3	5	5	1	8		
5	1	3	8	3	0	8	2	0	8	8	4	8	0	9	8	3	3	6	6	1	5	7	1	2	6	9	2	1	0	3	3	8		
3	4	0	6	7	1	3	5	5	3	0	3	0	6	5	7	3	5	9	4	0	2	0	3	7	3	7	1	6	7	2	2	8	0	
8	9	0	9	3	6	2	6	5	9	3	5	3	3	9	5	3	2	5	1	7	2	0	1	7	4	9	7	8	5	9	5	9	2	4
1	1	3	9	1	4	2	7	6	5	0	1	8	5	3	3	8	7	3	6	8	2	4	5	0	2	1	4	5	3	0	5	9	9	4
1	3	1	8	7	8	8	5	5	1	1	3	9	5	7	7	9	3	4	8	1	1	3	6	3	5	6	7	3	1	3	8	2	0	3
8	8	9	5	0	8	6	2	0	7	2	7	3	8	7	3	7	4	5	5	5	3	4	5	5	8	1	3	3	5	5	1	8	5	
5	0	1	3	8	3	0	8	2	0	8	8	4	8	0	9	8	3	3	6	6	1	5	7	1	0	2	6	9	2	1	3	3	8	
3	4	6	7	1	3	5	5	3	3	0	6	5	7	3	5	0	9	4	0	2	3	7	3	7	1	6	7	2	2	8	0			
8	1	1	9	4	3	4	4	4	7	2	5	9	4	2	0	5	9	7	2	6	9	1	9	6	8	2	9	7	3	5	1	7	2	0
8	0	2	2	5	0	7	2	9	8	2	8	4	1	6	8	0	7	3	1	3	4	8	5	5	3	5	4	6	6	6	0	7	4	1
1	1	3	9	1	4	2	7	6	5	1	8	5	3	3	8	7	3	6	8	2	4	5	0	2	1	4	5	3	0	5	9	9	4	
8	9	9	3	6	2	6	5	9	3	5	3	3	9	5	3	2	5	1	7	2	1	7	4	9	7	8	5	9	5	9	2	4		
8	1	1	9	4	3	4	4	4	7	2	5	9	4	2	0	5	9	7	2	6	9	1	9	6	8	2	9	7	3	5	1	7	2	0
8	0	2	2	5	0	7	2	9	8	2	8	4	1	6	8	0	7	3	1	3	4	8	5	5	3	5	4	6	6	6	0	7	4	1
1	3	1	8	7	8	8	5	5	1	1	3	9	5	7	7	9	3	4	8	1	1	3	6	3	5	6	7	3	1	3	8	2	0	3
8	8	9	5	8	6	2	0	7	2	7	0	3	8	7	3	7	4	5	5	5	3	4	5	5	8	1	3	3	5	5	1	8	5	
1	1	3	9	1	4	2	7	6	5	0	1	8	5	3	3	8	7	3	6	8	2	4	5	2	1	4	5	3	0	5	9	9	4	
1	3	1	8	7	8	8	5	5	1	1	3	9	5	7	7	9	3	4	8	1	1	3	6	3	5	6	7	3	1	3	8	2	0	3
8	8	9	5	0	8	6	2	0	7	2	7	0	3	8	7	3	7	4	5	5	5	3	4	5	5	8	1	3	3	5	5	1	8	5
5	0	1	3	8	3	0	8	2	8	8	4	8	0	9	8	3	3	6	6	1	5	7	1	0	2	6	9	2	1	0	3	3	8	
4	0	6	7	1	3	5	5	3	0	3	0	6	5	7	3	5	0	9	4	0	2	0	3	7	3	7	1	6	7	2	2	8	0	
8	9	0	9	3	6	2	6	5	9	3	5	3	3	9	5	3	2	5	1	7	2	1	7	4	9	7	8	5	9	5	9	2		

Pour agir, il faut accepter
l'imperfection.

Gaston Berger

Pour votre «Coin» jeu: Connaissez-vous le «Hex» et ses dérivés?

par Luc-Olivier Pochon

Le but de cette brève présentation est de mieux faire connaître le jeu de Hex qui mérite, à notre avis, de faire partie du coin jeu de toutes les classes (dès la quatrième année) où l'on mise sur l'apport éducatif des jeux de réflexion. Ce jeu de réflexion, qui n'est pas (encore) un classique, allie une très grande simplicité au niveau des règles, un matériel facilement réalisable en classe, à une très grande richesse stratégique. Le jeu «idéal», en quelque sorte. On donnera également les règles de deux jeux dérivés du Hex: Aladin et Hexako qui, tout en étant un peu plus compliqués et moins «puissants», constituent des variantes très attractives.

Le HEX

Ce jeu a été inventé en 1942 par Piet Hein, physicien danois, et réinventé en 1948 par John F. Nash, étudiant en mathématique de l'Université de Princeton. Le jeu devient vite célèbre au Danemark sous le nom de «Polygon». Il a été édité sous le nom de «Hex» aux Etats-Unis, en 1952.

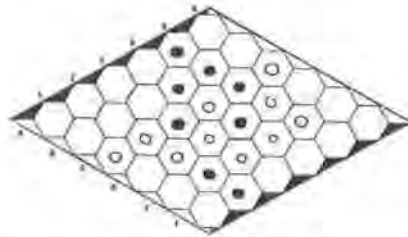
Matériel (tout un programme): Le jeu se pratique sur un tableau en forme de losange (rhomboïdal) formé de cases hexagonales. Deux côtés opposés du losange sont noirs, les deux autres blancs. Des pions noirs et des pions blancs en quantité suffisante sont encore nécessaires, à moins qu'on ne joue sur des feuilles de papier de maille hexagonale (matériel scolaire ou fabrication ad-hoc), que chaque joueur marque directement de son signe distinctif (comme au «Morpion» ou au «Tictactoe»!). Dans la première version du Hex, le tableau était de dimension 11 sur 11. Les joueurs chevronnés utilisent actuellement des tableaux plus grands (14×14 , ou même 16×16). Mais il peut également se pratiquer sur des tableaux plus petits. Le jeu 6×6 est déjà non trivial et met en évidence des tactiques (voire des stratégies) utiles sur de plus grands jeux. Cette possibilité de faire varier la grandeur du plateau (comme au GO, et ce n'est pas la seule analogie entre les deux jeux) présente un intérêt didactique certain.

«mini-hex» 6×6



But du jeu: On y joue à deux. Chaque joueur doit tenter de former avec des pièces de sa couleur une chaîne continue reliant les deux côtés de sa couleur. Celui qui y parvient gagne la partie.

Règles: Elles sont extrêmement simples, à tour de rôle les joueurs placent un de leurs pions sur une case vide. On précise que les pions ne se déplacent pas et qu'il n'y a pas de prise.



«blanc a gagné»

A méditer: Il n'y a pas de partie nulle (ce n'est pas trop difficile de s'en convaincre, mais plus ardu à expliquer formellement). Pour les amateurs de «raisonnement par l'absurde» on signale qu'il existe une stratégie gagnante pour le premier joueur. Toutefois cette stratégie n'est pas encore connue (pour les grands tableaux).

ALADIN

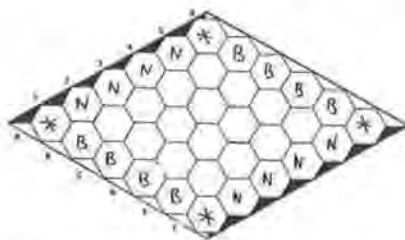
Ce jeu est une adaptation du jeu «Troll» proposée par F. Gutmacher.

Matériel: Un tableau comme pour le HEX, de dimension 6 × 6 et des pions réversibles (comme pour Othello-Reversi).

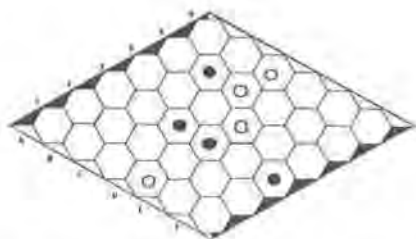
But du jeu: comme au HEX.

Règles: Deux types de poses sont possibles:

- La pose simple (comme au HEX). Cette pose n'est pas autorisée sur les bords adverses (coins compris).
- La pose-retournement. Elle consiste à poser un pion de sa couleur en entourant un ou plusieurs pions adverses placés en ligne continue. Les pions entourés sont tous retournés, cela dans toutes les directions.



Explication des signes:
 N: blanc ne peut jouer qu'en retournant
 B: noir ne peut jouer qu'en retournant
 *: blanc et noir ne peuvent jouer qu'en retournant



en jouant D5, noir
s'approprie (par
retournement) 2 pions
blancs

Remarques: Les parties d'Aladin sont en général rapides, mais demandent beaucoup d'attention et de ruse...

Contrairement au HEX, les parties nulles semblent possibles. Toutefois les avis sont divers à ce propos; qu'en pensez-vous?

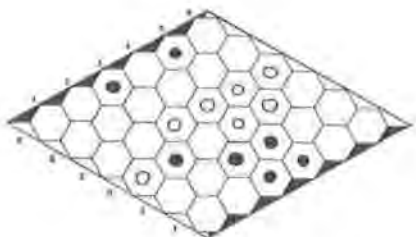
HEXAKO

Ce jeu est dû à l'inspiration de F. Gutmacher.

Matériel et but: les mêmes que pour Aladin.

Règles: Deux types de poses existent également:

- La pose simple comme pour Aladin (avec les mêmes restrictions).
- La pose-prise dans laquelle les pions adverses entourés par la dernière pose sont retirés du jeu (ils pourront être réutilisés par la suite).



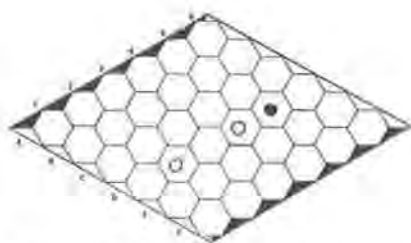
en jouant B4, noir
prend 3 pions blancs

La règle du Ko: Comme au GO, la règle du Ko permet d'éviter que certaines situations ne se reproduisent indéfiniment:

«Lorsqu'un pion est pris et retiré du jeu, le possesseur de ce pion n'a pas le droit de rejouer immédiatement au même endroit si ce coup a pour effet *unique* de prendre *le* dernier pion posé par l'adversaire».

Au cas où une situation «cyclique» comportant un plus grand nombre de coups intervient, on convient de déclarer nulle une partie où la même position est répétée trois fois de suite.

en jouant D3, noir prend le pion blanc D4. Il n'est pas permis à blanc, selon la règle du Ko, de rejouer immédiatement D4.



Au cas où vous utiliseriez (ou utilisez) ces jeux (ou d'autres) en classe, ne manquez pas d'en faire part à Math-école.

Nombreux sont les enseignants qui, comme vous, peut-être s'interrogent sur l'utilisation didactique des jeux:

- moments d'utilisation, organisation de la classe
- fabrication du matériel
- réactions des élèves (et des parents...)
- etc.

Math-école pourrait constituer un moyen d'échange entre vous tous.

Pour en savoir d'avantage:

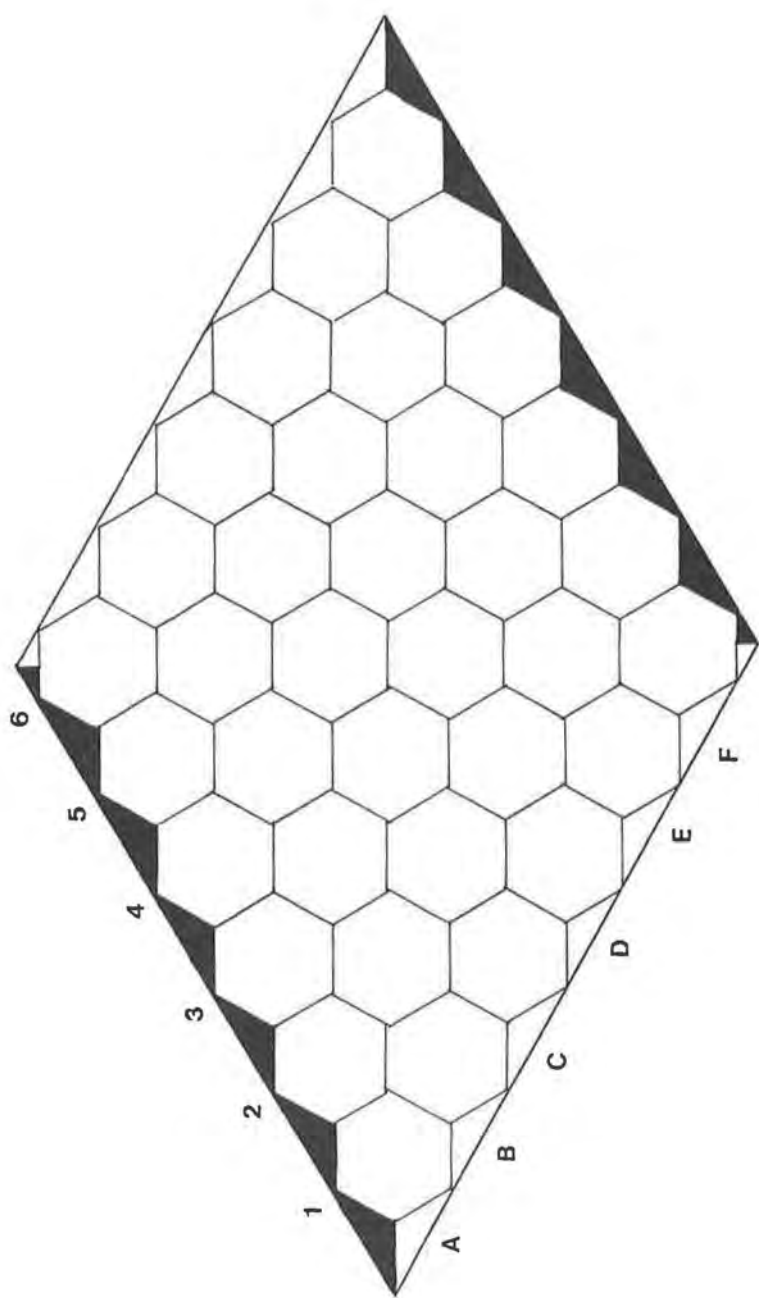
- Le HEX est présenté dans la revue «Le petit Archimède» (1) N° 66-67 (juin 1980). Depuis cette date, le PA présente régulièrement des parties commentées.
- La revue «Jeux & Stratégie» N° 2 présente une ébauche de classification des jeux de réflexion. Le HEX y figure dans la catégorie des jeux de liaisons.
- La revue «Pentamino» présente le HEX dans son N° 3 (1977). Une étude fouillée de ce jeu est faite dans le N° 5 (1978) de cette même revue («l'art du HEX» par Claude Berge).
- Les règles détaillées de Aladin et Hexako sont présentées dans la revue «Le petit Archimède» N° 77-78 et N° 79-80 (1981) par F. Gutmacher.

Ces revues sont disponibles à l'IRDP.

- 1) Editée par l'Association pour le développement de la Culture scientifique, 61 rue St. Fuscien, 80000 Amiens, France.

Pour pouvoir personnaliser son itinéraire, il importe de savoir où l'on va et quelles sont les possibilités d'avancer.

Eveline Charmeux



J. A.

1211 GENEVE 6

Monsieur François JAQUET

Recorne 21

2300 LA CHAUX-DE-FONDS

TABLE DES MATIÈRES

Editorial, <i>F. Jaquet</i>	1
Des résultats de l'évaluation aux proportions d'ajustement, <i>L.-O. Pochon</i> ..	2
Mathématique 4P - 2 ^e édition, <i>M. Ferrario</i>	14
Des tests d'un autre type: Les épreuves individuelles	17
Pentominos sur une grille, <i>F. Jaquet</i>	23
Pour votre «Coin» jeu: Connaissez-vous le «Hex» et ses dérivés? <i>L.-O. Pochon</i>	25

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet,
F. Brunelli, A. Calame, R. Dénervaud,
R. Délez, Ch. Félix, M. Ferrario,
F. Jaquet, F. Oberson.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 14.—, Etranger F 16.—,
CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an.
Service de la Recherche Pédagogi-
que; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève.
(Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983