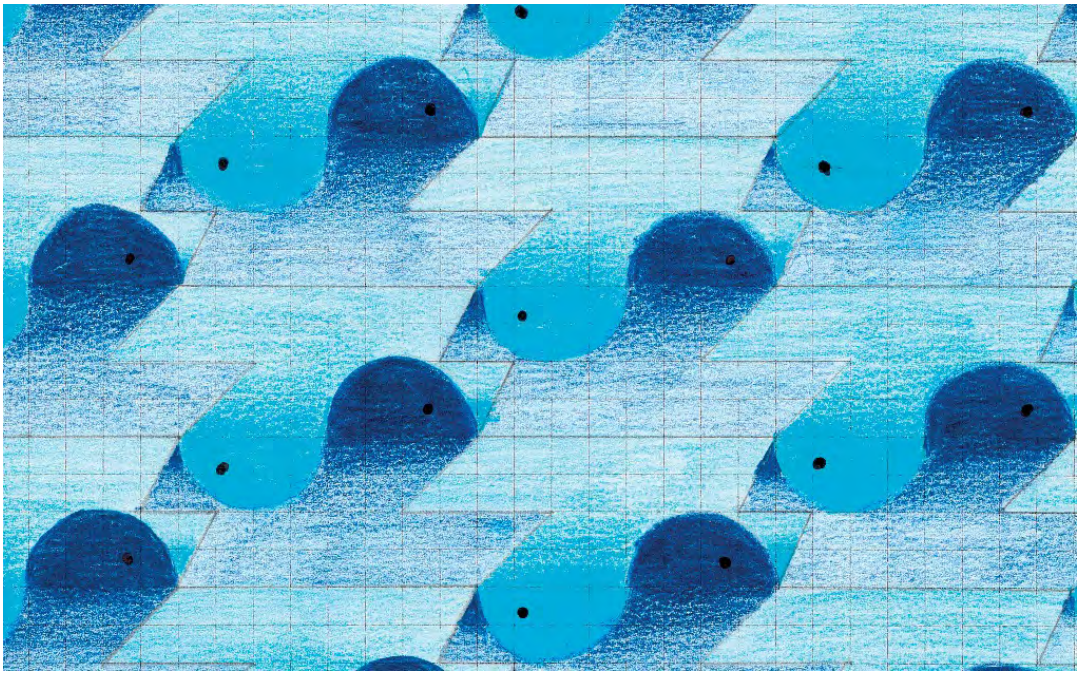
MATH-ÉCOLE

Mai 2016

225



Math-École (web)
ISSN 2296-715X

MATH-ÉCOLE

225
Mai 2016

sommaire

Éditorial 3
Céline Vendeira

Étayer les élèves à besoins éducatifs particuliers dans la résolution de problèmes : un modèle d'analyse 4
Thierry Dias, Rachel Sermier Dessemontet, Stéphanie Dénervaud

Bizarre Bizarre - Une activité pour établir des liens entre deux outils de représentation 10
Julien Covillot, Margaux Herreras

Les enseignants genevois estiment-ils correctement l'intérêt de leurs élèves pour certains sujets de sciences ? 15
Laura Weiss

La Nuit de la science 2016 : Les règles du jeu 20
Shaula Fiorelli Vilmart

Narration : « Des tapis à plat sans trous » 21
Céline Vendeira

L'algèbre étrange de Nicolas Chuquet : une réflexion pour la classe de mathématiques 26
David Guillemette

Élaboration et expérimentation d'une situation d'enseignement portant sur l'équivalence des fractions ; le cas du premier scénario 32
Virginie Houle, Jacinthe Giroux

Labo-maths - Du cube à la pyramide 37
Thierry Dias

Prochaines rencontres du RMT 42
Association Rallye Mathématique Transalpin (ARMT)

Quels usages des problèmes du RMT dans la classe ? 45
Christine Choquet

Math-École N°226 - Numéro spécial thématique en version papier 51
Comité éditorial

Lecture partagée : Nous sommes tous des mathématiciens 52
Christine Del Notaro

Éditorial

L'Association Math-École : encore une nouvelle page qui se tourne pour Math-École

Céline Vendeira

Université de Genève

En février 2012 s'ouvrait une nouvelle page pour la Revue Math-École, suite à une période de latence de cinq années.

Dans son éditorial (numéro 218), le nouveau comité remerciait la Société Suisse de Didactique des Mathématiques (SSRDM) sans laquelle une reprise de la diffusion de la revue n'aurait pu être possible. C'est en effet sous l'impulsion de son président de l'époque, qu'un numéro spécial sortait dans le cadre du colloque EMF (Espace Mathématique Francophone) à Genève. Premier numéro d'une longue série dont ce numéro constitue déjà le huitième.

Comme dans les précédents, vous trouvez, dans ce numéro 225, une certaine variété de questionnements liés à l'enseignement.

Par exemple, à propos de l'enseignement des sciences, une étude met en évidence la difficulté des enseignants de se représenter le (faible) intérêt des élèves pour cette discipline. Concernant cette fois les mathématiques, nous trouvons, avec la rubrique « narration », un partage d'expérience sur l'utilisation du matériel *polydron* pour expérimenter les pavages avec des élèves de l'enseignement spécialisé. Les Rallyes Mathématiques Transalpins (RMT) sont abordés à travers deux articles : l'un sur l'histoire de la réussite des RMT en Suisse romande et dans les autres pays qui y participent et le second sur l'utilisation possible de certains problèmes du RMT dans une classe de l' École primaire. Gageons que cette analyse d'expérience pourra susciter des envies chez d'autres enseignants, tous degrés confondus ! Un autre article s'intéresse à l'approche historique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire en relatant la naissance d'une écriture pré-algébrique par un mathématicien du Moyen-âge. Nous trouvons également dans ce numéro une analyse a priori et a posteriori de l'activité « Bizarre Bizarre » des moyens d'enseignement romands, qui porte bien son nom. Deux articles de recherche abordent des questions en lien avec le contexte de l'enseignement spécialisé. Le premier propose un modèle d'analyse de l'étayage pour des élèves ayant des besoins éducatifs particuliers dans le cas de résolution de problèmes. Le second présente une situation d'enseignement sur l'équivalence des fractions. Ne peut manquer à ce numéro l'habituelle rubrique Labo-maths qui propose aux enseignants des situations de recherches mathématiques à explorer avec leurs élèves. Après une fiche de lecture sur un ouvrage qui vient de paraître, les dernières pages de cette édition informent sur la prochaine Nuit de la science les 9-10 juillet 2016 et annoncent, à travers l'appel d'offres, la thématique retenue pour le prochain numéro papier de la revue.

Le comité éditorial qui œuvre depuis 2012 regrette la dissolution de la SSRDM, qui a eu lieu au début de cette année. Cet événement a toutefois donné lieu à la création de l'Association Math-École (AME) fondée en janvier 2016 et à la réorganisation du fonctionnement actuel de la Revue. A cette occasion, un renouveau du comité éditorial a été opéré. Nous accueillons ainsi au sein du comité éditorial Stéphanie Dénervaud, chargée d'enseignement à la Haute École Pédagogique vaudoise, ainsi que Thierry Dias, professeur formateur à la Haute École Pédagogique vaudoise. Dans ce remaniement, Stéphane Clivaz quitte le comité après quatre ans d'investissement. Nous l'en remercions vivement.

Au regard de ces changements, qui nécessitent encore une certaine réorganisation, nous espérons une nouvelle fois avoir mis toutes les chances de notre côté afin de poursuivre encore longtemps l'aventure de la Revue Math-École !

Bonne lecture !

Étayer les élèves à besoins éducatifs particuliers dans la résolution de problèmes : un modèle d'analyse

Thierry Dias, Rachel Sermier Dessemontet, Stéphanie Dénervaud

Haute École Pédagogique du Canton de Vaud

Introduction

La notion de difficulté d'apprentissage en mathématiques est actuellement source d'interrogations quant à la recherche et à l'explication de la diversité de ses causes. Les débats scientifiques vont bon train pour comprendre et interpréter l'origine de ces résistances à l'apprentissage. Sont-elles des déficits internes aux apprenants ou trouvent-elles leurs racines au sein des environnements didactiques des situations d'apprentissage (Rajotte, Giroux & Voyer, 2014) ? La résolution de problèmes en mathématiques s'avère particulièrement problématique pour les élèves ayant des difficultés d'apprentissage ou une déficience intellectuelle (Xin, Jitendra & Deatline-Buchman, 2005). Des difficultés de compréhension en lecture, des difficultés à se représenter le problème et à identifier les informations importantes, ainsi que des lacunes dans les notions mathématiques de base (numération et opérations) sont autant d'entraves que les apprenants rencontrent dans la résolution de problèmes. Mais le recours par les enseignants à des stratégies d'enseignement inefficaces peut également jouer un rôle dans leurs difficultés (Xin, et al., 2005).

Toutes ces embûches didactiquement reconnues peuvent amener les enseignants spécialisés à sous-investir la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Pourtant la démarche de résolution de problèmes est considérée comme centrale dans l'enseignement des mathématiques dans les programmes scolaires de la plupart des pays européens, et notamment dans le Plan d' Études Romand en Suisse. Une approche par résolution de problèmes permet aux élèves de développer des habiletés cognitives de haut niveau en sollicitant particulièrement leurs processus de raisonnement. La complexité des tâches proposées permet également aux élèves de mobiliser plusieurs types de ressources selon l'approche par compétences : savoir, savoir-faire et savoir-être (Demonty & Fagnant, 2014). Selon nous, ceci représente une opportunité d'appréhender plus objectivement leur réel potentiel à apprendre (Dias, 2014) tout en conservant les enjeux de signification y compris avec des élèves ayant des difficultés d'apprentissage. Le but de cet article est de présenter un modèle d'analyse de l'étayage fourni en situation de résolution de problèmes mathématiques développé dans le cadre d'une étude menée avec sept enseignantes spécialisées travaillant avec des élèves ayant des difficultés marquées dans ce domaine.

L'évolution de la notion d'étayage dans la littérature anglophone

Dans un texte fondateur, Wood, Bruner et Ross (1976) proposent le concept d'étayage pour décrire les moyens grâce auxquels un adulte ou un « spécialiste » vient en aide à quelqu'un pour qu'il puisse réaliser seul une tâche qu'il n'arrive pas à réaliser de manière autonome au départ. Pour Bruner (1983), la notion d'étayage est intimement liée au concept de zone proximale de développement développé par Vygotsky. Cette zone de développement potentiel englobe les contenus et les activités cognitives qu'un apprenant ne peut pas encore mobiliser de manière autonome, mais qu'il peut mobiliser lorsqu'il bénéficie de la médiation d'une personne plus experte que lui (Vygotsky, 1985). À l'issue d'observations réalisées en contexte de résolution de problèmes avec des enfants de trois à cinq ans, Wood et al. (1976) proposent de catégoriser les étayages apportés par l'adulte en six fonctions : l'enrôlement, la réduction des degrés de liberté, le maintien de l'orientation, la signalisation des caractéristiques déterminantes, le contrôle de la frustration,

et la démonstration.

Comme le montre Stone (1998) dans son analyse des recherches sur l'étayage, les travaux de Wood et al. (1976) ont donné l'impulsion à un grand nombre de recherches conduites sur les étayages mère enfant. Les études sur l'étayage fourni dans les interactions enseignant élève sont par contre plus rares (Stone, 1998). À l'heure actuelle, dans la littérature anglophone, trois aspects sont considérés comme étant essentiels dans l'étayage enseignant élève : une compréhension partagée du but de l'activité entre l'enseignant et les élèves, le diagnostic continuel du niveau actuel de maîtrise de l'élève, le calibrage de l'aide fournie et son retrait progressif afin que l'élève prenne le contrôle et la responsabilité de son apprentissage (Puntambekar & Hübscher, 2005; Stone, 1998). Relevons que la notion d'étayage s'est élargie et comprend non seulement l'aide fournie dans les interactions enseignant élèves, mais aussi l'aide fournie par des artefacts ou outils technologiques et l'aide fournie par les pairs (Ge & Land, 2004 ; Puntambekar & Hübscher, 2005 ; Sherin, Reiser & Edelson, 2004).

Les travaux d'Anghileri (2006) sur l'étayage dans l'enseignement des mathématiques, illustrent bien cet élargissement. Cette chercheuse distingue trois niveaux d'étayage pour soutenir les apprentissages des élèves en mathématiques :

- Niveau 1 : les ressources environnementales

Ce premier niveau permet de créer un environnement qui encourage l'implication active des élèves et qui est propice aux apprentissages, sans qu'il y ait d'intervention directe de l'enseignant. Les ressources environnementales englobent les artefacts (choix du matériel, des supports ou outils qui vont être utilisés durant la leçon), l'organisation de la leçon (aménagement spatial de la classe, séquençage, structuration et rythme de la leçon) et les choix de regroupement des élèves.

- Niveau 2 : expliquer, inciter à examiner, restructurer

Ce deuxième niveau désigne les interactions enseignant élève visant à étayer les apprentissages mathématiques des élèves au travers de trois stratégies. La première stratégie consiste à expliquer aux élèves les notions ou procédures qui doivent être mises en oeuvre. La seconde prend la forme d'incitations aux élèves à observer, toucher, manipuler et verbaliser ce qu'ils pensent et à expliquer et justifier leurs actions. La troisième stratégie désigne la restructuration des activités, tâches ou expériences pour les rendre plus accessibles pour les élèves.

- Niveau 3 : développer la pensée conceptuelle

Ce troisième niveau désigne les interactions enseignant élève visant à développer la pensée conceptuelle des élèves. Les trois stratégies majeures à ce niveau consistent à aider les élèves à développer des outils de représentation de concepts abstraits (représentation visuelle - mot - symbole), les amener à établir des liens entre les notions mathématiques et à générer un discours conceptuel.

Malgré l'importance reconnue de l'étayage dans les situations de résolution de problèmes mathématiques, très peu de recherches ont étudié cet aspect dans le contexte de l'enseignement spécialisé. Nous avons par conséquent mis en place une étude dans le but de faire avancer l'état des connaissances par rapport à cette problématique.

Présentation de l'étude

L'objectif de cette étude est de décrire et d'analyser les types d'étayage utilisés par les enseignants spécialisés lors des différentes phases de la résolution de problèmes avec un groupe d'élèves ayant des besoins éducatifs particuliers. La finalité de cette recherche est de construire des outils d'analyse des interactions lors de situations de résolution de problèmes mathématiques pour la formation professionnelle des enseignants spécialisés.

Dans une phase exploratoire, une première grille d'analyse des étayages fournis a été élaborée sur la base de l'analyse de trois séances de résolution de problèmes mathématiques. Ces séances animées par trois enseignantes spécialisées différentes

ont été filmées et retranscrites. Avec ces corpus, nous avons d'abord choisi de réaliser des tentatives de codage avec les six fonctions de tutelle de Wood et al. (1976). Quelques premiers résultats ont très rapidement montré la limite de l'utilisation de ces seules six fonctions de tutelle (Dias & Tièche-Christinat, 2011). Le contexte des interactions dans le cadre scolaire impliquait beaucoup d'échanges qui dépassaient la seule communication orale et ne suivaient pas le même temps didactique que celui de la résolution d'une tâche du type de celle proposée par Bruner (1983). Nous avons alors développé une nouvelle catégorisation plus adaptée au contexte de la recherche. Celle-ci est étroitement liée au modèle d'analyse présenté dans la quatrième partie de ce texte.

Une fois cette phase exploratoire terminée, une étude a été mise en place avec sept enseignantes spécialisées suivant une formation en cours d'emploi dans le cadre d'un Master en enseignement spécialisé et réalisant leur mémoire professionnel sur la résolution de problèmes mathématiques. Nous avons mis à leur disposition une banque de problèmes que nous pouvons assimiler à des tâches complexes (Demonty & Fagnant, 2014) nécessitant plusieurs étapes de résolution, et dont la réponse n'est pas possible sans un travail spécifique sur la représentation. Le problème présenté ci-dessous (figure 1) est un exemple tiré de cette banque de problèmes.

LES VERRES DE JUSTINE

Justine a reçu une caisse de 42 verres en cristal qu'elle va ranger dans la vitrine de sa boutique. Cette vitrine a 7 rayons.

Elle place tous les verres sur les 7 rayons.

Sur chaque rayon, elle met un verre de moins que sur le rayon précédent.

Combien y a-t-il de verres sur chaque rayon ?

Figure 1 : exemple d'un énoncé de problème utilisé dans l'étude

Parmi les sept enseignantes spécialisées participant à la recherche, trois travaillaient dans des écoles spécialisées, une dans une classe spécialisée au sein d'un établissement ordinaire et trois autres dispensaient du soutien à des élèves scolarisés en classes ordinaires. Leurs élèves étaient considérés comme ayant des difficultés scolaires ou diagnostiqués comme présentaient une déficience intellectuelle. Les enseignantes se sont toutes filmées pendant la réalisation d'au moins deux séances de résolution de problèmes mathématiques avec leurs élèves (groupes composés de trois à huit élèves). Après retranscriptions sous forme de verbatim, elles ont procédé à l'analyse des interactions enseignante élèves à l'aide de catégories élaborées suite à la phase exploratoire de l'étude (voir modèle d'analyse dans la quatrième partie de l'article). L'analyse globale des données récoltées par les sept participantes est actuellement en cours. Toutefois, les analyses réalisées par chacune d'entre elles au sujet de leur étayage à l'aide des catégories fournies mettent en lumière des résultats préliminaires qui ont permis de consolider un modèle d'analyse de l'étayage présenté au point suivant.

Présentation d'un modèle d'analyse de l'étayage

Le modèle d'analyse est illustré par le schéma ci-après (figure 2). Nous distinguons deux grands niveaux d'intervention pour l'enseignant lorsqu'il utilise une démarche de résolution de problèmes : celui des aménagements préventifs, et celui des étayages plus spécifiques dans les interactions enseignant élève. La dimension préventive concerne tous les aménagements susceptibles de venir en aide aux élèves à un moment ou un autre de la situation d'apprentissage. Elle est très proche du premier niveau d'étayage nommé « ressources environnementales » par Anghileri (2006). Elle concerne les éléments de l'environnement didactique mis à disposition des apprenants confrontés à des déséquilibres inhérents à la démarche d'enseignement par la résolution de problèmes. On peut classer ces aménagements selon quatre entrées :

- choix et analyse du problème ;
- diversité des supports de langage concernant la consigne de l'énoncé du problème ;
- choix du matériel mis à disposition de

tous les élèves ;
• organisation des espaces de travail et des dispositifs sociaux de travail.

Cette dimension préventive représente une intervention passive dans le processus d'enseignement. On peut néanmoins la considérer comme un étayage du fait de son rôle intentionnel dédié à l'adaptation à un déséquilibre induit par la situation problème. Lorsque les choix environnementaux sont pensés non seulement en fonction des contraintes externes (programme, degré de scolarité, effectifs) mais également en fonction des contraintes liées aux particularités des élèves, et que ces environnements sont ajustés à leurs ressources et à leurs difficultés, on peut considérer que ces choix sont étayants.

Le deuxième niveau de l'intervention enseignante est consacré aux étayages plus spécifiques qui concernent des interactions enseignant élève(s) ciblées en fonction des besoins des élèves. Deux fonctions générales sont distinguées : d'une part les étayages ayant pour but de soutenir l'investissement des élèves dans la tâche et d'autre part les étayages visant à soutenir le processus de résolution du problème. Les étayages centrés sur l'investissement de l'élève, comprennent :

• l'enrôlement (engagement de l'intérêt et de l'adhésion des élèves pour la tâche)
• le maintien de l'attention (maintien des élèves dans la poursuite de la tâche)
• l'apaisement de la relation (féliciter, encourager et réguler les interactions entre les élèves)
• le relâchement (encourager l'autonomie des élèves)

Les étayages centrés sur le processus de résolution de problèmes englobent :
• la structuration (séquencer la résolution en étapes et les organiser, valider des solutions intermédiaires)
• les aides à la représentation (faire des adaptations langagières telles que des clarifications lexicales, ou des reformulations, s'appuyer sur un registre de représentation autre que verbal tel qu'un dessin, un schéma ou du matériel, et inciter à repérer les caractéristiques déterminantes du problème et celles qui ne le sont pas)
• la transmission (faire une démonstration et/ou imposer une démarche ou une stratégie, donner la réponse ou une partie de réponse)
• l'activation de la métacognition (amener les élèves à verbaliser leurs stratégies et raisonnements, amener les élèves à comparer et analyser leurs stratégies et raisonnements).

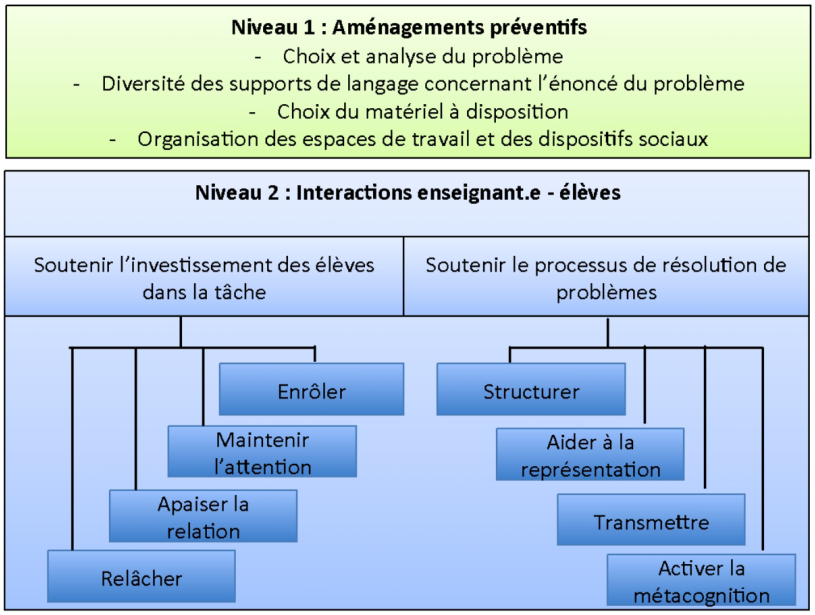


Figure 2 : Schéma d'organisation des deux niveaux d'intervention enseignante

Conclusion

Quelques constats préliminaires ont émergé lors de l'utilisation de ce cadre d'analyse par les sept enseignantes spécialisées participant à cette étude. Pour commencer, le premier niveau de l'étayage « aménagements préventifs » parait essentiel. Alors qu'au départ de l'étude nous avions proposé aux participantes un modèle d'analyse centré uniquement sur les interactions enseignant élèves, l'examen des séquences a mis en évidence que la première dimension était difficilement dissociable de l'étayage fourni aux élèves dans les interactions. A ce titre nos travaux rejoignent la conception élargie de l'étayage proposée dans la littérature anglophone (Anghileri, 2006 ; Ge & Land, 2004 ; Puntambekar & Hübscher, 2005 ; Sherin et al., 2004 ; Stone, 1998). Dans le cadre de cette étude, le choix du problème et la qualité de l'analyse a priori menée par les enseignantes semblent en effet avoir joué un rôle important dans le calibrage des étayages interactionnels au cours de la résolution de problèmes en leur permettant d'anticiper les besoins de structuration et d'aide à la représentation chez les élèves. L'analyse des séquences a également mis en évidence qu'un choix peu judicieux de matériel ou un dispositif social impliquant un placement inapproprié des élèves pouvait faire échouer certains étayages fournis dans les interactions, pourtant tout à fait pertinents, tels que des aides à la représentation visuelle. Nos résultats préliminaires suggèrent par conséquent que fournir un étayage adéquat à des élèves présentant des difficultés importantes en résolution de problèmes requiert une attention toute particulière à ces aménagements préventifs.

Notre modèle semble être un outil pertinent pour l'analyse des pratiques et des gestes professionnels. Il facilite notamment une prise de distance réflexive et permet d'identifier certaines stratégies d'étayages encore insuffisamment exploitées ou maîtrisées. A ce titre, un constat relativement récurrent qui émerge de l'analyse des séquences est l'insuffisance des étayages visant à activer la métacognition, autrement dit à générer un discours réflexif chez les élèves. Pourtant il s'agit là d'une composante importante d'un enseignement efficace en mathématiques auprès d'élèves ayant des difficultés d'apprentissage (Gersten et al., 2009). Tanner et Jones (2000) parlent de style d'étayage réflexif pour décrire les enseignants qui arrivent à générer un discours réflexif chez leurs élèves non seulement au cours de leurs actions, mais aussi au sujet de leurs actions. Ces étayages interviennent généralement à la fin d'activités de résolution de problèmes mathématiques ou à la fin d'étapes-clés de l'activité. Ils favorisent l'apprentissage de stratégies métacognitives pouvant être transférées à d'autres situations de résolution de problèmes.

Nous poursuivons désormais nos travaux d'analyse des séances animées par les sept participantes afin d'aboutir à une compréhension plus approfondie des étayages fournis en contexte de résolution de problèmes mathématiques auprès de groupes d'élèves ayant des difficultés marquées dans ce domaine.

Références

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 33-52.

Bruner, J. S. (1983). La conscience, la parole et la zone proximale : réflexions sur la théorie de Vygotski. In J. S. Bruner (Ed.), *Savoir faire, savoir dire* (pp. 281-292). Paris: PUF.

Dias, T. & Tièche Christinat, C. (2011). Milieu des situations didactiques dans l'enseignement spécialisé. Consulté le 10 mars 2013 dans http://www.convegnodas.dfa.supsi.ch/wp-content/uploads/2011/04/DIAS-TIECHE_milieu-des-situations-mathématiques-dans-lenseignement-spécialisé.pdf

Dias, T. (2014). Des mathématiques expérimentales pour révéler le potentiel de tous les élèves. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, 1(65), 151-161.

Demonty, I. & Fagnant, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Education et francophonie,* 42(2), 173-89.

Ge, X. & Land, S. M. (2004). A conceptual framework for scaffolding ill-structured problem-solving processes using question prompts and peer interactions. *Educational Technology research and Development,* 52(2), 5-22.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathe-

matics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202-1242.

Puntambekar, S. & Hübscher, R. (2005). Tools for Scaffolding Students in a Complex Learning Environment: What Have We Gained and What Have We Missed? *Educational Psychologist,* 40(1), 1-12.

Rajotte, T., Giroux, J. & Voyer, D. (2014). Les difficultés des élèves du primaire en mathématiques, quelle perspective d'interprétation privilégier ? *Revue des sciences de l'éducation de McGill*, 49(1), 67-87.

Sherin, B., Reiser, B. J. & Edelson, D. (2004). Scaffolding Analysis: Extending the Scaffolding Metaphor to Learning Artifacts. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(3), 387-421.

Stone, C. A. (1998). The Metaphor of Scaffolding: Its Utility for the Field of Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities,* 31(4), 344-364.

Tanner, H. & Jones, S. (2000). Scaffolding for success: reflective discourse and the effective teaching of mathematical thinking skills. *Research in mathematics education,* 2(1), 19-32.

Vygotsky, L. (1985). *Pensée et langage*. Paris : Editions sociales.

Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.

Xin, Y. P., Jitendra, A. K. & Deatline-Buchman, A. (2005). Effects of Mathematical Word Problem - Solving Instruction on Middle School Students with Learning Problems. *The Journal of Special Education*, 39(3), 181-192.

Bizarre Bizarre - Une activité pour établir des liens entre deux outils de représentation

Julien Covillot, Margaux Herreras

Étudiants à l'Université de Genève

Avec pour objectif d'observer comment les élèves s'y prenaient pour établir une correspondance entre deux outils de représentation différents, nous avons proposé l'activité « Bizarre Bizarre »[1] à une classe de 3ème Harmos (6-7 ans), à Genève. Cette activité se situe dans le module 1 des moyens Corome sous le thème « Apprendre à raisonner » (Gung, Sauthier & Stierli, 1996a).

Pour résoudre ce problème les élèves doivent mettre en relation des informations qui diffèrent entre deux pages : sur l'une d'elles, des animaux sont dessinés avec des queues « bizarres » ; sur l'autre, un tableau à double entrée dans lequel les corps des animaux sont disposés verticalement et les queues horizontalement. Les croix placées dans le tableau, qui apparient un animal avec une queue, ne correspondent pas toujours aux informations du dessin. Les élèves ont alors pour consigne d'accorder les deux fiches pour « qu'elles disent la même chose ». Ils peuvent soit corriger les « erreurs » sur le dessin, soit sur le tableau.

Tout d'abord nous présentons une analyse de l'activité s'appuyant sur différentes variables didactiques qui caractérisent le problème. Par la suite quelques éléments du contexte de l'observation sont partagés, enfin nous concluons sur l'analyse de l'observation.

Analyse a priori

Connaissances visées et pré-requis

Cette activité propose deux systèmes de représentation (Burgermeister, Dorier, 2013) d'une collection d'animaux. Cependant certains animaux de la collection ont été modifiés dans une des deux représentations. L'élève doit identifier ces différences en faisant correspondre les représentations.

Les connaissances requises pour la résolution de cette activité sont de pouvoir lire un tableau à double entrée, c'est-à-dire d'identifier, même si le vocabulaire n'est pas maîtrisé, les notions de « colonne », de « ligne » et d'« intersection ». Les élèves doivent également être capables de comprendre que la croix signifie une association des informations de la ligne et de la colonne correspondante. Soulignons qu'il est spécifié dans le classeur du maître des moyens Corome (Gung, Sauthier & Stierli, 1996b) que l'utilisation du tableau à double entrée ne fait pas l'objet d'un enseignement spécifique pour cette activité. Notre ambition vise ainsi la mise en correspondance de deux systèmes de représentation. Le premier système représente l'ensemble des animaux dessinés. Le deuxième système représente l'ensemble des animaux organisé dans un tableau à double entrée. L'identification des différences entre les animaux des systèmes et la correction des animaux permet à l'enseignant d'identifier dans quelle mesure l'élève est capable d'interpréter les deux représentations pour les mettre en relation.

Description des principales variables didactiques

Afin de focaliser notre recherche sur l'interprétation et la mise en relation de deux modèles de représentations, nous centrons notre analyse sur 4 variables didactiques :

- l'association corps/queues des animaux basée sur des critères internes ou externes à l'activité : si les corps des animaux sont associés à des queues de manière fantaisiste, l'élève est obligé de prendre pour référence une page afin d'accorder l'autre. Si au contraire il doit apparier les corps et les queues selon un critère externe à l'activité, par exemple selon la « réalité », il n'aura pas besoin de mettre en relation les deux pages de l'activité. Dans ce cas l'élève ajoute un troisième système, le système de référence qui représente la réalité.

- le nombre d'animaux différents (ou le nombre de queues différentes) présents

1 *Énoncé en annexe.*

sur les feuilles : en dessous de 4 animaux, l'élève est capable de résoudre l'activité par reconnaissance globale et le tableau à double entrée cesse d'apparaître comme un modèle de représentation efficace. Entre 5 et 9 animaux, le tableau devient une représentation efficace. Au-dessus de 9 animaux, il y a le risque que l'élève se trompe de ligne ou de colonne lorsqu'il cherche la correspondance entre les informations du dessin et celles du tableau. Une très grande valeur de cette variable (par exemple + de 20) force donc l'élève à utiliser des stratégies pour éviter de se tromper de ligne ou de colonne (en utilisant une règle par exemple).

- l'ordre d'apparition (dans le sens de la lecture par exemple) identique, ou non, des éléments dans le tableau ainsi que sur le dessin : si l'ordre est identique, le sens de la lecture – par exemple du dessin au tableau ou inversement – n'a pas d'importance. En revanche, si la disposition des éléments n'est pas la même sur les deux pages, l'élève est obligé de choisir une page de référence pour vérifier tous les couples corps/queues. S'il ne maintient pas ce sens de lecture tout au long de l'activité, il risque d'oublier des éléments.

- la correspondance, ou non, entre le nombre d'animaux et de queues : s'il y a autant de queues que d'animaux et que l'élève voit sur le dessin que chaque animal a une queue différente, il pourra suivre une stratégie « éliminatoire » dans la résolution de son exercice et il saura que le dernier animal restant ira avec la dernière queue restante, sans même avoir besoin de comparer les deux pages. S'il y a davantage d'animaux que de queues, cela implique qu'une même queue sera liée à deux animaux différents. L'élève doit donc établir une correspondance entre le dessin et le tableau pour chaque animal.

Par rapport à l'activité présentée dans les moyens officiels nous avons simplement effectué quelques modifications graphiques. En effet, dans l'activité telle qu'elle est présentée dans les moyens Corome, les queues de l'oiseau et du lapin ne ressemblaient pas à leur équivalent dans le tableau, ce qui risquait, inutilement, d'induire en erreur les élèves.

Étude des stratégies

En reprenant l'énoncé initial (moyennant les changements graphiques) nous avons identifié une stratégie visée et quelques stratégies erronées.

Stratégie visée

L'élève identifie un animal et sa queue sur la « feuille dessin », puis il retrouve dans le tableau à quelle ligne correspond cet animal et à quelle colonne correspond sa queue. À l'intersection de cette ligne et de cette colonne devrait apparaître une croix. Si ce n'est pas le cas, l'élève en met une.

Stratégies erronées

Des erreurs peuvent survenir si l'élève dévie lorsqu'il suit une ligne ou une colonne. Il peut également se tromper en considérant les intersections des lignes du tableau plutôt que des cases. Enfin, s'il ne suit pas un sens de lecture toujours identique, il peut oublier de traiter une ou plusieurs informations.

Sur le tableau, l'élève ne descend pas d'une ligne lorsqu'il passe à un autre animal : toutes les croix se trouvent sur la même ligne (ou sur la même colonne s'il part des queues).

Cette erreur a été commise par un seul groupe, les autres ayant appliqué immédiatement la stratégie visée. L'élève mettait en relation, oralement, les bonnes lignes et les bonnes colonnes, mais, graphiquement, n'avait pas compris qu'il fallait descendre dans la colonne jusqu'à l'intersection de celle-ci avec la bonne ligne. Pour ces deux élèves, mettre la croix dans la bonne colonne était suffisant. La notion d'intersection n'était pas encore intégrée.

Contexte de l'expérimentation

L'activité a été menée par la titulaire de classe, une enseignante de 7 ans d'expérience qui ne l'avait jamais faite auparavant. Les élèves, au nombre de 17, ont travaillé par deux, dans le but de favoriser les interactions entre eux. L'un des deux étudiants filmait, alors que l'autre se déplaçait de groupe en groupe afin d'observer les élèves dans la réalisation de l'activité,

mais en s'interdisant autant que possible d'intervenir. Le déroulement de la séance n'a pas totalement correspondu à ce qui avait été planifié avec l'enseignante, celle-ci n'a notamment pas eu le temps de clôturer l'activité par une institutionnalisation des connaissances mobilisées par les élèves.

Analyse a posteriori

Analyse de quelques difficultés

La principale difficulté rencontrée par les élèves n'a pas été, comme nous l'avions imaginé, la lecture du tableau à double entrée, mais bien de prendre pour référence l'une des deux pages afin de l'accorder avec l'autre. En effet, une majorité des élèves est partie dans l'idée qu'il fallait retrouver la queue de l'animal conformément à la « réalité », ce qui était problématique puisqu'il y avait moins de queues que d'animaux et que l'une d'elle ne correspondait à aucun animal présent. Nous pensons que la présentation de l'activité par l'enseignante a peut-être contribué à cette interprétation de la tâche à réaliser par les élèves. En effet, la titulaire a commencé par distribuer uniquement la page qui comporte les dessins d'animaux et a sollicité les élèves à faire des remarques sur ce qu'ils voyaient. Voici quelques extraits des échanges qui s'en sont suivis :

Un élève : ce sont des animaux qui ont des queues mélangées.

Enseignante : ah, vous avez entendu ce qu'il a dit ? Ce sont des animaux qui ont des queues mélangées.

Une autre élève : ce sont tous des queues mélangées qui vont sur un animal qui est sur cette feuille.

Enseignante : d'accord, vous avez remarqué ça ? Vous êtes tous d'accord ?

Nous pensons que la validation de ces remarques par l'enseignante, a peut-être conforté, chez les élèves, l'idée qu'ils avaient pour tâche de retrouver la « bonne » queue de chaque animal. Après ce moment de discussion, la titulaire a distribué la deuxième page, celle du tableau, en donnant les mêmes consignes qu'auparavant et il en est ressorti une ambiguïté visible dans l'extrait suivant :

Un élève : c'est pas les bonnes croix.

L'enseignante : c'est pas les bonnes queues par rapport à quoi ? Par rapport à cette feuille-là [montre la feuille dessin] ou par rapport aux vrais animaux ?

Plusieurs élèves : par rapport aux vrais animaux.

L'enseignante : d'accord, je suis d'accord.

Nous pouvons voir que le premier élève semble partir sur une bonne piste, mais que la validation de l'enseignante porte sur une interprétation erronée. Il faut préciser que la classe était très agitée, que la titulaire devait s'interrompre fréquemment pour faire de la discipline et qu'il lui était difficile de maintenir le fil de ses pensées. Quoi qu'il en soit, cette mauvaise interprétation de la tâche à accomplir a perduré longtemps (environ 20 min sur 50 min) avant d'être finalement dissipée.

Il nous semble également que le fait d'avoir distribué les pages en deux temps, a conduit les élèves à se focaliser sur l'une et l'autre plutôt que de les traiter d'emblée de manière conjointe. Ce n'est qu'après la lecture de la consigne, après 20 minutes de tâtonnements, que la plupart des élèves ont compris qu'il fallait mettre en relation les deux pages, même si certains persistaient à associer dans le tableau le corps d'un animal avec la queue qui lui correspond dans la « réalité ».

Une fois la consigne comprise, tous les groupes ont porté les corrections sur le tableau. Était-ce parce qu'il était plus économique de procéder ainsi plutôt que de porter les modifications sur la page des dessins ? Il nous est difficile d'y répondre, car l'enseignante a pris pour exemple uniquement une modification dans le tableau, ce qui a pu influencer les élèves. Dans la lecture du tableau à double entrée, un seul duo a commis l'erreur de placer toutes les croix sur la première ligne, démontrant ainsi qu'il n'avait pas saisi la notion d'intersection.

D'autres groupes ont eu des difficultés à trouver une méthode pour s'assurer qu'ils avaient bien traité toutes les données. En

effet, conformément à ce que nous avions relevé dans nos variables, le fait que les dessins n'apparaissent pas dans le même ordre dans les deux pages, contraint les élèves à choisir un sens de lecture et à s'y tenir afin de ne pas oublier des informations. Nous avons pu observer à de nombreuses reprises que des élèves partaient tantôt du dessin, tantôt du tableau et ne savaient finalement plus quelles associations avaient déjà été vérifiées. Un manque d'organisation et de systématisation peut donc être relevé. Cela est certes caractéristique de l'âge des élèves, mais le fait que certains d'entre eux aient réussi à s'organiser suffisamment pour réaliser la tâche de manière optimale nous a interpellés. Nous pouvons donc constater (voir ci-dessous) que la stratégie visée a finalement été employée par tous les élèves, mais que seule une petite partie de la classe a pu l'utiliser spontanément et de manière optimale. En effet, le reste de la classe utilisait certes la stratégie visée, mais mêlée d'erreurs du type : l'élève dévie lors de la recherche d'intersection, atterrissant dès lors sur une case inadéquate.

Aperçu des stratégies effectives

La stratégie visée a été mise en œuvre de prime abord par un groupe, qui est immédiatement entré dans la tâche. C'est le travail de ce groupe qui a été utilisé lors de la mise en commun et qui a permis aux autres groupes de comprendre la stratégie visée. Après la mise en commun, les autres groupes ont également appliqué cette stratégie.

Nous avons pu observer que la plupart des groupes commettaient des erreurs dans la lecture du tableau. Le plus souvent, le deuxième membre du groupe le remarquait et l'élève pouvait immédiatement la rectifier. Parfois c'est l'enseignante qui le remarquait. Durant la réalisation de l'activité ce type d'erreur n'a pas eu une très grande importance.

Comme dit plus haut, un seul élève n'a pas su utiliser le tableau pour présenter les animaux car il n'avait pas encore intégré la notion d'intersection.

Synthèse

L'activité a dans l'ensemble été très laborieuse. La classe était compliquée et l'enseignante devait sans cesse faire preuve de discipline et reprendre les élèves, ce qui a perturbé le bon fonctionnement de l'activité. La compréhension du lien entre le dessin et le tableau n'a pas été effective immédiatement, les élèves utilisant uniquement le tableau et le mettant en rapport avec le système de la réalité. Toutefois, une fois que la régulation a été faite et le lien entre les deux modèles explicité de manière plus approfondie les élèves ont su se servir du tableau de manière adéquate.

Il est possible de varier la difficulté de l'exercice en ajustant les variables. Un nombre élevé d'animaux et de queues présents sur le dessin demande aux élèves une utilisation plus précise du tableau et sanctionne immédiatement les stratégies erronées. Nous avions, quant à nous, choisi des variables demandant une réflexion de la part des élèves, mais qui ne complexifiaient pas trop la tâche. Ce choix a été judicieux car la titulaire a dû beaucoup réguler, redonner les consignes, etc.

Conclusion

L'activité « Bizarre Bizarre » est intéressante car elle permet de travailler la mise en correspondance de deux modèles. On peut agir sur la complexité de la mise en relation entre les deux système en travaillant sur les variables didactiques. La mise en œuvre (présentation des deux modèles successivement) de la tâche dans sa forme initiale a montré que les élèves ajoutent spontanement un troisième système lié à la réalité. Nous n'avions pas anticipé que cette organisation dans la présentation de la tâche impliquerait la mobilisation de ce troisième modèle. Il en découle que la proximité de la collection avec la réalité n'a pas fonctionné comme aide dans la résolution de la tâche mais a plutôt brouillé sa compréhension. Il serait donc intéressant de refaire cette activité en présentant les deux modèles simultanément afin que les élèves puissent immédiatement travailler dessus sans passer par un troisième modèle.

Une autre possibilité serait de modifier la collection à traiter. On pourrait construire une collection de personnages fictifs. Ainsi les seuls modèles disponibles aux élèves seraient ceux mis à leur disposition.

En proposant une collection d'animaux proches de la réalité mais pourtant différents, les concepteurs ont probablement voulu créer une collection qui interpelle. Cependant lors de la mise en œuvre de cette activité, les enseignants doivent anticiper la spécificité de la collection afin qu'elle ne trouble pas la résolution de la tâche. Sur ce point, Goigoux (1998) relève que la tendance à « habiller » les tâches scolaires, dans le but de les rendre plus attractives, gène le traitement des informations essentielles dans le sens ou l'attention des élèves – et souvent des élèves les plus « fragiles » – est attirée par des détails non pertinents pour la résolution. En outre, elle favorise une motivation extrinsèque à l'activité cognitive de l'élève.

Références

Burgermeister, P.-F. & Dorier, J.-L. (2013). La modélisation dans l'enseignent des mathématiques en Suisse romande. *Petit x*, 91, 5-24.

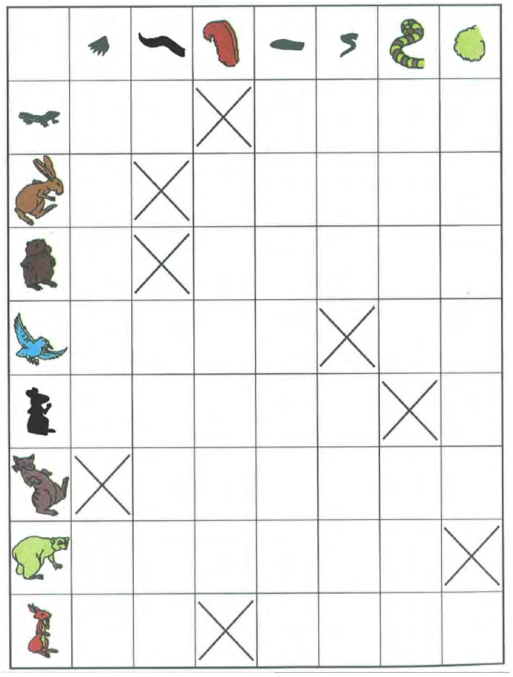
Goigoux, R. (1998). Quels contenus d'enseignement, quelle définition de l'école maternelle ? In B. Groison (Ed.) *Maternelle offre avenir (pp. 49-62)*. Paris : publication du Syndicat national des instituteurs, professeurs d'école et professeurs de collège (FSU).

Gung, E., Sauthier, M.-H. & Stierli, E. (1996a). *Mathématiques, Première année, Fichier élève*. Neuchâtel : CORÔME.

Gung, E., Sauthier, M.-H. & Stierli, E. (1996b). *Mathématiques, Première année, Livre du maître*. Neuchâtel : CORÔME.

Annexes

Consigne : Dans le tableau, les gnomes ont décrit les animaux imaginaires qu'ils ont dessinés sur cette page. Mais c'est bizarre, leurs dessins ne correspondent pas à ce qu'ils ont noté. Corrige le tableau ou les dessins pour que les deux pages disent la même chose.



Les enseignants genevois estiment-ils correctement l'intérêt de leurs élèves pour certains sujets de sciences ?

Laura Weiss

Université de Genève

Introduction

Cet article est la suite de l'article publié dans Math-école n°221 « Les questions de l'enquête internationale PISA-sciences concernent-elles les élèves genevois? ». On pourra s'y référer en ce qui concerne quelques informations sur le test PISA 2006 axé sur les sciences et la discussion sur l'authenticité ressentie par les élèves à propos des questions posées dans ce test. L'authenticité dont il est question ici est définie comme la perception de réalité ou du moins de réalisme des contextes et des expériences proposées pour l'étude des sciences, dans la ligne de la Context-Based Science Education (CBSE) (Fensham, 2009 ; Bennet, Lubben & Hogarth, 2007 ; Coradi et al., 2003 ; Shaffer et Resnick, 1999 ; Mims, 2003). Elle se décline toutefois en plusieurs aspects, dont l'authenticité factuelle et l'authenticité personnelle, qui nous concernent plus particulièrement dans cette recherche. Pour mémoire, rappelons le constat mitigé sur l'intérêt des élèves pour les questions proposées par PISA-sciences 2006. Sur la base d'un questionnaire auquel ont répondu de façon valide 143 élèves entre 14 et 16 ans (degrés scolaires 10Harmos et 11Harmos) du Cycle d'orientation genevois, nous avons mesuré la faible motivation des élèves pour des thèmes comme la problématique de l'effet de serre, les progrès technologiques concernant des tissus « intelligents » ou encore la mise en place d'une expérience scientifique sur l'efficacité des écrans solaires. Nos données ont aussi confirmé la différence de motivation entre garçons et filles pour des sujets de physique, déjà mise en évidence par nombre d'autres enquêtes en Suisse, et qui préoccupe à juste titre nos autorités. Comme l'enquête auprès des élèves avait été complétée par une enquête similaire auprès d'enseignants, ce sont les résultats de cette deuxième partie qui sont abordés dans l'article qui suit.

Le questionnaire enseignant

Nous avons interrogé successivement deux groupes d'enseignants de sciences, en leur posant les mêmes questions qu'aux élèves : il leur a été demandé d'évaluer l'authenticité et l'intérêt de cinq unités PISA-sciences 2006, parmi celles rendues publiques après la passation, choisies en fonction de leurs liens avec la physique et la chimie. Comme pour le questionnaire aux élèves, chaque unité PISA est présentée telle que dans les cahiers du test, suivie par des affirmations auxquelles les interviewés doivent chiffrer leur adhésion sur une échelle de Likert à 6 niveaux allant de « tout à fait d'accord » à « pas du tout d'accord ». L'authenticité perçue est mesurée à travers des affirmations comme « Les réponses aux problèmes comme Ecrans solaires sont utiles pour la vie quotidienne » et l'intérêt par des affirmations telles que « Je ferais volontiers des recherches dans des livres et sur internet pour en savoir plus au sujet de L'effet de serre ». Toutefois, la particularité du questionnaire pour les enseignants tient dans le fait que toutes les questions sont dédoublées : les répondants doivent se positionner d'abord à partir de leur statut de scientifique et d'enseignant des sciences, et ensuite faire part du point de vue qu'ils supposent être celui des élèves. Pour cette deuxième partie du questionnaire, les affirmations sont donc reformulées sous forme de propositions comme « Les élèves pensent que le thème traité par L'effet de serre est intéressant pour la vie hors de l'école » ou encore « Les élèves pensent qu'étudier des problèmes comme Vêtements est utile dans la vie quotidienne ». En revanche, à la différence du questionnaire-élève, le nombre de questions pour estimer chaque perception – authenticité et intérêt – a été fortement réduit, à 2 par perception dans le questionnaire

au premier groupe pour limiter le temps de réponse et le découragement des interviewés, les unités PISA-sciences étant longues à lire, et remonté à 4 par perception pour le second groupe, afin d'avoir plus de finesse dans la mesure de ces perceptions. Il ne faut pas oublier que, contrairement aux élèves, les enseignants ne sont pas un public captif.

Les échantillons interrogés

Les deux groupes d'enseignants interrogés n'étaient pas les enseignants qui ont fait passer le questionnaire dans leurs classes, choix dû au désir d'éviter qu'ils ne soient influencés par les remarques de leurs élèves lors de la passation du questionnaire à ces derniers. Le premier questionnaire (2 affirmations par perception) a été proposé à 20 formateurs d'enseignants, toujours en activité d'enseignement de la physique ou de la chimie dans des classes pour 18 d'entre eux. Ils se sont prononcés sur les cinq unités de PISA-sciences 2006 publiques en lien avec la physique et la chimie. La deuxième volée de répondants comportait, quant à elle, 31 jeunes enseignants, 17 hommes et 14 femmes, enseignant la physique, la chimie ou la biologie. Ce groupe a répondu, à travers 4 affirmations par perception, à propos de trois mêmes unités PISA que les élèves.

Les perceptions des enseignants

En prémisse, remarquons que les résultats de l'un et l'autre groupe d'enseignants sont très proches, ce qui nous permet de les utiliser de façon complémentaire. Au contraire des élèves (Weiss, 2014), les enseignants considèrent que les thèmes abordés par les unités PISA sont authentiques (réalistes) et intéressants, allant pour l'authenticité de 58% (Vêtements) à 83% (Effet de serre) et pour l'intérêt de 47% (Vêtements) à 81% (Effet de serre). Comme le montre la figure 1, les enseignants perçoivent l'authenticité objective des situations et les considèrent intéressantes, au point d'affirmer vouloir se renseigner ultérieurement sur ces questions.

L'unité qui rencontre le moins d'adhésion est, comme chez les élèves, Vêtements, qui concerne la mise au point de tissus « intelligents ». Bien qu'il ne nous ait pas été pos-

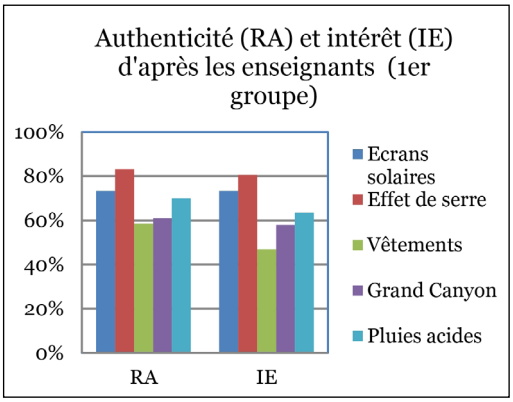


Figure 1 : Perceptions des enseignants à propos des cinq unités PISA-2006

sible d'interroger les enseignants sur la raison de ce rejet relatif, nous supputons que cela peut être dû au thème qui est davantage d'ordre technologique que scientifique et conviendrait mal à un enseignement scientifique ou encore, voire plus, à la pauvreté des items qui suivent l'article de journal à la base de l'unité (cf. encadré). Si pour les élèves un élément qu'il ne faut pas négliger est la longueur du texte de l'article à lire pour répondre aux questions qui peut les décourager, les enseignants s'intéressent à quelles connaissances et/ou compétences des élèves peuvent être testées à travers les questions posées. Or une lecture attentive de l'article de l'unité Vêtements permet de répondre à la première question sans faire appel à des connaissances scientifiques, puisque les trois premiers items de celle-ci sont affirmés dans l'article, alors que le quatrième fait référence à une opinion du chercheur. La compétence en jeu est donc

Lisez le texte suivant et répondez aux questions qui l'accompagnent.

VÊTEMENTS

Une équipe de chercheurs britanniques est occupée à mettre au point des vêtements « intelligents » qui donneront à des enfants handicapés la possibilité de « parler ». Les enfants, portant des gilets confectionnés dans une matière électrotextile très particulière et reliée à un synthétiseur de parole, pourront se faire comprendre rien qu'en tapotant sur ce tissu tactile.

La matière est constituée de tissu ordinaire dans lequel on a intégré un ingénieux réseau de

fibres imprégnées de carbone, conductrices d'électricité. Lorsqu'une pression est exercée sur l'étoffe, cela modifie la structure des signaux qui passent dans les fibres conductrices et une puce informatique détermine à quel endroit le gilet a été touché. Elle peut donc déclencher le dispositif électronique auquel elle est reliée, dont la taille ne dépasse pas celle de deux boîtes d'allumettes.

« L'astuce réside dans la manière de tramer cette étoffe et d'y faire passer les signaux. Nous pouvons intégrer la trame à des motifs de tissus existants, de sorte qu'elle passe totalement inaperçue », explique un des chercheurs.

Sans risquer d'être endommagée, la matière en question peut être lavée, enroulée autour d'un objet ou froissée, et le chercheur affirme qu'elle peut être fabriquée en grande série pour un prix modique.

Source : Steve Farrer, « Interactive fabric promises a material gift of the garb », The Australian, 10 août 1998.

QUESTION 1

Les affirmations de l'article citées dessous peuvent-elles être vérifiées au moyen d'une analyse scientifique en laboratoire ?

Répondez en entourant soit « Oui » soit « Non » pour chacune des affirmations.

Cette matière peut être :

lavée sans être endommagée. Oui / Non
enroulée autour d'objets sans être endommagée. Oui / Non
froissée sans être endommagée. Oui / Non
fabriquée en grande série pour un prix modique
Oui / Non

QUESTION 2

Quel instrument de laboratoire ferait partie de l'équipement dont vous auriez besoin pour vérifier si le tissu est conducteur d'électricité ?

A. Voltmètre. B. Luxmètre. C. Micromètre. D. Sonomètre.

Source : PISA 2006 : Les compétences en sciences, un atout pour réussir, vol. 1 OCDE 2007, pp.97-98

davantage de l'ordre de l'analyse de texte (décodage). Quant à la deuxième question, s'il s'agit bien d'une connaissance, elle ne concerne qu'un mot de vocabulaire scientifique et les distracteurs (réponses fausses dans un choix multiple) sont bien peu plausibles. Qui plus est, pour mesurer la conductibilité d'un tissu, un ohmmètre serait plus adéquat.

Les avis des enseignants sur les perceptions des élèves

Le dépouillement de la deuxième série de questions, sur « ce que les enseignants pensent que les élèves pensent » a été plus étonnant. Aussi bien dans le premier groupe, constitué d'enseignants expérimentés, que dans le deuxième comprenant essentiellement des jeunes enseignants dans leurs premières années d'enseignement, la surévaluation des perceptions des élèves est patente. Comme le montre la figure 2, les résultats sur l'authenticité perçue et sur l'intérêt portant sur les trois unités PISA globalement vont decrescendo des perceptions des enseignants, à celles que les enseignants attribuent aux élèves et enfin à celles que les élèves eux-mêmes affirment ressentir. Ainsi, quand les enseignants sont à près de 70% pour l'authenticité ressentie,

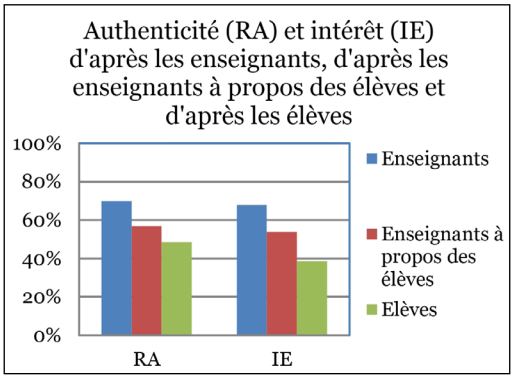


Figure 2 : Perceptions de l'authenticité et de l'intérêt par les enseignants, par les enseignants à propos des élèves et par les élèves

les élèves sont à 48%, mais les enseignants pensent que ces derniers sont à 57% et similairement pour l'intérêt (les enseignants estiment les élèves à 54% alors que ces derniers ne sont qu'à 39%). C'est pour L'effet de serre que la différence entre l'intérêt exprimé par les élèves et celui supposé par les enseignants est la plus importante atteignant 26%, alors que les enseignants

estiment assez bien la faible authenticité et le faible intérêt ressentis par les élèves à propos de Vêtements (pour cette unité, le premier groupe surestime de 3% l'authenticité et sous-estime de 4% l'intérêt perçu par les élèves).

Discussion

Premièrement, remarquons une similitude : aussi bien chez les élèves que chez les enseignants et dans les avis des enseignants sur les perceptions des élèves, authenticité perçue et intérêt sont clairement corrélés. Pour les enseignants, dans ces sujets liés à la thématique « science et société », si l'authenticité est d'abord factuelle (l'unité PISA aborde un sujet qui existe dans le monde réel, ce qui écarte en partie Vêtements qui évoque une technologie futuriste non encore généralisée dans la vie quotidienne), l'intérêt semble quant à lui lié principalement à deux facteurs : le fait que l'unité relève d'une question socialement vive et le fait qu'elle soit exploitable pédagogiquement. Pour exemplifier cette double facette de l'intérêt, on constate par exemple l'intérêt plus bas de la problématique des Pluies acides qui n'est plus d'actualité comme il y a 20 ans, entre autres grâce aux pots catalytiques des véhicules, alors que l'unité Ecrans solaires pourrait être traitée en classe pour répondre au plan d'études qui préconise une initiation à la démarche expérimentale (PER, 2011). En effet, outre le fait qu'elle concerne le thème largement publicisé de l'effet nocif des rayons solaires, elle interroge les élèves sur principes de base d'une expérience scientifique, où il faut se donner des étalons de mesure et où tous les autres facteurs doivent être gardés constants dans une expérimentation pour obtenir des résultats valides.

Il est noter toutefois la plus grande discrimination des enseignants entre les unités PISA par rapport à celle des élèves (Weiss, 2014) : si la pauvreté relative des questions de l'unité Vêtements justifie son manque d'intérêt pédagogique, on constate bien cette sélectivité dans les résultats du premier groupe (Figure 1) qui s'est aussi exprimé sur les unités Grand Canyon et Pluies acides (non retenues dans le questionnaire destiné aux élèves).

Deuxièmement, comment expliquer les différences entre les perceptions exprimées par les élèves et celles que les enseignants leur supposent ? Plusieurs éléments sont à prendre en compte. D'abord, comme déjà évoqué dans l'article de Math-Ecole n°221 (Weiss, 2014), le moment de l'année scolaire où les élèves ont été interrogés n'était pas des plus propices. En juin, à une ou deux semaines des grandes vacances, les élèves n'étaient plus vraiment disposés à s'investir sérieusement dans un long questionnaire, ce qui a peut-être induit une certaine négativité dans leurs réponses. Les enseignants avaient été, quant eux, interrogés pour le premier groupe par internet, leur laissant toute latitude pour choisir le moment où remplir le questionnaire et pour le deuxième groupe lors d'une journée de formation.

Ensuite, qui plus est, on demandait aux élèves comme aux enseignants de faire une expérience de pensée en imaginant un enseignement de physique-chimie basé sur des questions du type des unités PISA, alors que le cours de sciences que les enseignants dispensent et que les élèves reçoivent n'est pas sur ce modèle. Il est sans doute plus aisé pour des enseignants de se représenter comment créer des situations pédagogiques à partir des unités de PISA que pour des élèves de transposer les questions des unités PISA dans des activités d'apprentissage.

Enfin, si on peut trouver des explications aux perceptions mitigées des élèves, on peut aussi expliquer le regard relativement positif des enseignants vis-à-vis des unités PISA. Ces enseignants sont des scientifiques avec une formation approfondie en sciences. Leur culture scientifique les amène à réfléchir à propos de l'impact du développement technologique sur l'environnement : d'où l'intérêt pour l'unité L'effet de serre qui est une question grave faisant l'objet de débats sociétaux actuels. De son côté, une unité comme Ecrans solaires, présente l'intérêt pédagogique évoqué ci-dessus.

Ce qui nous interpelle en revanche c'est l'optimisme des enseignants à propos des

intérêts de leurs élèves : bien qu'enseignants novices, ceux du second groupe ne sont pas ignorants de ce que sont des élèves de l'âge de ceux qui ont été interrogés, puisqu'ils les ont dans leurs classes. Quant au premier groupe, il était essentiellement composé d'enseignants chevronnés. D'un certain point de vue, on peut se dire que cette surévaluation des intérêts des élèves de la part des enseignants est positive, elle participe d'une certaine façon du principe d'éducabilité. En outre, on ne voudrait pas d'enseignants qui auraient perdu le feu sacré pour leur discipline ! Mais d'autre part il y a un risque que ces enseignants ne réalisent pas que certains thèmes qu'ils abordent en classe n'ont pas ou très peu de liens avec la réalité des jeunes et que, du coup, ils oublient de prendre la précaution d'introduire un sujet de cours en insistant sur ses liens avec la vie de tous les jours et sur l'utilité qu'il peut présenter pour comprendre notre monde. Nous nous inquiéterions en effet des compétences pédagogiques de néo-professeurs Tournesol, plus passionnés par les thèmes de leur discipline que par l'éveil de l'intérêt des élèves pour les sciences.

Conclusion

Une enquête menée à Genève dans des classes du Cycle d'orientation à propos de l'authenticité et de l'intérêt que les unités PISA en lien avec la physique et la chimie réveillent chez les élèves a montré que ces derniers considèrent que ces thèmes ne les motivent que peu (Weiss, 2014). L'attitude des enseignants est plus positive, mais aussi plus sélective envers certaines unités, parce qu'ils sont mieux à même de juger de leur authenticité factuelle et de leur intérêt d'une part pédagogique et d'autre part lié aux problématiques sociétales. Ces résultats confirment ceux d'autres recherches sur le même thème.

Cependant cette enquête a un volet original, qui est le fait d'avoir aussi interrogé les enseignants sur ce qu'ils pensent des opinions des élèves à propos de l'authenticité et de l'intérêt des unités PISA. Les résultats de cette deuxième partie du questionnaire aux enseignants font état, sauf dans un cas (l'intérêt de l'unité Vêtements), d'une surévaluation systématique des opinions des élèves. Ce résultat nous semble devoir être pris comme une mise en garde pour les enseignants de sciences de bien ancrer leur enseignement dans la vie réelle, comme le préconisent la CBSE et toutes les recherches sur la motivation en didactique des sciences (pour une revue voir Weiss & Mueller, 2015). Il est donc important que les enseignants soient conscients du danger de perdre leurs élèves en leur proposant un contenu dont ces derniers ne verraient pas l'utilité dans leur vie hors du cadre scolaire. Car c'est bien là le rôle des sciences et la raison pour laquelle il est important de les enseigner à l'école à tous les élèves : elles contribuent à donner au futur citoyen des outils indispensables de compréhension de notre monde physique.

Références

Bennett, J., Lubben, F. & Hogarth, S. (2007). Bringing Science to Life: A Synthesis of the Research Evidence on the Effects of Context-Based and STS Approaches to Science Teaching. *Science Education*, 91(3), 347-370.

CIIP. (2010). *PER Plan d'études romand*. http://www.plandetudes.ch/home, consulté le 2 mai 2016.

Coradi, M., Denzler, S., Grossenbacher, S., Vanhooydonck, S. (2003). *Rapport de tendance 6. Les maths et les sciences n'ont-elles plus la cote ?* Aarau : Centre suisse de coordination pour la recherche en éducation (CSRE)

Fensham, P. J. (2009). Real world contexts in PISA science: Implications for context-based science education. *Journal of Research in Science Teaching,* 46, 884–896.

Mims, C. (2003). Authentic learning: A practical introduction and guide for implementation. *The Meridian Journal,* 6(1).

OCDE. (2007). *PISA 2006. Les compétences en sciences, un atout pour réussir*. Paris : OCDE. http://www.oecd.org/pisa/39777163.pdf, consulté le 3 mai 2016.

Shaffer, D.W. & Resnick, M. (1999). "Thick" authenticity: New media and authentic learning. *Journal of Interactive Learning Research,* 10, 195–215.

Weiss, L. (2014). Les questions de l'enquête internationale PISA-sciences concernent-elles les élèves genevois ? *Math-Ecole,* 221, 10-15.

Weiss, L. & Mueller, A. (2015). The notion of authenticity in the PISA units in physical science: an empirical analysis. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften.* 21(1), 87-97.

La Nuit de la science 2016 : Les règles du jeu

Shaula Fiorelli Vilmart

UNIGE – Section de mathématiques

Prenez une vingtaine de stands de science, ajoutez un peu de musique, du cinéma et quelques conférences, saupoudrez de visites guidées décalées et d'un jeu de piste, assaisonnez avec un concours de shows scientifiques et dégustez en admirant le Mont Blanc depuis le parc de la Perle du lac. Tel est le cocktail que vous propose la 11e édition de la Nuit de la science, rendez-vous désormais incontournable du début de l'été à Genève.

Des **stands de science**, animés par des scientifiques passionnés qui vous parleront de leur travail. Des stands pour le jeune public avec de nombreuses activités. De la musique avec **La bulle d'air** et ses Structures Sonores Baschet. Du cinéma avec la 6ème édition du Festival International de films au CERN **CineGlobe** qui aura lieu en partie pendant la Nuit de la Science et qui comprendra un cinéma en plein air et l'interactif Cirque d'Émotions, des jeux carnavalesques avec une touche de neuroscience. Sans oublier **Science Me!,** le premier concours européen de show scientifique. Des équipes de jeunes scientifiques de toutes les provenances et issus de toutes les sciences s'affronteront en shows de 10 minutes. Le succès sera mesuré par applaudimètre, tandis qu'un jury de scientifiques neutres et indépendants évaluera la qualité des présentations. Emotions fortes au rendez-vous !

La liste des festivités au programme est longue et il serait presque dommage d'en dire plus pour ne pas gâcher le plaisir de la découverte. Mais dans Math école, ce serait un oubli de ne pas parler du stand de la **Section de mathématiques** et du **Mathscope** de l'Université de Genève.

Sous le titre *Et si on changeait les règles du jeu ?*, les animateurs vous inviteront à vous interroger, à expérimenter et surtout à vous amuser avec de questions comme :

Si on vous demandait de construire un vélo avec des roues pas rondes, comment feriez-vous ? Pensez-vous que l'ordinateur a radicalement changé la manière de faire des démonstrations ? Connaissez les Tours de Hanoï et si oui, pensez-vous qu'il ne s'agit que d'un simple casse-tête ? Savez-vous danser comme une fonction ?

Les animateurs du Mathscope et de la Section de mathématiques ne seront pas seuls, des animateurs du Palais de la découverte, de la Maison des mathématiques et de l'informatique de Lyon et d'autres experts de la vulgarisation seront à leurs côtés pour vous offrir d'inoubliables moments de découverte et d'émotion mathématiques.

La Nuit de la science : Les règles du jeu
9 et 10 juillet 2016

Narration[1] : « Des tapis à plat sans trous »

Céline Vendeira

Groupe Ddmes

UN JEU DE TÂCHES ET DES POLYDRONS

L'article qui suit est la narration d'un jeu de tâches utilisant le matériel *polydrons*[2]. Pour une description plus détaillée des « jeux de tâches », voir le texte de Favre (2008). Il importe de préciser que les jeux de tâches menés dans le contexte de l'enseignement spécialisé n'ont pas pour objectif d'enseigner, mais d'enrichir l'expérience mathématique des élèves. De plus, aucune contrainte de réussite ou d'achèvement n'est nécessaire pour passer d'une tâche à l'autre. Pour revenir au matériel *polydrons*, il présente un certain potentiel pour la construction de solides, mais également pour la réalisation de pavages ou de construction de patrons. Dans ce qui suit, le matériel n'est utilisé que pour des pavages du plan. Comme le terme pavage n'est pas familier aux élèves, la métaphore du tapis est utilisée avec l'expression « des tapis à plat sans trous ». Le matériel comprend différentes pièces en plastique dur qui s'articulent par une pression des charnières l'une contre l'autre. Il est constitué de polygones dont deux types de triangles (équilatéraux et isocèles rectangles), des carrés, et des pentagones réguliers[3].

Le jeu de tâches est pensé afin de permettre aux élèves des découvertes autour des pavages. Avec quelles pièces (identiques ou assemblage de différentes pièces) est-il possible de paver ? Peut-on toujours paver ? Existe-t-il des règles qui permettent de décider si le pavage est possible ? Y a-t-il différentes façons d'assembler les pièces afin de réaliser le pavage ?

Les trois narrations qui suivent vous permettront de découvrir la richesse des expérimentations que le matériel offre ainsi que la dynamique des jeux de tâches.

Narration 1 : la métaphore du tapis

Avec Mathilde et Nicolas

La séance débute en précisant que le matériel polydrons ne va pas être utilisé afin de créer des solides, mais des tapis à plat. « Pensez-vous que l'on peut faire un tapis à plat sans trou avec des triangles comme ça ? » (triangles équilatéraux). Mathilde, obtient un tapis « rond » en rassemblant six triangles équilatéraux au même sommet.

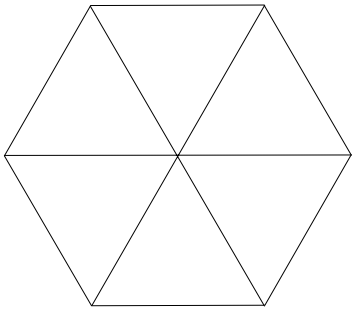


Figure 1 : Tapis proposé par Mathilde

« S'agit-il vraiment d'un rond ? » Il s'engage une discussion sur les côtés (du rond) et leur nombre.

> Nos diverses expérimentations montrent que lorsque le nombre de côtés augmente les élèves ont tendance à décrire la forme comme de plus en plus ronde.

Mathilde ne compte pas en pointant les côtés extérieurs des triangles, mais en pointant les triangles eux-mêmes.

> On peut faire l'hypothèse de la prégnance de la vision des surfaces sur celle des segments ou des sommets décrite par Duval (2006).

Elle aboutit ainsi à six. « Et combien de pointes ? » Cette question l'embarrasse, car le terme « pointe » désigne aussi les sommets

1 *Pour rappel n°218.*

2 *Il s'agit d'un équipement distribué, dans le canton de Genève, en deux exemplaires par classe de la 5P à la 8P.*

3 *Une autre boîte vendue séparément, mais n'étant pas à disposition des enseignants genevois comprend également des rectangles et des hexagones réguliers.*

qui se rejoignent à l'intérieur du « rond ». Elle en trouve alors vingt-et-une (au lieu de dix-huit) car elle compte deux fois un même triangle.

Une nouvelle question est proposée avec le triangle isocèle rectangle. « Peut-on faire un tapis à plat sans trou avec ce triangle-là ? » Les deux élèves répondent aussitôt positivement. « De combien de triangles aurez-vous besoin pour faire votre tapis ? » Nicolas répond sans hésitation « deux » puis prend deux pièces qu'il assemble par leur hypoténuse et affirme « ben voilà, un tapis carré ! »

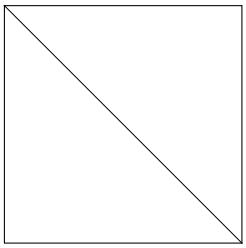
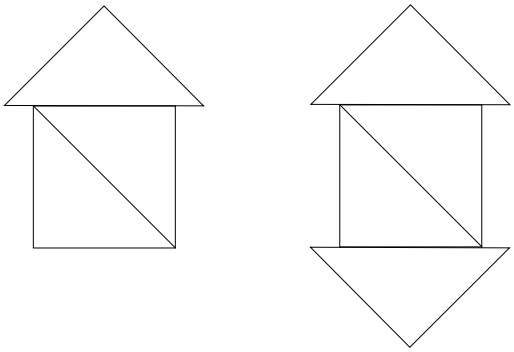


Figure 2 : Production de Nicolas

C'est une surprise. Je m'attendais à un assemblage de quatre ou huit pièces.

Cette production met à mal la métaphore du tapis. Un tapis peut effectivement être constitué d'une seule pièce. Le fait que le pavage puisse continuer, selon une règle de formation déterminée, à l'infini, n'apparait pas dans la métaphore.

Je relance Nicolas : « Peux-tu faire une autre forme de tapis et si oui de combien de pièces as-tu besoin ? » Il en demande quatre. À la place de les assembler en deux fois deux carrés comme je l'aurais imaginé, il forme une maison en utilisant trois pièces.



Figures 3 : Production de Nicolas à trois (« maison ») et quatre (« double flèche ») pièces

Suite à une remarque de ma part, Nicolas ajoute un toit de l'autre côté.

Le fait que la longueur des côtés ne coïncide pas ne le dérange pas. Pendant ce temps Mathilde construit un tapis à partir de six pièces.

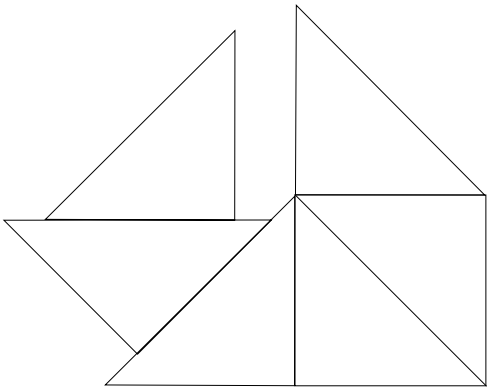
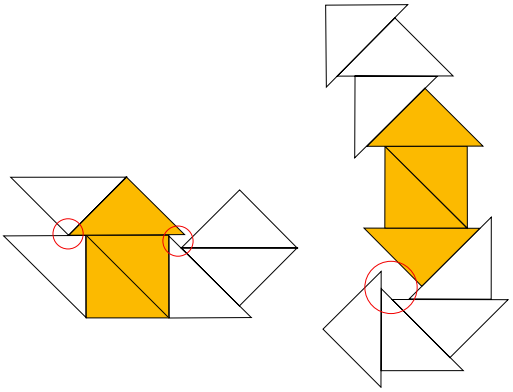


Figure 4 : Proposition de Mathilde avec six pièces

Selon les deux élèves, cette nouvelle proposition comporte un trou, alors que celles proposées par Nicolas n'en avaient pas.

Une nouvelle fois la métaphore du tapis est mise en cause. Dans le sens commun, un trou dans un tapis rend compte d'un tapis qui aurait été rongé de l'intérieur. Avec trois ou quatre pièces seulement, le trou n'apparait pas car il constitue le bord du tapis.

Partant de leurs réactions, je leur demande si, en ajoutant des pièces supplémentaires aux tapis « maison » et « double flèche », des trous apparaîtront ?



Figures 5 : Assemblages à partir des tapis « maison » (gauche) et « double flèche » (droite)

Mathilde identifie des trous sans toutefois pouvoir se prononcer sur leur permanence. « Peuvent-ils disparaître en ajoutant encore des pièces ? » Nicolas précise que ce n'est pas possible de combler le trou de la figure de droite, car il ne parvient pas à mettre de pièce dedans.

Cette première narration met en évidence deux aspects. Le premier concerne l'ajustement nécessaire (à caude de la métaphore du tapis) de la présentation du jeu aux élèves en intégrant l'idée de recouvrement du pavage, absente de ce premier jeu de tâches. Le deuxième concerne le potentiel du travail avec des polygones non réguliers tel que le triangle isocèle rectangle engendrant des surfaces non convexes lorsque des côtés de longueurs différentes sont accolés.

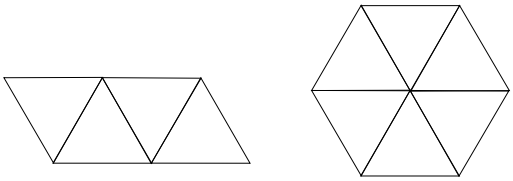
Ci-dessous sont proposées deux narrations supplémentaires de ce même jeu de tâches enrichi de cette première expérience avec les élèves.

Narrations 2 & 3 : Nœuds de pavage

Avec Alain et Jean-Daniel

Le jeu de tâches débute comme le précédent. Cette fois par contre, il faut être certain de pouvoir continuer le pavage jusqu'à recouvrir tout le sol de la classe sans jamais laisser de trous.

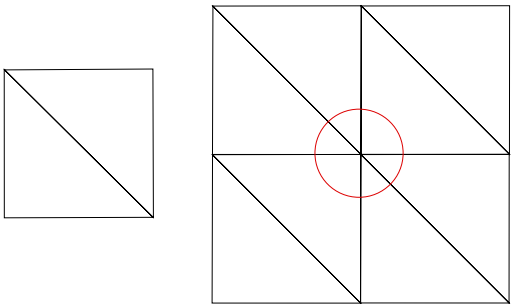
Le jeu débute avec le triangle équilatéral. Les élèves sont rapidement convaincus que c'est possible. Les productions réalisées sont différentes chez les deux élèves.



Figures 6 : Productions des deux élèves (1) Frise en longueur et (2) hexagone

L'expérimentation se poursuit avec les triangles rectangles isocèles. « Est-il possible de faire un tapis sans trou qui recouvre tout le sol de la classe avec ce nouveau triangle ? » Les deux élèves ne perçoivent pas à priori l'angle droit des triangles isocèles rectangles. Ils se lancent dans l'expérimentation sans faire d'hypothèses. Dans l'action, ils découvrent que « c'est plus difficile » car les côtés ne s'accolent pas tous comme avec les triangles équilatéraux. Assez spontanément ils accolent uniquement des côtés de même longueur (à la différence de Mathilde et Nicolas).

Alors qu'Alain tâtonne, Jean-Daniel accole systématiquement deux triangles par leur hypoténuse afin de construire des carrés qu'il regroupe ensuite par quatre en un carré plus grand et ainsi de suite.



Figures 7 : carré composé de 2 triangles puis de 8 triangles

A partir de la proposition avec huit triangles, nous pointons le nombre de triangles qui se joignent par leur sommet. C'est ce que nous nommons par la suite « nœud de pavage ». Dans le cas du carré formé de huit triangles, nous pouvons compter six triangles au nœud de ce pavage particulier.

Le jeu de tâches se poursuit en mettant de côté le matériel *polydrons* limité à des polygones réguliers (hormis le triangle rectangle isocèle). Chaque élève reçoit un tas d'une dizaine de feuilles blanches empilées. De manière très directive, je demande de réaliser deux coups de ciseaux permettant de créer ainsi une dizaine d'exemplaires de triangles égaux quelconques (pas toujours évident de réaliser un triangle quelconque…). « Est-il possible de faire un tapis à plat sans trou avec des triangles comme ça ? » En manipulant les élèves constatent qu'il est possible de paver le plan avec des triangles égaux quelconques.

La fin de séance approche. Je prends une pièce carrée dans le matériel *polydrons*. Ils

doivent se prononcer sur la possibilité de paver avec cette pièce jusqu'à recouvrir tout le sol de la classe sans jamais laisser de trous. Alain indique que c'est possible en assemblant quatre carrés qui se joignent en un point. Il ajoute que ce n'est pas possible avec un autre nombre de pièces que quatre. Il identifie ainsi que le seul nœud de pavage possible avec le carré est constitué de quatre pièces.

Lors de cette séance apparaîssent de manière récurrente des questions autour de l'assemblage des pièces par leurs sommets et donc le potentiel de questionner les élèves autour des nœuds de pavage. La narration suivante en est une bonne illustration.

Avec Sally et Serena

La troisième expérimentation se déroule avec Sally et Serena.

L'expérimentation débute comme la précédente avec le triangle équilatéral. Sally produit un pavage avec six triangles en hexagone (comme dans la figure 6). Je propose alors de chercher d'autres solutions : est-ce possible avec pour nœud de pavage 3, 4 ou 5 pièces ?

De son côté Serena produit une frise en longueur. Elle détermine alors qu'il est possible de paver le plan avec trois triangles au sommet.

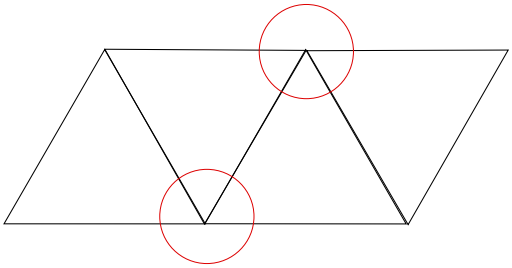


Figure 8 : Production de Serena

En parallèle, on voit apparaître du volume chez Sally qui referme sa construction avec pour nœud de pavage trois triangles, puis quatre et cinq. À six elle retombe sur son hexagone dans le plan. Elle ne voit par contre pas comment poursuivre au-delà de six. Je prends alors un triangle supplémentaire, l'ajoute aux six autres et referme la construction avec pour nœud de pavage sept triangles, donnant ainsi un solide non convexe. Serena investit cette nouvelle piste « Va –t-on finalement retomber sur du plat à un moment donné ? » Elle assemble jusqu'à douze triangles et obtient avec fierté « une fleur ».

Figure 9 : Production « fleur » de Serena avec douze triangles

Le jeu de tâches se poursuit avec les triangles isocèles rectangles. L'une des deux élèves propose une frise assemblant des blocs carrés de huit triangles associés comme dans la figure 7.

L'assemblage des triangles est différent à chaque nouveau nœud de pavage. La production ci-dessous créé une suite avec des nœuds de pavage de 6 - 7 - 5 - 7 – 5 sommets (de gauche à droite).

Figure 10 : Production de 6 - 7 - 5 - 7 – 5 sommets

Dès lors débute une réflexion sur l'existence d'une éventuelle suite logique dans les nœuds du pavage. Puis le jeu de tâche est relancé « Est-t-il possible de paver le plan en assemblant 2-3-4-6-9 triangles et plus au sommet ? » La séance se clôt avant de pouvoir investiguer davantage la question.

En guise de conclusion, la richesse des nouvelles tâches apparues au fil des parties

montre l'évolution que peut subir un jeu de tâches par le simple fait des interactions entre expérimentateur et élèves. Il est également important de pointer le potentiel du matériel polydrons pour réaliser des tâches autour des questions de pavage alors qu'il est souvent employé pour la construction de solides.

Références

Duval R., Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N*, 82, 9-30.

L'algèbre étrange de Nicolas Chuquet : une réflexion pour la classe de mathématiques

David Guillemette

Faculté d'éducation, Université d'Ottawa

Histoire et enseignement-apprentissage des mathématiques

L'histoire des mathématiques inspire et passionne autant dilettantes que mathématiciens aguerris. Elle se veut le terreau fertile pour d'abondantes réflexions mathématiques, épistémologiques et didactiques. Dès le début du 20e siècle, des pédagogues, philosophes et mathématiciens tels que, Klein, Bachelard, Pólya (pour ne nommer que ceux-là) s'y sont intéressés.

Comme le souligne Charbonneau (2006), ce champ d'intérêt a connu une hausse importante de popularité à partir des années 70. Cet engouement a donné lieu à de nombreuses recherches concernant l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Ces travaux ont constitué, et continuent aujourd'hui de constituer, entre autres, pour les chercheurs et les enseignants, « à la fois une thérapeutique contre le dogmatisme, ainsi qu'un ensemble de moyens leur permettant de mieux s'approprier et de maîtriser leur savoir » (Barbin, 2012, p. 546). Il s'est alors développé pour la classe de mathématiques de nombreuses situations d'apprentissage, problèmes mathématiques, séquences d'enseignement en lien avec l'histoire. En parallèle, de nombreuses études théoriques et empiriques questionnant le rôle des éléments de nature historique, sociale et culturelle dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques ont émergé[1].

Dans cette veine, je souhaite ici contribuer à l'exploration du potentiel de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage des mathématiques en présentant très brièvement les travaux de Nicolas Chuquet, mathématicien peu connu du bas Moyen-Âge. À mon sens, les avancées mathématiques de Chuquet, formulées plus d'un siècle avant Viète et Descartes, pourraient faire émerger des réflexions sur la nature et l'enseignement de l'algèbre, notamment chez les enseignants du secondaire, et possiblement inspirer ces derniers pour la création d'éventuelles situations d'apprentissage.

Nicolas Chuquet : mathématicien du Moyen-Âge

Nicolas Chuquet (1445-1488) est un mathématicien français du bas Moyen-Âge. Né à Paris, Chuquet est parti pour Lyon en 1480 après des études de médecine à la Sorbonne. Il y a pratiqué le métier d'« escripvain », c'est-à-dire qu'il a enseigné aux enfants à écrire, puis est devenu « maistre d'algorisme », c'est-à-dire qu'il a enseigné aux fils de marchands dans les écoles des abacistes.

Son œuvre majeure, écrite en français, est le Triparty en sciences des nombres. Jamais paru de son vivant, le texte aurait été récupéré par son voisin, Estienne de La Roche, qui publiera le livre pour son compte en 1520. Ce n'est qu'en 1880 que le professeur Aristide Marre découvre par hasard l'ouvrage original annoté par de La Roche. La découverte est phénoménale, car il s'agit d'un des plus vieux textes de mathématiques écrits en français. Chuquet y traite d'arithmétique et d'algèbre en reprenant des éléments de l'algèbre arabe, mais en utilisant une notation puissante qui influencera grandement les mathématiciens de la Renaissance, dont Descartes.

Dans son ouvrage, Chuquet présente des algorithmes pour les opérations arithmétiques élémentaires (et extraction de racines nièmes) et une série de « canons » qui sont des procédés de résolution algébrique

1 Le toujours actif International study group on the relation between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM) est une bonne illustration de cet engouement. En France, l'European Summer University on the Epistemology and History in Mathematics Education (ESU) est une initiative plus récente (1993) des anciens Instituts Universitaires de Formation de Maitres (IUFM).

reprenant (sans le support géométrique) les modèles d'al-Khwarizmi. Vient ensuite une série de problèmes d'application qui portent généralement sur des situations comptables permettant aux marchands de s'exercer sur des situations concrètes. En voici un exemple :

abréviations $\overline{p}$ et $\overline{m}$ qui acquéraient alors déjà le statut de symbole.

Je propose d'explorer un court exemple (Figure 2) de résolution de problème géométrique effectuée par Chuquet à l'aide de ces outils algébriques.

Un problème d'association selon Nicolas Chuquet (1484)

« Il est un marchant qui a baillé a ung sien facteur 500 livres pour gouverner et conduire en marchandise par telle convenance que le facteur doit prandre les 2/5 du gaing. Advient que le facteur oultre et par dessus ces paches (accords) et du consentement de son maistre, il a mis 100 livres en compaignie de son maistre. Assavoir moult quelle partie du gaing cellui facteur doit avoir par les paches premières non corrompues. Response : pour le premier par les paches faictes le facteur a cause de son service doit prandre les 2/5 du gaing des 500 livres que a mys son maistre. Or il est ainsi que les 500 livres sont les 5/6 de tout le corps de la compaignie ainsi le facteur a cause de son service doit prandre du gaing les 2/5 de 5/6 qui sont 1/3 de tout le gaing. Et après pour les 100 livres qu'il a mises et qui sont 1/6 de la compaignie il doit prandre la sixième partie de tout le gaing et par ainsi le facteur doit prandre 1/3 et 1/6 du gaing qui sont 1/2. Et doit-on entendre que en ceste maniere de faire (le marchand) ne perd (ni) ne gangne des 100 livres que son facteur met en compaignie. Ainsi veu que le facteur a eu la charge et la peine de tout et que le marchant ne s'en mesle en rien il n'y doit aussi en rien participer. »

Figure 1 : Exemple de problème d'arithmétique (tiré de Benoît, 1989, p. 209)

Dans une seconde partie du livre de Chuquet, on trouve un ensemble de résolutions de problèmes de géométrie. C'est sur ces derniers que je souhaiterais porter une attention particulière, car c'est à l'intérieur de ces résolutions que la puissance des méthodes de Chuquet et de sa notation inédite est fortement illustrée.

Notons que Luca Pacioli, algébriste de la même époque, pouvait écrire des énoncés du genre « un nombre ajouté à son carré valent 12 ». Chuquet possédait déjà un symbolisme qui lui permettait d'échapper à ce langage rhétorique. En effet, pour désigner une quantité inconnue, qu'il appelle un « premier », Chuquet emploie la notation 1^1. Le premier nombre correspond au coefficient du terme algébrique et l'exposant à sa puissance. Ainsi, 1^2 désignait la quantité inconnue au carré, 3^4 désignait le triple de la quantité inconnue à la puissance quatre, $R^2.3^3$ désignait la racine carrée du triple de la quantité inconnue au cube. Notons l'absence de recours aux lettres, ce qui nous éloigne ici d'une conception de l'algèbre comme « ensemble de règles de manipulations de lettres ». Enfin, il n'utilisait pas encore les symboles + ou -, mais utilisait les

Le problème proposé par Chuquet est de déterminer la mesure du diamètre d'un de quatre cercles contigus, lesquels sont inscrits dans un cinquième, dont le diamètre est 12 unités.

Il construit d'abord le carré (EFD)[2] formé des segments reliant les centres de chacun des quatre cercles. Il construit ensuite le segment DE, diagonale du carré EFD, qu'il prolonge jusqu'au grand cercle et trouve le segment BC diamètre de ce dernier qui est de 12 unités. Il tire donc que mDE[3] + mCD + mBE = mBC = 12.

Il pose ensuite que mDF = mEF égal à 1^1, soit la quantité inconnue, disons x. Par la relation de Pythagore, il tire que mDE égal à $R^2.2^2$., soit la racine carrée de $2x^2$. Il en tire l'équation suivante : $R^2.2^2$. plus 1^1 est égal à 12.

En élevant au carré chaque membre de l'équation, il obtient : 2^2 égal à $144 – 24^1 + 1^2$, soit $2x^2 = 144 - 24x + x^2$. Il ajoute ensuite 24^1 et enlève 12 à chaque membre de l'équation pour obtenir 1^2 plus 24^1 est égal à 144, soit $x^2 + 24x = 144$.

2 *Le quatrième sommet du carré n'est pas nommé.*

3 *mDE est ici la notation de la longueur du segment DE.*

ung cercle duquel son dyametre qui est .b.c. est 12; assavoir moult de combien est le dyametre d'ung des cercles contenuz. Pour contempler ceste matiere je tyre quatre lignes de centre en aultre, ainsi je treuve le quarré .e.f.d. duquel la face comprant deux semy-diametres // comme il appert de .e.f.; et aussi je regarde que le dyametre du quarré qui est .d.e. avec deux semy-diametres .c.d. et .e.b. sont egaulx au dyametre du cercle contenant .c.b., et par ainsi le dyametre du quarré .d.e. avec l'une de ses faces .e.f. est egal a .c.b. qui sont 12; et pourtant je pose que .e.f. soit 1^1, et aussi .d.f.; je multiplie chascun en soy et puis les adjouste, montent 2^2 dont la racine seconde qui est $R^2.2^2$. est le dyametre .d.e., auquel je adjouste .e.f., monte tout $R^2.2^2$. plus 1^1egaulx a 12 qui sont .c.b.; abrevie tes parties en ostant 1^1 de chascune d'icelles et auras $R^2.2^2$. d'ung costé, et 12 moins 1^1d'aultre; multiplie ores chascune partie en soy, si auras 2^2 d'une part et 144 $\bar{m}$ 24^1 $\bar{p}$ 1^2; prestes 24^1 a l'une et a l'aultre parties, et d'une chascune d'icelles lyeves 1^2, et auras 1^2 $\bar{p}$ 24^1 d'une part, et 144 de l'aultre; expedie le residu de ce compte selon les canons de la rigle des premiers, si trouveras $R^2.288.$ moins 12, et tant monte .e.f., et par consequent chascun dyametre des cercles contenuz. Et pour prouver cest euvre, je multiplie .e.f. en soy, qui est $R^2.288.$ $\bar{m}$ 12, et aussi .d.f. en soy, monte chascune multiplicacion 432 moins $R^2.165888.$ que je adjouste ensemble, monte tout 864 moins $R^2.663552.$, duquel nombre la racine seconde qui est $R^2.\underline{864}$ $\bar{m}$ $\underline{R^2.663552.}$ est le dyametre .d.e.; laquelle racine abreviee par extraction d'icelle vient a $R^2.576.$ $\bar{m}$ $R^2.288.$, laquelle encores abreviee par extraction de R^2 vient a 24 $\bar{m}$ $R^2.288.$, a laquelle somme je adjouste les deux semy-diametres .c.d. et .e.b. qui sont eulx deux ensemble $R^2.288.$ $\bar{m}$ 12; monte celle addicion 12 qui est la perfection de cest examen.

Figure 2. Exemple de problème géométrique résolu à l'aide d'outils algébriques (tiré de Chuquet, 1484/1979, pp. 305-306)

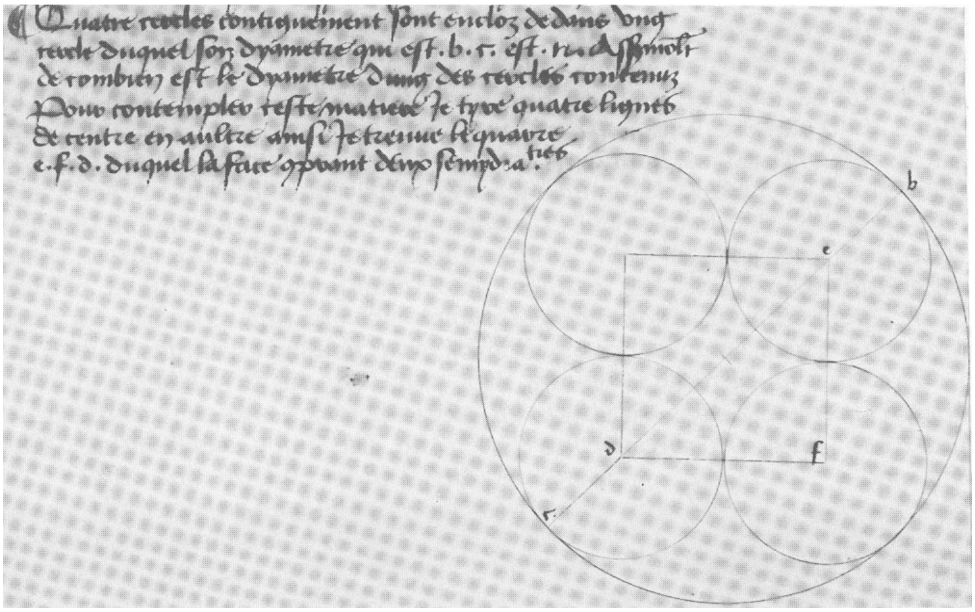


Figure 3 : Extrait de l'ouvrage original de la main de Chuquet (tiré de Flegg, Hay et Moss, 1985, p. 268)

Afin de résoudre l'équation du second degré, il convoque ce qu'il appelle « *les canons de la rigles des premiers* ». Tout porte à croire qu'il s'agit d'un modèle de résolution qui prend sa source dans l'algèbre arabe, notamment les règles de résolution établies par al-Khwarizmi. Il en tire que mDE égal R^2. 288. moins 12, c'est-à-dire la racine carrée de 288 moins 12.

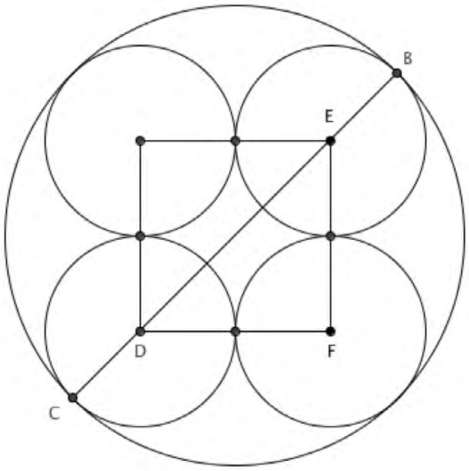


Figure 4 : Éléments du problème énoncé par Chuquet

Chuquet confirme sa solution en vérifiant si l'on obtient bien un diamètre de 12 unités sachant mDE = R^2. 288. moins 12. Il s'en suit une étonnante série de manipulation de radicaux. Notons au passage la notation $R^2.\underline{864}\overline{m}R^2.\underline{663552}$., où le soulignement incite à penser qu'il faut inclure l'ensemble sous le radical.

Quelques réflexions pour la classe du secondaire

Je ne souhaite pas ici fournir des éléments « clé en main » pour l'utilisation de ces artefacts historiques en classe, mais brièvement formuler mon point de vue sur le potentiel de ceux-ci, en espérant amorcer une réflexion qui pourra inspirer la pratique enseignante.

D'abord, l'exploration du problème de Chuquet nous amène à décloisonner plusieurs notions importantes du secondaire : manipulations algébriques, manipulations des radicaux, géométrie euclidienne élémentaire, résolutionS d'équations du second degré… D'autre part, cette exploration nous place dans une « double » situation problème, c'est-à-dire qu'il nous faut comprendre le problème de Chuquet en

termes modernes, mais il nous faut aussi et surtout comprendre les outils déployés, ainsi que les démarches qu'ils rendent possibles. Ce qui a pour effet de rehausser grandement la richesse d'une telle exploration en ajoutant une dimension interprétative fondamentale.

En effet, l'histoire nous plonge d'emblée dans des questions plus larges. Or, ces questions appellent à ce que nous pourrions désigner comme des réflexions « métamathématiques », c'est-à-dire des réflexions qui touchent par exemple l'historicité des notions, de la notation et de la rigueur dans l'activité mathématique, les mécanismes sous-jacents à l'émergence de ces notions et notations, les motivations qui animent les mathématiciens ou encore les liens entre le développement des mathématiques et des sociétés. L'utilisation d'artefacts historiques comme les démarches de Chuquet fournissent de rares occasions d'initier ces réflexions avec les élèves du secondaire.

Pragmatiquement, il est intéressant de se questionner sur le « comment » de l'utilisation de textes historiques comme celui de Chuquet. D'un côté, il apparaît fort difficile de traiter historiquement du texte de Chuquet de manière exhaustive et profonde en classe de mathématiques du secondaire. D'autre part, il semble important d'éviter de traiter et d'expliciter les démarches du mathématicien pour elles-mêmes sans perspective historique, épistémologique ou culturelle. Une piste intéressante pourrait être celle de Fried (2007) qui propose une lecture synchronique et une lecture diachronique des textes historiques en classe de mathématiques, et ce, sans favoriser l'une davantage que l'autre. C'est-à-dire qu'il propose d'articuler une approche « traduction » et une approche « interprétation » de la lecture du texte, en tentant, d'une part, d'extirper les mathématiques en jeu en les traduisant en langage moderne et, d'autre part, de garder vivantes les mathématiques de l'époque et d'éviter de déraciner l'auteur de son contexte historique et mathématique. Ces deux pôles nous apparaissent en effet nécessaires à articuler afin de susciter les réflexions mentionnées précédemment.

Plus fondamentalement, nous pouvons dire que le sens profond attribué aux objets mathématiques est circonscrit aux limites de notre expérience. Or, cette limite ne peut être franchie que par la rencontre avec une forme véritablement « étrangère » de compréhension et de manières de faire. Comme le dit Bakhtine (1986), « le sens ne s'approfondit véritablement que par la rencontre et le contact avec un autre sens, une culture étrangère. Il s'engage alors une forme de dialogue qui surmonte la fermeture et la partialité » (cité dans Radford, Furinghetti et Katz, 2007, p. 108, traduction libre). Autrement dit, il ne nous est possible d'élargir et d'approfondir le sens que nous attribuons à la discipline (en termes épistémologiques, historiques, pratiques et idéologiques) qu'en étant confronté à des manières de faire et d'être en mathématiques profondément éloignées des nôtres.

Dans cette perspective, l'histoire des mathématiques se veut un endroit où il est possible de surmonter la particularité de notre compréhension, un lieu fournissant des « possibilités » de dialogues avec d'autres compréhensions. L'histoire apparait alors comme une toile de fond suscitant l'introspection, la confrontation et la réflexion critique autour de ses propres conceptions et connaissances, en rendant possible, pour les apprenants, et les enseignants qui les accompagnent, la découverte de nouvelles manières de faire et d'être en mathématiques, l'ouverture de l'espace des possibles de l'activité mathématique (Guillemette, 2015).

Dans ce cadre, les quelques artefacts dont il est question plus haut sont intéressants per se pour l'apprentissage. En effet, la réflexion sur leur nature et leur émergence dans le monde mathématique, ainsi que l'expérience de l'altérité que leur exploration comporte, est, d'un point de vue socioculturel, consubstantiel de l'apprentissage de l'algèbre. Autrement dit, du point de vue socioculturel, ces éléments ne sont pas des « satellites » de l'apprentissage, mais constitutifs même du développement des manières d'« être-en-mathématiques » des apprenants.

En effet, cette prise de conscience de la dimension historique et culturelle d'objets comme l'algèbre, ainsi que les efforts déployés pour comprendre la démarche du mathématicien, nous amène à nous percevoir comme des êtres qui font des mathématiques dans notre culture et notre époque. Cela nous force à penser autrement les objets mathématiques, lesquels semblent aller de soi et avoir une forme et un sens définitif et immuable.

Cette prise de conscience importante apparait capitale dans l'optique de nous ouvrir aux autres, à leurs particularités et aux particularités de leur raisonnement en mathématiques.

Références

Bakhtine, M. (1986). *Speech genres and other late essays.* Austin : University of Texas Press.

Barbin, E. (2012). L'histoire des mathématiques dans la formation : une perspective historique (1975-2010). Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (Dir.), *Actes du congrès de l'Espace mathématique francophone 2012* (pp. 546–554). Genève : Université de Genève.

Benoit, P. (1989). Calcul, algèbre et marchandise. Dans M. Serre (Dir.). *Éléments d'histoire des sciences.* (pp. 209-230). Paris : Bordas.

Charbonneau, L. (2006). Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes au Québec : un défi de taille. Dans N. Bednarz et C. Mary (Dir.). *Actes du colloque de l'Espace mathématique francophone 2006* (pp. 11–21). Sherbrooke : Éditions du CRP et Faculté d'éducation de l'Université de Sherbrooke.

Chuquet, N. (1979). *Triparty en sciences des nombres - La géométrie : première géométrie algébrique en langue française* [H. L'Huillier : Introduction, traduction et notes]. Paris : Vrin. (Oeuvre originalement composée en 1484)

Flegg, G., Hay, C. & Moss, B. (1985). *Nicolas Chuquet : Renaissance Mathematician.* Dordrecht : Reidel Publishing Company.

Fried, M. N. (2007). Didactics and history of mathematics: Knowledge and Self-Knowledge. *Educational Studies in Mathematics,* 66(2), 203–223.

Guillemette, D. (2015). Rôle de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques : le point de vue socioculturel. Dans C. Sabena et B. Di Paola (Dir.). *Actes de la 67e réunion de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM 67) - Enseigner et apprendre les mathématiques : ressources et obstacles* (pp. 607–618), Aosta, Italie : CIEAEM.

Marre, A. (1880). *Notice sur Nicolas Chuquet et son Triparty en la science des nombres.* [Extrait du Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, Tomo XIII, 1880] Rome : Imprimerie des sciences mathématiques et physiques.

Radford, L., Furinghetti, F., Katz, V. (2007). Introduction: the topos of meaning or the encounter between past and present. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 107–110.

Élaboration et expérimentation d'une situation d'enseignement portant sur l'équivalence des fractions ; le cas du premier scénario

Virginie Houle, Jacinthe Giroux

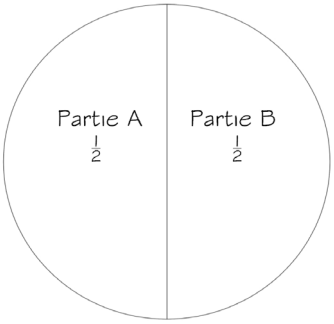
Professeures, Département d'éducation et formation spécialisées, Université du Québec à Montréal

L'enseignement de l'équivalence des fractions s'appuie généralement sur le fait que deux fractions sont équivalentes si elles permettent de relever la même part d'un tout continu de référence. Or, cette méthode d'enseignement permet difficilement d'appréhender la structure multiplicative de la fraction (Charalambous et Pitta-Pantazi, 2007). Dans le cadre d'un projet de recherche, nous avons élaboré une situation qui permet d'enrichir la notion d'équivalence par la prise en compte des relations multiplicatives entre différentes parties d'un même tout. La situation (composée de cinq scénarios) a été expérimentée auprès de trois groupes composés chacun de trois élèves âgés de 11-12 ans considérés en difficulté par leur enseignant. Dans cet article, nous expliquons d'abord en quoi consiste la situation en décrivant plus particulièrement le premier scénario de celle-ci, et nous présentons ensuite les stratégies mises en œuvre par les élèves ainsi que les variables didactiques de la situation qui assurent leur progression dans l'acquisition de la notion de fractions équivalentes.

Description de la situation

L'élaboration de notre situation s'inspire de la notion de situation adidactique telle que définie dans la *Théorie des situations didactiques* (Brousseau, 1998). L'enjeu mathématique principal de la situation est la notion de fractions équivalentes qui, elle-même, renvoie à la structure multiplicative de la fraction. Les élèves sont ainsi amenés à établir la relation multiplicative entre une fraction 1/b et une fraction c/d, où b est multiple de d. Le but poursuivi par les élèves est d'identifier le nombre de pièces, dont l'aire correspond à 1/b d'une figure, nécessaire pour recouvrir c/d de cette figure.

La situation est composée de cinq scénarios. Pour permettre au lecteur de bien saisir l'enjeu de la situation, nous présentons le premier scénario. Il se divise en deux sous-scénarios, soit 1a et 1b. Au scénario 1a, sont remis aux élèves un disque partitionné en deux parties d'aires égales ainsi qu'un bon de commande (voir figure 1).



Partie A : J'ai besoin de ____ pièces de 1/4 du disque pour recouvrir 1/2 disque.
Partie B : J'ai besoin de ____ pièces de 1/6 du disque pour recouvrir 1/2 disque.

Figure 1 : Matériel du scénario 1a

Les élèves doivent s'entendre sur le nombre de pièces correspondant à 1/4 du disque, et ensuite à 1/6 du disque, nécessaire pour recouvrir 1/2 disque. Ils complètent le bon de commande et le remettent à l'expérimentatrice. Elle remet ensuite aux élèves les pièces qu'ils ont commandées. En superposant les pièces reçues sur la partie de la figure à recouvrir, les élèves reçoivent une rétroaction sur la prévision qu'ils ont formulée par leur bon de commande.

Au scénario 1b, les élèves reçoivent une nouvelle figure, soit un rectangle partitionné en deux parties d'aires égales. Tout comme au scénario 1a, la fraction 1/2 est inscrite dans chacune des parties. Les élèves reçoivent également un bon de commande. Ils doivent maintenant s'entendre sur le nombre de pièces correspondant à 1/8 du

rectangle, et ensuite à 1/12 du rectangle, pour recouvrir 1/2 de ce rectangle. Le scénario 1b se distingue ainsi du précédent par les valeurs attribuées à la variable « figure » (scénario 1a : disque ; scénario 1b : rectangle) et à la valeur de b dans 1/b qui est plus élevée (scénario 1a : 4 et 6 ; scénario 1b : 8 et 12).

Pour favoriser la décontextualisation des connaissances, l'expérimentatrice remet finalement aux élèves un tableau qu'ils doivent compléter. Notons que le nombre de pièces de 1/20 pour obtenir 1/2 ne peut être identifié en s'appuyant sur les figures traitées précédemment.

Nombre de pièces	Fractions de la pièce à commander	Fraction du tout à construire
	1/4	1/2
	1/6	1/2
	1/8	1/2
	1/12	1/2
	1/20	1/2

L'exercice vise à dégager que a pièces de 1/b permet de recouvrir a/b du tout (a × 1/b = a/b) et que a/b = 1/2. Il vise ainsi à reconnaître qu'il y a plusieurs écritures équivalentes à 1/2 et, plus particulièrement, à reconnaître que chaque fois que le numérateur correspond à la moitié du dénominateur, il s'agit d'une écriture équivalente à 1/2. Pour ce faire, l'écriture mathématique est utilisée de façon, d'une part, à dégager, dans ce que les élèves ont fait, ce qui relève du savoir mathématique et, d'autre part, à favoriser l'identification de régularités mathématiques. Par exemple, la relation entre le recouvrement de 1/2 disque à partir de 2 pièces de 1/4 du disque et l'écriture 2 × 1/4 = 2/4 = 1/2 est établie. Les fractions ainsi produites sont ensuite mises en relation en s'appuyant sur une propriété de l'égalité, la transitivité : si A = B et A = C, alors B = C. Une liste de fractions équivalentes est alors produite : 1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 6/12 = 10/20. Les élèves sont ensuite invités à trouver d'autres fractions équivalentes à 1/2. L'idée est que la notion d'équivalence soit établie à partir du rapport entre le numérateur et le dénominateur et ne soit pas seulement travaillée à partir de la règle × y/y (c'est-à-dire en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre). Cette règle est souvent transmise directement aux élèves pour qu'ils génèrent des fractions équivalentes. Ils appliquent alors le même opérateur scalaire entier au numérateur et au dénominateur (ex.: x 2) pour produire une liste de fractions équivalentes (ex.: 1/2 = 2/4 = 4/8) sans que soit interrogée la relation multiplicative entre le numérateur et le dénominateur (1 est la demie de 2 comme l'est 2 avec 4).

Les stratégies de résolution

Pour identifier le nombre de pièces (a) correspondant à 1/b d'une figure nécessaire pour recouvrir c/d de cette figure, trois types de stratégies sont mises en œuvre par les élèves. La stratégie A génère une prévision erronée alors que les stratégies B et C conduisent à une solution adéquate. Le jeu sur les variables est cependant pensé de façon à rendre la conduite B inefficace et, ainsi, à favoriser la conduite C, soit celle qui fait appel au savoir visé.

Stratégie A : Interpréter la fraction 1/b seulement au regard de c/d. Ainsi, l'élève interprète c/d comme le tout de référence. Par exemple, au scénario 1a, les élèves vont commander 4 pièces de 1/4 du disque pour recouvrir 1/2 disque.

Stratégie B : Partitionner « mentalement » la figure pour identifier la relation multiplicative entre 1/b et c/d. L'élève tente alors de partitionner la figure en b parties égales pour ensuite identifier le nombre de 1/b dans c/d. Par exemple, au scénario 1a, les élèves vont partitionner le disque en 4 parties égales pour identifier le nombre de pièces de 1/4 nécessaire pour recouvrir 1/2 disque.

Stratégie C : Établir la relation multiplicative d'un point de vue numérique entre 1/b et c/d de manière à ce que a × 1/b = c/d. Cette interprétation conduit à prendre en compte la relation multiplicative entre 1/b et c/d pour identifier a. Par exemple, au scénario 1a, les élèves vont établir que 2 x 1/4 = 1/2.

Notons que les stratégies B et C ne s'excluent pas nécessairement. En effet, la

manifestation de la stratégie C peut s'accommoder, chez les élèves, d'une coordination avec la stratégie B, permettant ainsi de se représenter la partition mentale qui correspond aux relations numériques établies. De même, le recours à la stratégie B peut s'accompagner d'un certain contrôle des relations numériques engagées dans la partition mentale de la figure. Une conduite strictement numérique exigerait de contrôler les faits multiplicatifs permettant d'établir les relations numériques mais également l'abstraction des contraintes « figurales » auxquelles se rapporte la tâche. Enfin, nous considérons que les élèves adoptent la stratégie B lorsqu'ils cherchent à partitionner la figure (par exemple, en utilisant leur doigt) et qu'il s'agit de la stratégie C lorsqu'ils anticipent rapidement et correctement la solution au problème.

Nos résultats montrent que les conduites des élèves évoluent à l'intérieur de chacun des scénarios. Par exemple, au scénario 1a, pour identifier le nombre de pièces de 1/4 du disque, et ensuite de 1/6 du disque, nécessaire pour recouvrir 1/2 disque, parmi les huit élèves présents, un élève met en œuvre la stratégie A, cinq élèves adoptent la stratégie B et un élève répond rapidement « 2 », ce qui suggère qu'il adopte la stratégie C. Enfin, un élève ne fait aucune prévision. Au scénario 1b, pour identifier le nombre de pièces de 1/8 d'un rectangle, et ensuite de 1/12, nécessaire pour recouvrir 1/2 rectangle, aucun élève n'adopte la stratégie A, deux élèves adoptent la stratégie B, cinq élèves adoptent la stratégie C et un élève ne se prononce pas. Il y a ainsi, entre les scénarios 1a et 1b, une grande diminution de la stratégie B au profit de la stratégie C. Ce changement relève, selon nous, de l'apprentissage réalisé au cours du scénario 1a ainsi que du choix de la valeur des fractions, soit 1/8 et 1/12. En effet, le partitionnement « mental » de la figure en 8 ou en 12 parties égales s'avère peu efficace comme stratégie. Cependant, la forme de la figure ne semble pas affecter les conduites, car le choix d'un rectangle, figure plus facile à partitionner qu'un disque, aurait pu au contraire encourager les élèves à recourir à la stratégie B.

Les variables didactiques de la situation

Le jeu sur les valeurs des variables didactiques augmente progressivement le niveau de difficulté des scénarios. Les variables didactiques de notre situation sont les suivantes.

- La valeur de 1/b

La fraction 1/b correspond à l'aire de la pièce à commander. Plus la valeur de b augmente, plus la stratégie B s'avère lourde. Il est, par exemple, plus coûteux de partitionner mentalement une figure en 12 parties égales qu'en 4 parties égales.

- La valeur de c/d

La valeur de c/d, soit la partie de la figure à recouvrir, correspond au premier scénario à 1/2. Dans les scénarios suivants, la valeur de d dans c/d augmente (ex. : 1/3, 1/5), et, aussi, il y a présence de fractions non unitaires (2/3, 4/5). La valeur de c/d est pensée en articulation avec la valeur de 1/b, de façon à ce que b soit multiple de d (ex. : le dénominateur de 1/6 est un multiple du dénominateur de 1/2).

- Le choix de la figure

Certaines figures sont plus difficiles à partitionner que d'autres. Prenons, par exemple, l'énoncé suivant : il faut ___ pièces de 1/20 d'un pentagone pour recouvrir 1/5 du pentagone. Les élèves qui tentent de recourir à la stratégie B rencontrent alors des difficultés, ne sachant comment partitionner un pentagone en 20 parties égales.

- Ce qui est recherché : le nombre de pièces à commander ou la fraction inscrite sur la pièce à commander

Au lieu de rechercher le nombre de pièces à commander, la tâche peut exiger de rechercher la fraction de la pièce à commander. C'est le cas, par exemple, de l'énoncé suivant : il faut 2 pièces correspondant à ___ du rectangle pour recouvrir 1/3 de ce rectangle.

- La présence ou non de la figure

Le travail peut être strictement numérique. La présentation de la figure succède alors au travail numérique et sert uniquement à la validation des relations établies par les élèves. Nous avons joué sur cette variable

au dernier scénario de la situation. Ce scénario, contrairement aux précédents, ne met en jeu aucune situation de communication. Ainsi, la tâche consiste à compléter le tableau suivant :

Nombre de pièces	Fraction de la pièce à commander	Fraction du tout à construire
	1/12	1/3
	1/20	1/5
	1/10	2/5
	1/30	1/15

Autrement dit, au terme de la situation, le travail se fait strictement sur le plan numérique. En effet, les élèves ne disposent d'aucun matériel ; ils ne peuvent donc pas partitionner mentalement la figure. Lors de ce scénario, soit les élèves ont recours à une stratégie numérique correcte, soit ils ne peuvent mettre en œuvre une stratégie de solution. Ainsi, lorsque les élèves saisissent l'enjeu mathématique et ont construit, à l'aide du matériel, une situation de référence, le retrait du matériel favorise l'élaboration de stratégies numériques. L'expérimentation que nous avons menée nous informe cependant que certains élèves ne peuvent toujours pas établir les relations multiplicatives nécessaires sans s'appuyer sur du matériel. Pour ces élèves, il est donc possible que les relations mathématiques travaillées dans les scénarios précédents n'aient pas encore fait l'objet d'une abstraction. Les relations ne sont pas dégagées du matériel ; autrement dit, le matériel semble être ce par quoi ces relations existent.

Conclusion

La situation permet, en raison de sa dimension adidactique (Salin, 2007), un fonctionnement relativement autonome de la part des élèves, qui sont fortement engagés dans la recherche de solutions. Ce résultat est fort intéressant dans la mesure où plusieurs études mettent en évidence la difficulté d'obtenir un réel investissement cognitif auprès d'élèves en difficulté. En effet, les élèves qui ont participé à notre étude, recherchent activement des solutions aux problèmes et sont dans l'expectative de la rétroaction du milieu. Lorsque l'expérimentatrice leur remet les pièces et qu'ils reçoivent une rétroaction, ils tentent de comprendre ce qui fonde le résultat. C'est le cas, notamment, d'élèves qui s'exclament en déclarant : « Je ne pensais pas que les pièces seraient aussi grosses ! » ou encore « Ha ! Là je comprends, le prochain je vais l'avoir ! ».

Nous avions aussi prévu, dans notre étude, une articulation entre des moments d'adidacticité et des phases d'institutionnalisation pour inscrire, tel que prévu dans la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), la situation adidactique dans une situation didactique et ainsi favoriser l'appropriation de la notion d'équivalence de fractions. En effet, régulièrement au cours de la situation, les écritures mathématiques qui modélisent les actions des élèves ont été dégagées. L'expérimentatrice s'appuyait, à l'oral, sur la situation d'action pour donner du sens aux relations mathématiques qui, elles, ont été écrites. Mentionnons, pour terminer, que d'autres situations didactiques, convoquant des interprétations variées de la fraction (mesure, rapport, opérateur, quotient) ont été réalisées dans le but d'élargir le caractère d'utilité des connaissances élaborées par les élèves dans le cadre de cette première situation (Conne, 1992 ; Kieren, 1989 ; Giroux 2013).

Références

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La pensée sauvage.

Charalambous, Y., Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics,* 64(3), 293-316.

Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en didactiques des Mathématiques,* 12(2), 221-270.

Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Éducation et didactique,* 7(1), 59-86.

Kieren, T.E. (1989). Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. Dans J. Hiebert et M. Behr. (ed.) *Number concepts and operations in the middle grades.* Reston (pp. 162-181). Virginia: Editions Lawrence Erlbaum.

Salin, M.-H. (2007). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques pour des élèves en grande difficulté scolaire. Dans J. Giroux et al. (dir.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques* (pp. 195-218). Montréal : Éditions Bande didactique.

Labo-maths - Du cube à la pyramide

Thierry Dias

HEP Vaud & DDMES

L'objectif de cette rubrique « labos-maths » est de proposer aux enseignants des situations de recherche mathématique à partir d'un contexte (ici celui de l'articulation entre la géométrie plane et l'espace) afin qu'ils puissent conduire de véritables explorations avec leurs élèves. Il ne s'agit donc pas de faire « faire des problèmes » au sens où on l'entend habituellement. Ainsi, si le contexte de la recherche est imposé (sous forme d'un jeu avec quelques règles, ou d'une énigme), les questions à poser et les démarches de travail envisagées peuvent être diverses et donc adaptées à plusieurs niveaux de classe. Il n'y a pas systématiquement de consigne imposée qui laisserait entendre qu'il existe une réponse attendue relativement unique. Les situations proposent en effet des recherches qui peuvent conduire à une multiplicité de découvertes et donc de « réponses ».

La formulation d'un ou plusieurs résultats prend également ses distances avec une traditionnelle « phrase réponse ». Nous engageons plutôt les enseignants à faire produire à leurs élèves de petits récits racontant leurs recherches tant pour les moments de découverte que de doutes. Nous préférons l'emploi de la terminologie de résultat ou découverte en lieu et place de celle de réponse.

La rubrique propose des situations d'investigations pour lesquelles il n'est pas non plus fourni d'*analyse a priori*. Nous entendons cette terminologie d'investigation en référence à la diversité des processus de raisonnement convoqués : inductif, déductif et expérimental. Nous engageons donc les enseignants à faire faire des expériences et des découvertes mathématiques à leurs élèves en parcourant parfois des chemins inattendus, les menant parfois dans des impasses provisoires. Toute action menée par les élèves est en effet susceptible de révéler leurs connaissances. Il s'agit de privilégier des espaces de recherche dans lesquels les élèves se sentent suffisamment autonomes pour mener de véritables expériences personnelles avec les objets, qu'il s'agisse d'objets sensibles ou d'objets de pensée. On peut en effet imaginer que des expériences conduites par exemple sur les nombres ne nécessitent pas forcément l'emploi de jetons ou de cubes.

L'enseignant doit privilégier un rôle d'accompagnateur de la résolution, en essayant de ne pas prendre de responsabilité directe dans les choix mis en œuvre par les élèves. Il pourra lui aussi être surpris par les découvertes mais sera avant tout un témoin privilégié du potentiel de ses élèves à construire des connaissances mathématiques.

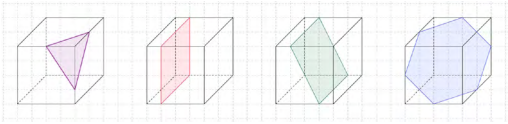
La finalité de la rubrique tient également dans la possibilité d'une communication entre les enseignants. Nous proposons effectivement à celles et ceux qui le souhaitent de témoigner de leurs expériences en racontant leurs découvertes, leurs surprises et les difficultés rencontrées. Ainsi un enseignant peut expliquer comment il a posé le problème, avec quelle(s) consigne(s) et pourquoi il a choisi certaines questions et pas d'autres. Il pourra également témoigner de sa réflexion sur le travail de ses élèves, analyser le dialogue en classe ou présenter les perspectives qui résultent de ses expériences mathématiques.

Les problèmes de cette rubrique « labo-maths » peuvent se résoudre collectivement au sein de véritables petits laboratoires de mathématiques. Ils ne doivent pas donner lieu à une compétition quelle qu'elle soit, ce sont plutôt des occasions de mener des recherches collaboratives.

Du cube à la pyramide

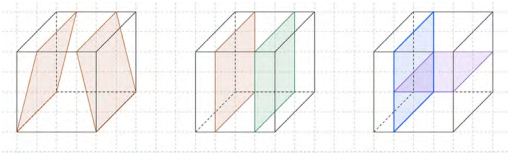
La recherche

Il existe de nombreuses façons de section-



ner un cube : selon une coupe triangulaire, carrée, rectangulaire ou hexagonale. On peut ainsi le décomposer en deux polyèdres identiques ou non.

En utilisant plusieurs plans de coupe, on peut également décomposer ce cube en plus que 2 polyèdres.



La question de ce labo-maths est la suivante :

Est-il possible de découper un cube en 6 pyramides identiques ?

Selon le niveau scolaire et l'âge de vos élèves vous pouvez lancer la recherche dans des environnements matériels différents. Sur papier en utilisant des dessins en perspective, ou en volume grâce à l'emploi de blocs cubiques de sagex et d'une petite scie à fil chauffant par exemple, éventuellement en utilisant des baguettes de bois, des connecteurs et des pelotes/fils de laine. Un temps d'exploration de la tâche sera sans doute nécessaire pour que les élèves expérimentent la notion de section par un plan (puis plusieurs) afin qu'ils se rendent compte progressivement des contraintes de la tâche.

L'idée de cette recherche provient d'un exercice des moyens d'enseignement de 9ème Harmos dont l'énoncé était le suivant :

> *Une pyramide a pour base une face d'un cube et pour sommet le centre de ce même cube. Dessine un de ses développements, puis construis la pyramide elle-même. Quel est son volume ?*

Dans le cadre de ce labo-maths nous vous proposons de profiter autrement de ce contexte en utilisant un questionnement différent par rapport à cette tâche. Il nous a semblé en effet un peu réducteur de donner d'emblée toutes les propriétés de la pyramide qui est recherchée. Il est en effet possible de trouver plusieurs types de pyramides en sectionnant un cube.

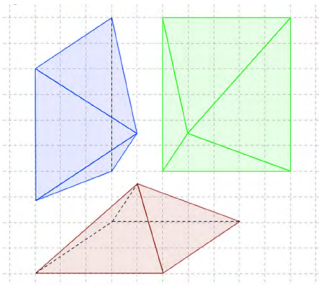
Lorsque la pyramide unité a été trouvée, vous pouvez lancer des recherches complémentaires. Les investigations mathématiques autour de ce polyèdre pyramidal sont riches car ses propriétés sont particulièrement intéressantes. Vous pouvez par exemple envisager les questions suivantes :

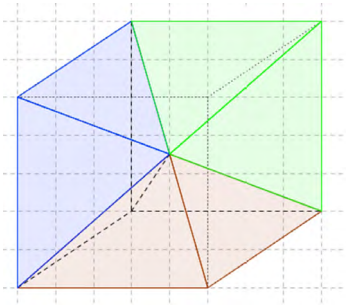
Mesure et grandeur :

- Quelles sont les dimensions d'une face triangulaire de la pyramide si l'arête du cube vaut 1 ? (Longueur des côtés, mesure des angles, surface).
- Quelle est la hauteur de cette pyramide si l'arête du cube vaut 1.
- Quel est le volume de cette pyramide si l'arête du cube vaut 1.

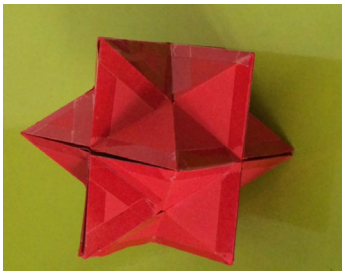
Constructions dans l'espace

- Dessiner plusieurs développements possibles de cette pyramide (dans l'environnement papier/crayon ou en utilisant un logiciel comme geogebra). Découper et reconstruire les pyramides à partir de chacun des développements trouvés, puis les assembler pour vérifier.
- Lorsque l'on assemble plusieurs de ces pyramides, quels sont les solides que l'on peut construire ? Avec 2 pyramides, avec 3 pyramides.
- En utilisant 3 pyramides que l'on assemble par leurs faces triangulaires, on peut obtenir un solide dont le volume est la moitié de celui du cube. Assembler trois pyramides pour construire ce solide.

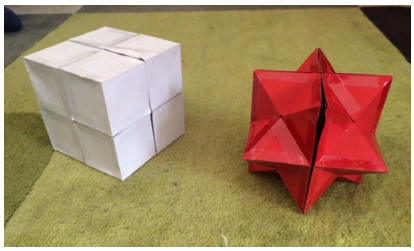


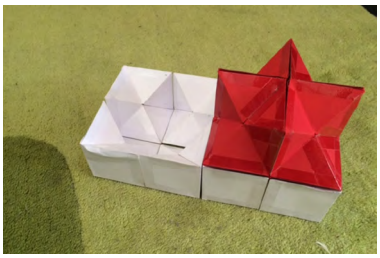


• Chercher un ou plusieurs développements de ce polyèdre.
• En construisant 8 fois le solide précédent et en assemblant ces 8 pièces, on peut obtenir le solide étoilé suivant :



Construisez-le. Combien a-t-il de faces ? de sommets ? d'arêtes ?
• Avec 8 exemplaires de ce même solide mais avec un assemblage différent, on peut aussi obtenir un cube creux qui contient exactement le solide étoilé qui a été construit juste auparavant.





Lorsque ces deux assemblages sont réalisés, il est même possible de les transformer l'un en l'autre par un astucieux placement de charnières. En quelques pliages vous transformerez l'étoile en cube puis le cube en étoile. Vous pouvez rechercher ce jeu de charnières et obtiendrez ainsi un très bel objet qui fera tout son effet auprès de vos amis !

Pilotage de la classe

Vous pouvez bien entendu permettre à vos élèves de travailler en petits groupes, mais vous êtes libre de choisir les dispositifs qui vous conviennent le mieux. Dans un premier temps, un travail individuel est aussi adapté à cette recherche.

Laissez les élèves s'organiser comme ils le souhaitent, mais conseillez-leur de bien garder les traces (dessins, constructions en papier ou même photos) de leurs différents essais ainsi que de leurs découvertes. Ces traces de recherche seront en effet essentielles pour partager les résultats entre chercheurs.

Prenez le temps nécessaire à discuter la consigne de ce problème avec les élèves qui n'entrent dans aucune action susceptible de révéler leurs connaissances. Il n'est en effet jamais souhaitable qu'un élève reste en situation de blocage prolongé quelle que soit l'activité qui est proposée. Cet étayage langagier vous donnera également l'occasion de vous assurer qu'aucune difficulté de compréhension (sémantique ou syntaxique) ne vient nuire inutilement au lancement de la recherche mathématique. Si la consigne de départ est trop ouverte, vous pouvez choisir de lancer le questionnement par une des tâches proposées dans les prolongements.

Nous vous rappelons cependant qu'il faut toujours éviter d'induire un résultat afin de laisser une liberté suffisante à l'expression des connaissances des élèves.

Quand les élèves commencent à appréhender le problème, chaque résultat trouvé nourrit la recherche et leur donne des idées pour trouver d'autres solutions. Laissez-leur un temps d'exploration suffisant pour qu'ils puissent dépasser les configurations les plus évidentes. Ils sauront sans aucun doute trou-

ver de nouveaux assemblages intéressants même s'ils pensent parfois être «bloqués» un certain temps en croyant qu'il n'y a plus rien à trouver. Si certains de vos élèves sont en difficulté avec la prise de notes nécessaire à la compilation des essais et des découvertes, vous pouvez fournir une fiche comportant des dessins de cubes en perspective, ou mieux encore permettre la prise de photos.

Pensez à recueillir le travail des élèves, prenez des notes sur les interactions qui ont eu lieu, sur la variété des approches des élèves que vous avez observées dans votre classe. Toutes ces informations peuvent être utiles pour mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves mais aussi pour évaluer leurs connaissances et leur potentiel à apprendre en mathématiques. Dans votre réflexion sur votre expérience avec ce problème, gardez par exemple à l'esprit les questions suivantes:

- Quelles difficultés ont eu les élèves dans la compréhension du problème ?
- Comment les élèves ont-ils abordé cette tâche ?
- Quelles stratégies les élèves ont-ils essayées ?
- Y a-t-il des réponses d'élèves ou des interprétations qui vous ont surpris ?

Où sont les maths ?

Les connaissances mathématiques utiles pour effectuer les recherches proposées dans ce problème sont diverses et concernent essentiellement le domaine de la géométrie dans l'espace ainsi que celui de la mesure de grandeurs. Nous rappelons cependant à cette occasion en citant le Plan d'Études Romand que :

> *« Les mathématiques sont plus qu'une collection de concepts et de compétences à maitriser. Il s'agit plutôt d'un ensemble complexe d'idées incluant des méthodes d'investigation et de raisonnement, les techniques de communication et les questions de contexte. »*

Ainsi cette recherche concerne davantage les objectifs relatifs aux éléments pour la résolution de problèmes tels qu'ils sont énoncés dans le plan d'études. On peut retenir ici par exemple :

- La mise en œuvre d'une démarche de résolution en évaluant les critères suivants : est-elle explicite, adaptée, cohérente ?
- L'ajustement d'essais successifs, puisque les recherches consistent à construire des procédures se basant sur la mise en lien de résultats intermédiaires et temporaires.
- La vérification puis la communication d'une démarche, car les différentes étapes des recherches peuvent être plus ou moins superposées et que leur communication nécessitera souvent une mise en forme spécifique.

Quelques enjeux en termes de notions mathématiques sont également sous-jacents dans la résolution des problèmes suscités par l'énigme. En termes d'objets géométriques on peut citer par exemple :

Dans l'espace : cube, pyramide, plan, polyèdre, développement, face, arête, sommet.

Dans le plan : polygone, triangle, carré, côté, sommet, hauteur.

Quelques notions concernant les relations et les transformations géométriques peuvent également être abordées au cours des explorations : perpendicularité, parallélisme, symétrie(s) et autres transformations du plan.

Enfin, la construction de solides en papier ou carton nécessite de nombreux tracés et donc l'utilisation d'instruments appropriés.

Partagez vos expériences

Savoir comment vos élèves répondent à ce problème nous intéresse beaucoup. Nous sommes également curieux de connaître les explications, les justifications et les raisonnements que font vos élèves. Si vous êtes d'accord de les partager, nous serons donc ravis de recevoir vos idées et vos réflexions.

Vous pouvez ajouter à votre envoi toutes les informations concernant la manière (ou les manières) dont vous avez choisi de poser le problème, des travaux d'élèves et même des photos montrant vos petits chercheurs en action. Envoyez vos résultats en indiquant votre nom, le niveau de votre classe, ainsi que les coordonnées de votre établissement à l'adresse suivante : mathecole@ssrdm.ch

Avec votre accord, quelques-uns de vos envois seront publiés dans un numéro ultérieur de la revue Math-Ecole. Vos noms et coordonnées d'établissement seront bien entendu indiqués dans l'article correspondant.

Prochaines rencontres du RMT

Association Rallye Mathématique Transalpin (ARMT)

Dans le numéro 155 de Math-Ecole, (décembre 1992,) un petit article, *Rallye mathématique romand ?* présentait les principes d'un « rallye » d'un type nouveau pour l'époque. Il commençait ainsi :

> *Un concours mathématique, par classes, pour les degrés de l'école primaire, en Suisse romande ? Pourquoi pas ? (p.13).*

Après quelques considérations sur les concours de mathématiques en général, l'article citait les trois idées directrices du projet, empruntées au Rallye du Maine et Loire, né un an plus tôt en 1991 :

1. Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes.

2. Le débat scientifique est un élément essentiel de validation d'un travail mathématique.

3. La capacité à travailler en équipe est aujourd'hui essentielle.

L'article se terminait par une proposition :

> *La rédaction de Math-Ecole envisage de lancer un Rallye romand (RMR) qui pourrait être organisé conjointement avec d'autres régions francophones, en trois catégories de classes : de 3e, 4e ou 5e primaire.*
>
> *Il suffit qu'une vingtaine de maîtres s'y intéressent pour qu'une première expérience soit tentée … (p. 14).*

L'évolution des effectifs

La réponse à la proposition précédente ne s'est pas faite attendre : une première édition du RMR regroupait 20 classes en 1993, qui sont devenues 40 en 1994, puis près de 80 en 1995. La centaine a été largement dépassée en 1996 pour le 4e RMR, qui est devenu « transalpin » (RMT) dès l'année suivante avec la participation de classes d'Italie, puis de France, Luxembourg, Belgique (de 1996 à 1998). Après l'extension des catégories à l'ensemble du secondaire inférieur et les premières années du secondaire supérieur (élèves de 8 à 16 ans) on arrive à environ 5000 classes en 2016 pour la 24e édition du RMT, organisées en 20 sections régionales ou nationales.

L'évolution didactique

Pour les élèves qui y participent, le rallye est un concours, avec un classement, qui n'est que la pointe de l'iceberg. Les élèves ne donnent pas seulement les réponses aux problèmes qu'on leur propose, ils doivent décrire leurs démarches de résolution et ce sont ces textes, (les milliers de copies rendues), qui déterminent les caractéristiques du Rallye Mathématique Transalpin : la prise en compte de la manière dont les élèves construisent leurs connaissances mathématiques, les obstacles qu'ils rencontrent, leurs erreurs les plus fréquentes.

Les observations, réflexions et analyses se déroulent au niveau international, au sein de groupes de travail et de journées d'études, au cours desquelles se dessine toute la politique pédagogique et didactique du Rallye Mathématique Transalpin : élaborer les problèmes, coordonner et organiser les analyses, échanger les observations recueillies, synthétiser les résultats et les publier.

Ces rencontres internationales réunissent une centaine d'animateurs des différentes sections du RMT durant 3 à 4 jours, en octobre, sur un thème en lien avec la résolution de problèmes de mathématiques et ses apports didactiques. Certaines se sont déroulées en Suisse, les deux premières à Brigue pour des raisons géographiques et une à Neuchâtel en coopération avec l'IRDP, puis une autre encore à Brigue. La vingtième se tiendra au Locle, du 14 au 16 octobre 2016 sur le thème de la résolution de problèmes pour tous.

Le recueil des données

Math-Ecole a été le « bulletin d'information » quasi officiel du RMT au cours de ses premières années d'existence et a publié pas moins de 75 articles couvrant près de 400 pages dans les numéros de 155 à 217, de 1992 à 2006. Pour l'Italie, c'est la revue

L'*Educazione matematica* qui faisait le relais. Puis, en appui, les actes des rencontres internationales du RMT, ont rendu compte de leurs conférences, présentations, réflexions des groupes de travail sur des thèmes, comme, par exemple : *RMT. Évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques* (Siena 1999, Neuchâtel 2000), ou encore : *RMT. Des problèmes à la pratique de la classe* (Bourg-en-Bresse 2004, Arco di Trento 2005).

Dès 2010, le RMT a créé sa propre revue en ligne, la *Gazette de Transalpie*[1], qui se substitue à la publication des actes et permet de rendre compte d'autres analyses que celles effectuées lors des rencontres internationales.

Les informations et données pratiques se transfèrent peu à peu dans une « banque de problèmes » du RMT. Il s'agit d'un recueil des énoncés des problèmes créés pour le Rallye, de leurs analyses a priori, des résultats obtenus sous forme de statistiques des points attribués, de leurs analyses a posteriori et de suggestions didactiques.

L'observation des copies d'élèves

Dès la première année les animateurs du RMT ont décidé de conserver les copies sur lesquelles figurent les démarches de résolution qu'on demande aux élèves pour chaque problème. Sur près de mille problèmes, résolus par des centaines ou des milliers de classes, on imagine aisément que ces « archives » occupent un certain volume (qui dépasse le million de copies). En les observant ou en les analysant, on est au cœur des travaux du RMT, sur le « terrain de l'élève », là où l'on découvre son langage, ses expressions, ses procédures de résolution ; là où apparaissent les erreurs ou les obstacles typiques. Toutes les copies ne sont certes pas examinées, mais dès qu'un groupe, ou même une personne seule, décide de se lancer dans une analyse a posteriori d'un problème, il dispose immédiatement dans un rayon local, de quelques centaines de copies, ce qui est amplement suffisant pour déterminer les caractéristiques d'un problème. Actuellement, la « banque de problèmes » compte plus d'une centaine de fiches où figurent ces analyses a posteriori. Ce travail de bénédictin permet de construire peu à peu un recueil de données d'une grande utilité pour les enseignants, formateurs ou chercheurs intéressés.

Des idées d'origine aux conceptions actuelles

La première idée directrice d'origine « Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes » était en vogue il y a 25 ans. Après la disparition des « problèmes » des manuels et programmes à l'époque des « maths modernes », on les redécouvrait dans une acception nouvelle : non plus comme exercices d'applications à la fin d'un chapitre, mais comme activités d'introduction de concepts ou de démarches, sous l'appellation de « problèmes ouverts », « situations problèmes », « ateliers » ou « points de départ ». Sans renier cette formule, on constate cependant à la suite de 25 ans de pratiques qu'il faut aller au-delà de son caractère publicitaire : la résolution de problèmes est une entrée que nous considérons comme nécessaire dans l'apprentissage des mathématiques, mais elle est loin, très loin même, d'être suffisante. Cette activité permet de déclencher des processus, de donner du sens à l'activité de recherche, de stimuler les interactions entre élèves. Après l'entrée, il y a tout le travail conduit par le maître, que nous ne faisons qu'évoquer ici : la conduite de la classe, l'organisation des débats, les contre exemples, l'institutionnalisation…

La deuxième idée d'origine, « le débat scientifique est un élément essentiel de validation d'un travail mathématique », est toujours en vigueur. Personne d'ailleurs ne pourrait s'y opposer. Mais là aussi c'est au maître que revient le rôle déterminant dans la conduite de la mise en commun qui suit la résolution du problème par petits groupes.

La troisième idée d'origine sur la « capacité à travailler en équipe » est toujours incontestable. On a même remarqué que cette capacité est le facteur décisif de réussite pour une classe qui participe au Rallye, de loin plus importante que les compétences mathématiques individuelles des membres du groupe chargé du problème. C'était

1 *site de l'ARMT : http://www.armtint.org.*

d'ailleurs le thème de la dernière rencontre internationale (Sedilo, Sardaigne, 2015) RMT. *Apprendre ensemble en résolution de problèmes.*

Aux trois idées d'origine, d'autres se sont ajoutées au fur et à mesure que s'intensifiait la coopération entre les sections, groupes de travail, évaluateurs et auteurs de problèmes du RMT et que les données recueillies s'amassaient. En particulier, l'exploitation de nos analyses à grande échelle pour la formation des maîtres, pour la conduite de la classe, pour la pratique et la recherche en didactique des mathématiques.

S'il fallait synthétiser ces nouvelles idées directrices, c'est incontestablement la richesse et la nécessité des observations recueillies dans les copies rendues par les classes qu'il faudrait retenir.

En tant qu'adultes, enseignants et mathématiciens, on peut élaborer des analyses a priori de problèmes, toutes aussi « précises » ou « perspicaces » qu'on l'imagine... Ce n'est cependant seulement qu'après avoir été résolu par les élèves - sur leur « terrain » - que le problème peut révéler ses caractéristiques didactiques : ses potentialités, ses richesses ou aussi parfois ses lacunes.

A retenir : au Locle, du 14 au 16 octobre 2016 se tiendront la 20e rencontre internationale des animateurs du RMT et, événement exceptionnel (pour la deuxième fois seulement), une finale internationale réunissant une dizaine de classes d'Italie, France, Belgique, Luxembourg et Suisse (d'élèves de 10 à 11 ans). Ce sera aussi l'occasion de l'ouverture « officielle » de la Banque de problèmes du RMT.

Quels usages des problèmes du RMT dans la classe ?

Christine Choquet

ESPE[1] de l'Académie de Nantes

Les problèmes ouverts (Arsac et Mante, 2007) initialement prévus pour l'enseignement secondaire sont utilisés, en France, par des professeurs des écoles pendant les cours de mathématiques (Choquet, 2014). Cet article s'intéresse à l'analyse de deux séances observées chez l'un de ces enseignants qui a proposé à des élèves de cycle 3 (8-10 ans) deux problèmes choisis dans les ressources en ligne du rallye *RMT*[2]. Cette analyse est pour nous l'occasion de comprendre les choix faits par cet enseignant et de réfléchir à la place de ces problèmes dans la classe. La première partie est dédiée à une présentation brève de notre étude. Dans la deuxième partie, nous proposons une analyse *a priori* des deux problèmes choisis puis dans la troisième partie, l'analyse *a posteriori* du déroulement observé et des productions des élèves. La conclusion permet d'expliciter des raisons des choix effectués par ce professeur des écoles en lien avec le cadre théorique d'analyse et de justifier de l'intérêt pour la classe des problèmes du rallye *RMT*.

Présentation de notre recherche

Dans une étude que nous menons sur les pratiques du *problème ouvert* à l'école primaire en France, nous avons observé un professeur des écoles qui propose en classe des énoncés de problèmes issus des archives du *RMT*. Nous cherchons à expliquer ce choix, à comprendre les motivations de ce professeur se tournant vers ces problèmes. Pourquoi décide-t-il de proposer en classe des problèmes issus du rallye *RMT* ? Comment organise-t-il les séances de mathématiques qui leur sont dédiées ? Ce questionnement centré sur la pratique d'un enseignant est l'occasion également d'interroger la place des problèmes du *RMT* dans la classe en dehors des rallyes.

Cet article prolonge une réflexion menée dans un groupe de travail lors de la 15ème rencontre de l'A*RMT*[3]. Telatin[4] (2013) y assure notamment que « les problèmes du *RMT* sont de toute évidence utiles car ils éveillent la curiosité ; ils plaisent et motivent les élèves » (p. 135) et par ailleurs, « ils offrent un excellent support aux enseignants » (p. 135).

Cadre théorique

Notre travail est mené dans le cadre théorique de la *double approche didactique et ergonomique* (Robert et Rogalski, 2002). Celui-ci permet de considérer le point de vue didactique de la pratique enseignante en lien avec les apprentissages potentiels des élèves. Il conduit également à une étude d'un point de vue ergonomique : l'enseignant est considéré comme un professionnel exerçant un métier, faisant face à des contraintes professionnelles spécifiques et visant des buts professionnels particuliers tout en tenant compte de ses compétences et représentations personnelles.

Afin de tenir compte de toute la complexité de la pratique, Robert et Rogalski (2002) envisagent cinq composantes : les composantes sociale et institutionnelle permettent de définir les contraintes liées à la profession. La composante personnelle renseigne sur les propres représentations mathématiques de l'enseignant ainsi que de leur enseignement. La composante cognitive concerne l'ensemble des choix de l'enseignant faits avant la séance sur les contenus et le déroulement à prévoir. La composante médiative s'intéresse aux choix faits pendant la séance afin d'orienter les activités des élèves et les faire avancer vers un objectif d'apprentissage.

1 École Supérieure de l'Enseignement et de l' Éducation en France.

2 Rallye Mathématique Transalpin.

3 Association du Rallye Mathématique Transalpin.

4 au nom du groupe « utilisation des problèmes du Rallye en classe ».

Méthodologie

Afin de répondre à nos questions, nous étudions la pratique d'un professeur des écoles non débutant dans l'enseignement et dans le cycle 3. Lors de nos observations, nous n'intervenons ni dans le choix des ressources utilisées et des problèmes, ni dans la préparation et la mise en œuvre des séances.

Une analyse *a priori* des deux problèmes choisis par le professeur est effectuée afin de déterminer les connaissances et compétences mathématiques en jeu ainsi que les démarches envisageables d'élèves de cycle 3. L'analyse *a posteriori* du déroulement et des productions des élèves permet de repérer les choix effectués par le professeur pour les deux séances et de les expliciter en lien avec le cadre théorique de la double approche.

Analyse a priori

L'enseignant a choisi les problèmes *La plaque de voiture* lors de la séance *A et Chacun à sa place* lors de la séance B (issus respectivement de la première épreuve des 13ème et 14ème *RMT*).

La plaque de voiture

Résoudre le problème *La plaque de voiture* consiste à déterminer tous les numéros d'une plaque de voiture respectant des contraintes et à expliciter sa démarche.

> La police recherche la voiture d'un voleur.
>
> - un premier témoin a constaté que le numéro de la plaque a cinq chiffres, tous différents,
>
> - un deuxième témoin se souvient que le premier chiffre est 9,
>
> - un troisième témoin a noté que le dernier chiffre est 8,
>
> - un quatrième témoins, qui a 22 ans, a remarqué que la somme des cinq chiffres de la plaque est àgale à son âge.
>
> **Quel peut être le numéro de la plaque de la voiture que la police recherche ?**
>
> **Écrivez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvés.**

12 solutions sont attendues :

90148 - 90418 - 91048 - 91408 - 94018 - 94108
90238 - 90328 - 92038 - 92308 - 93028 - 93208

Afin de résoudre ce problème, il s'agit de comprendre que la somme des trois chiffres centraux doit être 5 (en calculant 22 – (9 + 8)) puis de chercher les décompositions de 5 en la somme de trois termes différents. Ne sachant pas combien de solutions sont possibles, une recherche exhaustive de toutes les décompositions est indispensable. Cette recherche exhaustive peut s'effectuer de deux manières différentes : soit en constituant une liste méthodique de tous les numéros, soit en disposant les solutions sous forme d'arbres. Les savoirs en jeu sont liés à l'addition, la soustraction de nombres entiers et à un raisonnement par l'exhaustivité des cas.

Pour des élèves de 8-10 ans, une des difficultés de ce problème réside d'après nous dans le fait qu'ils doivent exposer toutes les solutions sans savoir à l'avance combien il y en a, donc sans pouvoir contrôler seuls s'ils ont trouvé toutes les possibilités. Un moyen de déterminer à l'avance le nombre de solutions, et donc de décider quand la recherche peut s'arrêter, consiste à utiliser la formule suivante :

$$A_3^3 + A_3^3 = 3! + 3! = 3 \times 2 + 3 \times 2 = 12$$

Bien évidemment, les savoirs en jeu liés à la notion d'arrangements ne sont pas envisageables pour des élèves de cycle 3.

Chacun à sa place

Résoudre le problème *Chacun à sa place* consiste à déterminer la place occupée par chaque enfant et à expliciter sa démarche.

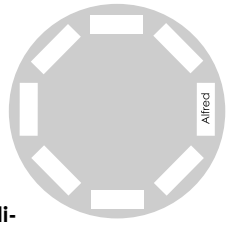
La solution est, en partant de d'Alfred dans le sens des aiguilles d'une montre, Dany, Gina, Frédéric, Emile, Carla, Brice et Henri.

Une procédure par essais et ajustements est envisageable pour des élèves de cycle 3. Les savoirs en jeu sont liés à l'organisation logique des données de l'énoncé et à l'utilisation de la notion de contre-exemple pour invalider des essais.

Alfred, Brice; Carla, Emile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche.
- Carla veut être assise entre Brice et Emilie.
- Dany veut être à côté de Gina.
- Emile veut être juste en face d'Alfred.
- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.

Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place. Indiquez les étapes qui vous ont permis de placertoutes les personnes.



Énoncé de Chacun à sa place

Deroulement des seances

La classe rassemble des élèves de deux niveaux scolaires : 17 élèves de CM1[5] (en France, élèves de 8-9 ans) et 9 de CM2[6] (en France, élèves de 9-10 ans). Chaque problème est résolu lors d'une séance dont le déroulement est présenté dans le tableau 1. Après quelques minutes réservées aux consignes et à la lecture collective des énoncés, l'enseignant laisse les élèves chercher individuellement (3 minutes pour la séance A et de 8 à 12 minutes pour la séance B) puis les répartit dans des groupes rassemblant des élèves des deux niveaux CM1 et CM2.

	Séance A (La plaque de voiture)	Séance B (Chacun à sa place)
Durée totale (minutes)	60	72
Consigne	6	7
Recherche individuelle	3	8 à 12 (Suivant les groupes)
Recherche en groupe	26	30 à 34 (suivant les groupes)
Mise en commun des productions	23	21
Synthèse	2	2

Tableau 1 : répartition des phases

Après un peu plus de vingt minutes de recherche en groupe, pendant laquelle les élèves rédigent une affiche, l'enseignant organise une mise en commun des productions. Il rassemble alors tous les élèves devant le tableau (Photo 1). Il termine la séance par une synthèse de deux minutes.

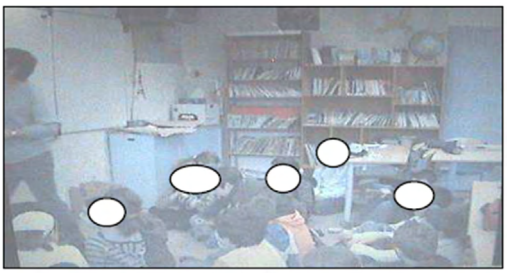


Image 1

Analyse a posteriori

Dans cette partie, nous analysons le déroulement des deux séances ainsi que les affiches produites par les petits groupes d'élèves.

Le déroulement des deux séances

- Consignes

Lors des deux séances, l'enseignant distribue à chaque élève le problème. Le problème est lu collectivement et l'enseignant s'assure par quelques questions que tous les élèves comprennent l'énoncé.

- Recherche individuelle puis en groupe

Les élèves cherchent individuellement pendant quelques minutes, tout en renseignant une feuille de recherche puis ils sont invités à se mettre en groupe pour poursuivre la recherche et rédiger une affiche présentant leur solution.

Lors de la séance A, après 9 minutes de

5 Cours Moyen 1ère année.

6 Cours Moyen 2ème année.

recherche en groupe, l'enseignant fait le point en organisant une mise en commun intermédiaire. Des élèves présentent rapidement aux autres leur démarche : 6 élèves disent avoir terminé, 16 élèves disent ne pas être sûrs de leur réponse et 4 élèves annoncent être bloqués. Les différentes contraintes imposées par l'énoncé apparaissent comme difficiles à les prendre toutes en compte. De plus, certains élèves ayant trouvé une ou deux solutions pensent avoir ainsi répondu au problème. Face à ces propositions, l'enseignant écoute seulement, n'aide pas, ne valide ou n'invalide pas. Il compte sur les échanges entre les élèves pour leur permettre de poursuivre leur recherche et relance, après quelques minutes, le travail des élèves.

Lors de la séance B, l'enseignant n'organise pas de mise en commun intermédiaire. Nos observations permettent de repérer que tous les élèves sont investis dans la recherche ; aucun ne se disperse, aucun n'abandonne le travail, tous souhaitent aboutir à une réponse.

- Mise en commun des productions

En observant les groupes lors de leur travail de résolution du problème, l'enseignant réussit à hiérarchiser les affiches rédigées et à faire un choix parmi ces affiches afin d'organiser une mise en commun des productions. Lors de celle-ci, les élèves étant rassemblés devant le tableau, l'enseignant présente certaines recherches non complètement abouties, des productions avec des erreurs puis des réponses correctes. Les élèves sont invités à expliquer leurs démarches. Une comparaison est effectuée ce qui permet aux élèves, tous ensemble, de déterminer la réponse qui était attendue et de comprendre les différentes démarches.

- Synthèse

L'enseignant ne consacre que 2 minutes à la synthèse de chaque séance. Il revient brièvement sur le travail effectué par les élèves, sur les différentes démarches en annonçant qu'elles pourront être réutilisées pour la recherche d'autres problèmes.

Les productions de la séance A

L'affiche 1 est représentative de groupes qui concluent en ne donnant qu'une solution, malgré plusieurs réponses envisagées. Les triplets (0 ; 2 ; 3) et (0 ; 1 ; 4) qui conduisent aux solutions attendues ont été identifiés. Cependant l'inventaire des solutions est incomplet et les élèves restent persuadés que pour répondre au problème, ils doivent proposer une unique solution.

93208 = 22
94108 = 22
90328 = 22
92038 = 22
~~914~~ 90148 = 22
91408 = 22
91048 = 22
91328 = 22
0 La plus convaincante est 91048 = 22

Maxime, Joséphine

Affiche 1

Les affiches 2 et 3 sont représentatives des démarches repérées dans la classe.

Alex, Thomas, Camille
9 + 8 + 17
1.9 + 8 +0 + 2 + 3 = 22
2.9 + 8 + 0 + 1 +4 = 22

1.	2.	
		On a calculé combien faisait 9 + 8 = 17
90238	90148	Comment faire 5 avec 3 chiffres, mais pas les mêmes.
92038	90418	Nous avons trouvé 2 solutions : 0 + 1 + 4 + =5
93208	91048	0 + 2 + 3 =5
92308	94018	En échangeant ces trois chiffres nous avons
90328	94108	trouvés 12 solutions.
93028	91408	

Affiche 2

9 + 8 = 17 Brice

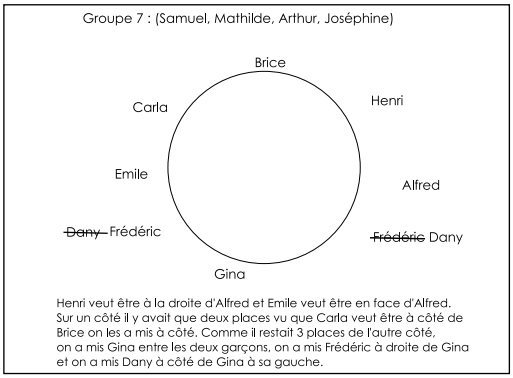
```
  17
+  5
 ----
  22
```

On fait ça pour trouver combien faisait 9 plus 8 =17.
On a fait des calculs pour trouver 22. De 17 pour aller à 22 ça fait 5.
Maintenant faux faire des calculs = 5. Ce sont 3 + 2 = 5.
3 + 2 + 0 =5
93208 ou 92308 ou 90238
4 + 1 + 0 = 5
94108 = 91408 = 90148 = 90418
92308, 92038, 93028, 90238, 94108, 91048, 90418,
~~93~~, 92138, 92038
Voilà les possibiliés qu'on a fait avec notre technique

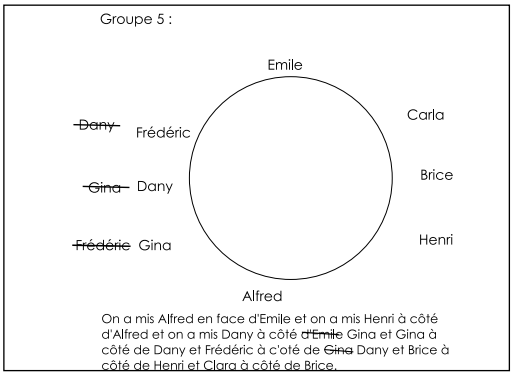
Affiche 3

Ces affiches témoignent d'une démarche rigoureuse et clairement explicitée : la somme 22 doit être obtenue en ajoutant 9, 8 et deux autres nombres différents ; la somme de ces deux derniers nombres doit valoir 5. Quand les contraintes de l'énoncé sont ainsi identifiées, les différentes solutions sont trouvées par essais successifs relativement organisés, en dressant l'inventaire des six arrangements des trois termes sous forme de listes de nombres.

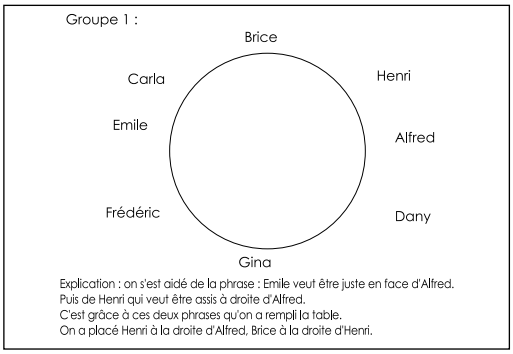
Les productions de la Séance B



Affiche 4



Affiche 5



Affiche 6

Les trois affiches sont représentatives du travail de la classe. Elles montrent que les groupes ont cherché à expliciter leur démarche. Les affiches 4 et 5 témoignent des essais et ajustements effectués et l'affiche 5 montre que quelques élèves n'obtiennent pas la réponse attendue.

Conclusion

Cet article présente l'analyse de la pratique d'un professeur des écoles de cycle 3 (élèves de 8-10 ans) lors de deux séances dédiées à la recherche/résolution de deux problèmes issus du rallye *RMT*. Nous avons étudié les choix de cet enseignant dans le cadre de la double approche afin de déterminer l'intérêt de l'utilisation en classe de ces problèmes. Nous montrons en particulier que cette utilisation en classe a trois répercussions positives sur l'activité des élèves en mathématiques et permet d'envisager des perspectives.

Pourquoi choisir ces problèmes ?

- Une réponse en termes de composante institutionnelle

Les programmes de mathématiques (MEN, 2002) encourageaient les professeurs des écoles françaises à proposer en classe des problèmes de recherche proches des problèmes ouverts. Et un document d'accompagnement des programmes présentait le rallye *RMT* comme une ressource possible de problèmes de ce type (MEN, 2003, p. 8). En 2008, les programmes de mathématiques du primaire ne mettent plus en avant les problèmes de recherche. Cependant, ils insistent sur le développement de compétences de raisonnement et de recherche chez tous leurs élèves. L'utilisation de problèmes ouverts tels que ceux issus du rallye *RMT* en classe constitue pour cet enseignant une réponse à cette injonction.

- Réponse en termes de composante cognitive et médiative

L'observation et l'analyse des deux séances révèlent l'enjeu principal de l'enseignant : apprendre aux élèves à chercher. Des problèmes du rallye *RMT* peuvent proposer une réponse à cet enjeu. En effet,

> *« le Rallye propose des situations pour lesquelles on ne dispose pas d'une solution*

immédiate et qui conduisent à inventer une stratégie, à essayer, à conjecturer, à vérifier, à justifier sa solution, à expliquer ses démarches. Cette définition se rapproche de celle du « problème ouvert », qu'on s'approprie rapidement, où l'on trouve des défis, du plaisir à chercher, des aspects ludiques » (Grugnetti et Jaquet, 2013, p. 9).

- Une réponse en termes de composante personnelle

Le choix des problèmes et l'organisation des différentes phases montrent que l'enseignant, lors des séances A et B, laisse une place importante aux recherches des élèves, prend en compte leurs productions et organise des échanges afin de discuter des solutions obtenues. Il révèle ainsi une volonté personnelle de proposer aux élèves une autre façon de faire des mathématiques, justifiant le choix de problèmes du *RMT* présentés comme un « instrument utile pour aborder les mathématiques de manière différente » (Telatin, 2013, p. 129).

Trois répercussions positives

- Un engagement de tous les élèves dans la recherche

Tous les élèves cherchent sans se décourager, même s'ils ne trouvent pas immédiatement (les nombreuses ratures présentes sur leurs feuilles de recherche puis les affiches montrent bien les différentes tentatives des élèves). De plus, ils n'attendent pas une réponse tout faite de l'enseignant.

Des prises d'initiative pendant la recherche

Les élèves font preuve d'initiative voire d'imagination. Ils ne se bornent pas à appliquer des leçons précédemment acquises mais développent des procédures personnelles.

- Une conception positive de l'erreur

Les élèves s'autorisent à écrire des résultats faux, ils ne craignent pas le regard de l'enseignant sur d'éventuelles erreurs. Celles-ci ne sont plus considérées de manière négative. Au contraire, tous les élèves proposent leurs résultats au professeur et aux autres élèves, aucun ne veut dissimuler ce qu'il a fait même s'il sait que ce n'est peut-être pas correct.

- Une nouvelle raison d'envisager les problèmes du *RMT* en classe

Une récente évolution des programmes de l'école primaire et du collège en France vise à développer les six mêmes compétences mathématiques du cycle 2 au lycée (élèves de 6 à 15 ans). Il s'agit de permettre aux élèves d'apprendre à « chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer » (MEN, 2015). Suite au travail présenté ici, nous considérons que cette dernière injonction constitue une nouvelle motivation pour les professeurs des écoles et les professeurs de mathématiques du collège français de s'inspirer des problèmes du *RMT* afin de mettre en œuvre un enseignement des mathématiques riche en apprentissages pour tous les élèves.

Références

Arsac, G., Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon : Scéren CRDP.

Choquet, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts en cycle 3*. Thèse de doctorat, Université Nantes.

Grugnetti, L., Jaquet, F. (2013). *Le Rallye Mathématique Transalpin*, Dossier. Disponible sur http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Dossier_2013ARMT.pdf consulté le 23 mai 2016

Robert, A., Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.

Telatin, G. (2013). Utilisation en classe des problèmes du RMT. *La gazette de Transalpie*, 3, 129-136.

Men. (2003). *Les problèmes pour chercher. Document d'accompagnement des programmes de l'école primaire*. Eduscol.

Men. (2008). Horaires et programmes d'enseignement de l'école élémentaire. *Bulletin Officiel Hors Série, n°3, 19 juin 2008*.

Men. (2015). Programmes d'enseignement de l'école élémentaire et du collège. *Bulletin Officiel Special, n°11, 26 novembre 2015*.

Math-École N°226 - Numéro spécial thématique en version papier

Comité éditorial

Thème : Les technologies dans l'enseignement des mathématiques et des sciences

Cette thématique est depuis de nombreuses années au cœur des préoccupations enseignantes. On la retrouve d'ailleurs de manière récurrente dans la revue Math-Ecole. Le numéro Math-Ecole 63 de 1974 présente un ensemble de tâches mathématiques, issues de l'ouvrage de mathématiques de 2è primaire, mettant en œuvre des « machines » pour travailler les propriétés des opérations et la notion d'application. La définition de « machine » est reprise dans le numéro 73 (1976) :

> *Rappelons que le terme « machine » est un moyen pédagogique pour travailler la notion d'opérateur. Mais cela doit être évident que, concrètement, aucune « machine » utilisée à l'école ne changera jamais ni la couleur, ni la forme, etc… (p.22).*

Près de 40 ans plus tard, cette évidence interroge. Aujourd'hui les technologies évoluent et l'idée d'une « machine » qui changerait les formes ne semble pas inaccessible. De nos jours, ce ne sont donc plus les moyens techniques qui questionnent mais leur place en classe. Ainsi on passe d'une logique de faisabilité à celle de leur intérêt pour l'enseignement ! Les « calculateurs électroniques » apparaissent dans la revue Math-Ecole dès la fin des années septante. Qu'en est-il aujourd'hui ? Les classes sont-elles inondées de technologies ? Les évolutions technologiques sont-elles implantées dans les classes ? Le prochain numéro Math-Ecole s'intéressera à ces questions à travers l'une des grandes questions suivantes :

- Quelle intégration des technologies dans les classes de mathématiques et de sciences ?
- Quels usages des ressources numériques pour l'enseignant ?

Ces pistes de réflexions ne sont pas exhaustives. Nous vous invitons à en proposer d'autres comme l'usage de la calculatrice, des tablettes, du e-learning ...

Quelques références

Math-Ecole 215. (2005).

Laborde, C., & Capponi, B. (1994). Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *RDM*, 14(1, 2), 165–210.

Poisard, C., Bueno-Ravel, L., Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration des ressources technologiques en mathématiques pas des professeurs des écoles, *RDM*, 31(2), 151-189.

Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques, In Bailleul, M. (ed.), *Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques,* (pp. 203-213), Houlgate : IUFM de Caen.

Trouche, L. (2004). Environnements informatisés et mathématiques : quels usages pour quels apprentissages ? *Educational studies in mathematics*, 55, 181-197.

Appel d'offres

Comme vous pouvez le constater en vous référant à la politique éditoriale, la Revue Math-Ecole est publiée deux fois par année sous forme électronique et une fois tous les deux ans en version papier, avec un numéro spécial thématique. Six mois après leur parution dans la revue papier, les numéros sont disponibles en ligne sur le site de la Revue à l'adresse http://www.revuemathecole.ch.

Si vous souhaitez contribuer à ce prochain numéro thématique, merci d'envoyer votre texte à mathecole@ssrdm.ch au plus tard le 20 août 2016 en répondant aux conditions décrites dans la politique éditoriale.

Nous espérons que vous serez très nombreux à avoir envie de contribuer au prochain numéro.

Lecture partagée : Nous sommes tous des mathématiciens

Christine Del Notaro

Université de Genève

Le livre de Thierry Dias pose d'emblée un postulat très attirant : restaurer un rapport positif aux maths, en dédramatisant la discipline pour ceux qui ont cédé au désamour. Il est vrai que les maths ne laissent pas indifférent et sont rarement dans la demi-mesure : on adore ou on déteste...

Pour faire en sorte qu'une plus large partie des élèves (re)trouvent le goût pour cette discipline ou, du moins, le maintiennent, Dias propose des clés pour faire aimer les mathématiques, que ce soit aux élèves, à leurs parents (pourquoi pas ?), aux stagiaires en formation et, bien évidemment, aux enseignants, qui ont parfois une relation difficile à cette discipline eux aussi. Ce livre, rédigé avec finesse, se veut accessible au plus grand nombre. Ainsi, à l'image des énigmes proposées, on y entre sans peine et on ne nécessite pas de mise en condition spécifique : on le lit avec plaisir.

Après une introduction qui plante d'emblée le décor, décrivant à la fois le côté anxiogène que les maths peuvent engendrer mais aussi leur attrait au sein de la population (penchant pour sudoku), Dias passe ensuite aux choses sérieuses, répondant à la question : comment faire ce tour de force ? Il attaque son argumentation avec les notions d'expérimentation, de manipulation, de discussion et de débat, qui président à tout apprentissage, si on le conçoit comme une quête du sens ; il montre bien tout au long de l'ouvrage, la prépondérance du sens sur la structure. Son propos est jalonné de notions théoriques injectées de manière discrète, sans toutefois imposer de théorie didactique, bien qu'elle ressorte pourtant en filigrane pour qui la connait. Son propos est résolument constructiviste.

On ne sera pas insensible à ce qu'il appelle, à la page 28, une banalité pédagogique : « *il est nécessaire de construire des situations d'apprentissages dans lesquelles il existe une place pour tous les élèves et pour chaque élève* » ce n'est pas un lieu-commun pour tout le monde et il convient de le rappeler. L'auteur nous propose des pistes concrètes pour y parvenir.

Ce livre se présente comme une sorte de vade-mecum de l'enseignant, ciblant quatre clés, essentielles aux yeux de l'auteur, pour atteindre divers objectifs empruntés à la fois à des axes transversaux, pédagogiques et disciplinaires. Ce pari est ambitieux, mais n'en est pas moins une question vive pour qui est confronté à la contingence de la classe.

Dias met en avant en premier lieu la nécessité de jouer (p. 31), pour « *combattre l'anxiété provoquée par les maths, dont le but est de se faire plaisir en utilisant ses connaissances* ». S'en suit une kyrielle d'exemples à mettre en pratique. En deuxième position, le fait de ritualiser devient une nécessité (p. 58), dit-il, « *pour combattre les tensions entre savoir et apprendre* », dont le but est de « *s'entrainer pour stabiliser ses connaissances* ». Des exemples de rituels à foison accompagnent le lecteur qui peut, là encore, les tester avec ses élèves. La troisième clé se décline autour de l'investigation, « *pour affronter l'incertitude et la nouveauté* », avec pour but de « *découvrir et construire ses connaissances* » (p. 65). Oui, mais comment chercher ? On le découvre au fil de la lecture à partir de quelques idées livrées en sus, évidemment, sinon ce ne serait pas du Thierry Dias ! La quatrième clé possède à mon sens une puissance à ne pas sous-estimer… mais j'invite le lecteur à aller y voir de plus près… à la page 77 !

L'auteur consacre une partie du livre à l'enseignement des maths « sans complexes » et clôt avec une dernière partie qui ne laissera pas indifférent : « *Outils et objets pour la classe* ». Ce deuxième ouvrage prolonge avantageusement le premier, intitulé *Manipuler et expérimenter en mathématiques*.

Dias n'est jamais loin des concepts de didactique des mathématiques, qui dispa-

raissent derrière son habileté à nous raconter une manière de s'y prendre, mais qui représentent néanmoins un socle dur, sur lequel il construit « sa » théorie.

Thierry Dias, *Nous sommes tous des mathématiciens paru chez Magnard*
(ISSN : 978-2-210-50184-3)
http://www.enseignants.magnard.fr//livre/9782210501843-nous-sommes-tous-des-mathematiciens

Un événement
Ville de Genève
www.ville-geneve.ch

VILLE DE GENÈVE

LA NUIT DE LA SCIENCE

www.lanuitdelascience.ch

Musée d'Histoire des Sciences
Parc de la Perle du Lac, Genève

9-10 juillet 2016

muséum genève
musée d'histoire des sciences
UNIVERSITÉ DE GENÈVE
bancspublics SCIENCE & CULTURE
RTSdécouverte
Tribune de Genève
Avec le soutien de la Loterie Romande

Math-École, pour ceux qui s'intéressent à l'enseignement des mathématiques !

Chacun est invité à proposer des textes, témoignages, comptes rendus, en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences.

Les articles doivent parvenir en version électronique, par email adressé à la rédaction (mathecole@ssrdm.ch). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et un ou deux membres du comité.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Contact : mathecole@ssrdm.ch

Site internet :

http://www.revuemathecole.ch

Pour commander des numéros de Math-Ecole (218 ou 222) vous pouvez utiliser le formulaire de commande disponible sur le site ou adresser vos demandes à mathecole@ssrdm.ch.

- CHF 5.- les numéros 218 - 222

Tous les numéros sont consultables en ligne à partir du n° 50 depuis la rubrique *Consultation en ligne*.

Fondateur

Samuel Roller

Comité éditorial

Céline Vendeira Maréchal (rédacteur en chef)

Stéphane Clivaz

Sylvia Coutat

Laura Weiss

Diffusion et site Internet

Sylvia Coutat

Céline Vendeira Maréchal

Comité de rédaction

Hedwige Aymon (HEP Valais)

Michel Brechet (HEP BEJUNE)

Pierre François Burgermeister (Université de Genève)

Cristina Carulla (Enfants du Monde)

Stéphane Clivaz (HEP Vaud)

Sylvia Coutat (Université de Genève)

Jean-Luc Dorier (Université de Genève)

Nicolas Dreyer (HEP Fribourg)

Ruhal Floris (Université de Genève)

Céline Vendeira Maréchal (Université de Genève)

Laura Weiss (Université de Genève)

Maquette

Sylvia Coutat

Couverture

Détail d'un oeuf géométrique pavé réalisé par Alessia, Collège de Delémont.