

UN BOULIER EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES : OUI, MAIS LEQUEL ?

Céline Vendeira

Université de Genève

Alors que les vertus du boulier sont reconnues pour l'enseignement du nombre à l'école, il semble que son utilisation ait quasiment disparu des pratiques enseignantes en France (Besnier, Bueno-Ravel, Gueudet & Poisard 2013).

Cet article propose de faire une recension des bouliers les plus connus. Nous nous intéressons à leur fonctionnement et leurs particularités. En deuxième partie d'article, nous nous focalisons sur le boulier russe en mettant en évidence son potentiel pour la classe à travers quelques pistes d'activités.

Cet article ne propose pas d'*analyse a priori*, mais il met plutôt en évidence le lien possible entre les activités proposées et les contenus du Plan d'Étude Romand (PER).

ABAQUES OU BOULIERS ?

Avant de débiter, il est nécessaire de s'accorder sur une définition des termes *boulier* et *abaque*. En langue française, nous utilisons souvent les deux termes comme des synonymes. Pour notre part nous considérons que le boulier est un type d'abaque comprenant certaines spécificités. La définition usuelle de l'abaque est celle d'un instrument plan mécanique facilitant le calcul. Quant au boulier, il « est formé d'un cadre et de boules fixées sur des tiges, ce qui permet une utilisation aisée » (Poisard, 2005, p.47). Nous retenons ainsi que le boulier a la particularité de pouvoir faire glisser sur une tige/colonne des perles sans retrait possible de ces dernières.

FONCTIONNEMENT DES BOULIERS ET INJONCTIONS OFFICIELLES

Il existe différents types de bouliers. Certains sont destinés à être des « machines à calculer »¹. D'autres bouliers sont plus spécifiquement conçus pour l'enseignement de la numération décimale.

Dans cette partie nous découvrons, le fonctionnement des bouliers chinois (ou *Suan pan*), japonais (ou *Soroban*) ainsi que russe (ou *Stchoty*) et du boulier à tiges². Concernant le boulier russe, nous travaillons avec le boulier « Ikea », variante verticale³ du boulier russe que l'on trouve communément en Europe occidentale.

En Suisse romande nous trouvons diverses références au boulier dans les injonctions officielles⁴. La plupart du temps le terme « boulier » est évoqué de manière générique, sans spécifier duquel il s'agit. Si l'on s'attarde sur les commentaires, on constate qu'ils sont de trois ordres :

1 Des vidéos en ligne montrent la rapidité avec laquelle une personne entraînée effectue des opérations.

2 Selon la définition retenue, le boulier à tiges ne rentre pas dans la catégorie des bouliers, mais dans celle plus générale des abaques. Nous utilisons toutefois le terme « boulier à tiges » étant donné qu'il s'agit du terme communément employé.

3 Il n'est pas disposé à plat sur la table, mais possède des pieds ou un support quelconque permettant son utilisation verticale.

4 Nous nous focalisons sur les commentaires didactiques des moyens d'enseignement (1998), les parties introductives des moyens d'enseignement CORÔME et le Plan d'Étude Romand (MSN 12).

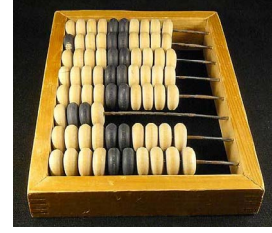
- 1) un renvoi explicite et fort entre l'utilisation des bouliers et notre système de numération ainsi que l'importance du zéro ;
- 2) une référence historique ;
- 3) un lien fort établi entre le boulier et les algorithmes de calculs.



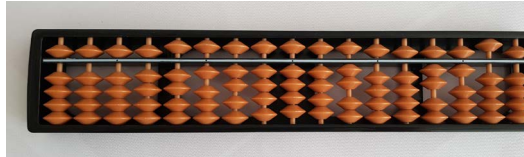
Suan pan (Chine).



Le boulier à tige.



Stchoty (Russie).



Soroban (Japon).

Image 1 : Bouliers les plus connus.

De manière générale, le boulier est un support auquel il est utile de recourir soit avec des élèves en difficulté, soit tout simplement pour accompagner les apprentissages.

Le boulier chinois

Ce boulier est utilisé essentiellement en Asie. Comme pour tous les bouliers, chaque nombre peut être représenté visuellement par une disposition particulière des boules. Les treize tiges sont divisées en deux par une barre transversale : deux boules valant cinq unités (quinaire) sur la partie supérieure et cinq boules valant une unité (unaire) sur la partie inférieure. Chaque tige correspond à un rang dans la numération, croissant en allant de la droite vers la gauche : unités, dizaines, centaines, etc. Dans la position initiale, les boules sont toutes disposées sur les bords extérieurs du boulier (signifiant ainsi zéro). Pour inscrire un nombre, les boules sont déplacées contre la barre centrale transversale. Un nombre peut être représenté de plusieurs manières. L'image 2 illustre une représentation du nombre dix.

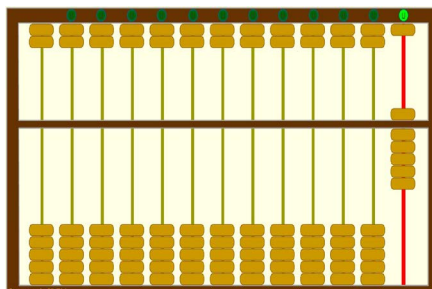


Image 2 : Un quinaire (en haut) et cinq unaires (en bas) dans la colonne des unités (soit $5+1+1+1+1$).

Cette caractéristique a une influence sur les échanges possibles en cours de calculs. Il est en effet possible d'inscrire jusqu'à 15 dans chaque tige, sans devoir effectuer d'échanges. Cela permet de ne pas produire de surcharge cognitive chez les élèves, qui peuvent dès lors attendre la fin du calcul pour effectuer les échanges et rendre l'écriture économique.

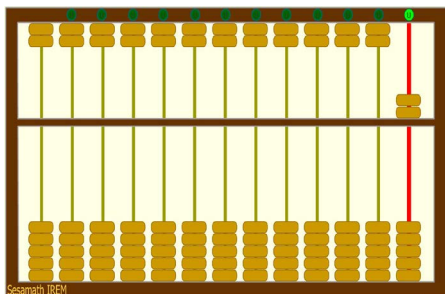


Image 3 : Deux quinaires (en haut) dans la colonne des unités (soit $5+5$).

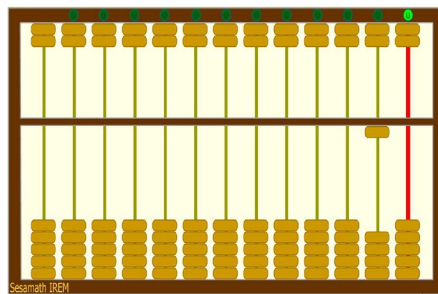


Image 4 : Un unaire (en bas) dans la colonne des dizaines (soit 10).

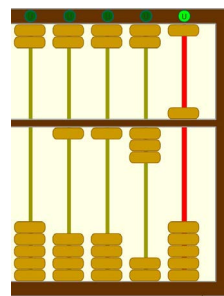
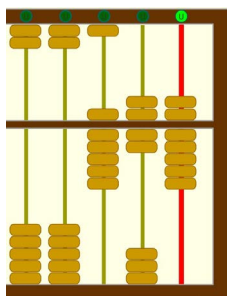


Image 5 : Deux représentations du nombre 1135. Celle de droite représente l'écriture économique.

De plus, les manipulations sur ce boulier sont proches de celles nécessaires pour réaliser la technique algorithmique enseignée à l'école. Le boulier chinois pourrait ainsi être un support à son introduction. Le boulier chinois possède donc des qualités indéniables pour l'enseignement des opérations.

C'est probablement, entre autres, pour cette raison qu'il est investi depuis plusieurs années dans des recherches en didactique des mathématiques. Toutefois, nous constatons que malgré son potentiel, il n'est pas investi dans l'enseignement. Une seule activité, en sixième (6H), « l'empire du milieu » permettant de découvrir son fonctionnement et de s'exercer à écrire et déchiffrer des nombres. Nous faisons l'hypothèse qu'il est trop éloigné culturellement des pratiques ayant cours en Europe occidentale pour qu'il soit véritablement utilisé dans nos classes.

Le boulier japonais

Le boulier japonais est proche du chinois : les tiges sont également divisées en deux par une barre transversale. Toutefois, la différence majeure concerne le nombre de boules par tige. En effet il y a, sur la partie supérieure, qu'une seule boule (quinaire) et, sur la partie inférieure, uniquement quatre boules (unaires). Ceci implique que chaque nombre a une représentation unique.

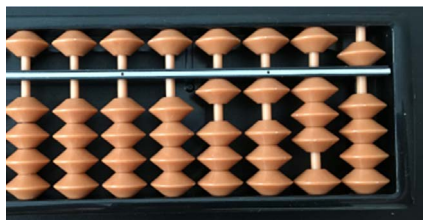


Image 6 : Représentation du nombre 1135.

Cette distinction est fondamentale, car elle ne permet plus le même type d'échanges qu'avec le boulier chinois et engendre donc d'autres procédures chez les utilisateurs.

Avec ce boulier, l'utilisateur procède de gauche à droite pour effectuer ses opérations, ce qui n'est pas représentatif de la procédure utilisée dans les algorithmes de calcul. C'est probablement l'une des raisons pour lesquelles les utilisateurs ont davantage de difficultés avec ce boulier. De plus, il nécessite un recours fréquent aux compléments à cinq et dix qui n'est pas habituel avec notre technique algorithmique de l'addition.

L'éloignement culturel ainsi que les divergences de pratiques expliquent probablement son absence de nos salles de classe ainsi que dans les injonctions officielles.

Le boulier à tiges

Le boulier à tiges comporte quatre tiges permettant chacune d'empiler un maximum de neuf perles. Ce boulier est un support à la compréhension de notre système de numération de position où l'aspect position et de manière plus implicite l'aspect décimal du nombre sont importants. Il permet ainsi d'obtenir des nombres de zéros (aucune perle) à 9'999 (avec neuf boules sur chacune des quatre tiges).



Image 7 : Exemple de l'inscription 2'521 avec le boulier à tiges.

Dans les injonctions officielles, nous pouvons lire à son propos que ce boulier permet une pratique des échanges « où l'on échange dix boules d'une tige contre une boule de la tige située immédiatement à gauche, où aucune tige ne peut contenir plus de neuf boules, mais où certaines tiges peuvent être vides » (aspect décimal). Ce boulier fait partie du matériel officiel de classe en Suisse romande. Il est distribué aux enseignants de cinquième et sixième primaire Harmos (5-6H) et neuf tâches des moyens d'enseignement, de la cinquième à la huitième année primaire (5-8H), impliquent son utilisation.

Le boulier russe « Ikea »

Le boulier russe comporte dix tiges comprenant dix boules pour neuf d'entre elles et quatre pour la dixième, représentatives des quarts de kopeck. Ce boulier se rencontre essentiellement en Europe occidentale et de l'est. Quant au boulier Ikea, il ne comporte que des tiges de dix boules chacune. Dans ce qui suit, nous nous référons à ce dernier, car c'est celui que nous rencontrons souvent dans les classes de l'école primaire.

Ce boulier peut être utilisé de deux manières différentes 1) chaque boule a la même valeur (une unité) permettant de traiter les nombres de zéro à cent 2) chaque boule a une valeur différente selon sa position sur le boulier (principe de notre numération de position). Nous développons dans la partie suivante ses potentialités ainsi que quelques pistes pour son utilisation en classe.

PISTES D'AIDES OU D'ACTIVITÉS AVEC LE BOULIER RUSSE

Le boulier russe peut être utilisé de multiples façons : mémoire de la quantité dans des situations de dénombrement ; compléments à 10 ; décomposition additive du nombre 10 ($0 + 10$, $1 + 9$, $2 + 8$, etc.) ; numération

de position décimale, travail sur les grands nombres et les opérations. Dans ce qui suit, nous proposons de décrire quelques potentialités du boulier pour le cycle 1 ou 2 de l'école primaire suisse romande.

Certaines de ces activités ont été réalisées en classe, notamment dans l'enseignement spécialisé. Ces observations ne sont toutefois pas développés dans cet article.

Au cycle 1

► Les nombres de zéro à cent

Au cycle 1 de l'école primaire, de nombreuses situations problèmes impliquant le **dénombrement** sont proposées aux élèves. Ces dernières impliquent d'autres compétences et connaissances que la seule détermination du cardinal d'une collection. Il est, par exemple, souvent nécessaire de savoir organiser son dénombrement afin d'être certain de ne pas oublier ou compter deux fois un même élément (*énumération*). En plus de pointer correctement l'ensemble des éléments concernés, l'élève doit être capable de réciter simultanément la comptine numérique. Cette tâche est complexe pour certains élèves, notamment en première année primaire (1H). Le boulier peut s'avérer une aide en permettant de mobiliser d'abord uniquement les compétences d'énumération en procédant à de la correspondance terme à terme avec le boulier par le déplacement d'une boule pour chaque élément. Puis, une fois la collection d'éléments organisée en ligne sur le boulier, procéder au dénombrement en récitant la comptine numérique. On peut même imaginer que les élèves reconnaissent visuellement la quantité (*subitizing*) sans devoir la dénombrer (comme les constellations de points sur un dé qui sont reconnues sans les compter). Cette stratégie peut être favorisée ou non selon le boulier utilisé.

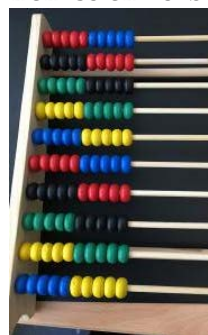


Image 8 : Dans le premier boulier les dix boules d'une même tige sont d'une couleur unique alors que dans le second boulier chaque cinq boules la couleur change impliquant une vision plus aisée du nombre cinq.

Toujours pour des élèves du cycle 1, il est fréquemment demandé de garder en mémoire une quantité, ce qui n'est pas aisé lorsque l'élève est justement en train de construire le nombre. Le boulier peut dès lors être un support, parmi d'autres, permettant de décharger cognitivement la mémoire des élèves.

Un autre type d'activité avec ce boulier serait de dévoiler une certaine configuration des boules aux élèves en leur demandant « Combien ? »⁵.

Ci-dessous quelques exemples où selon la configuration proposée l'activité peut être envisagée de la première à la quatrième primaire (« Dénombrement d'une collection d'objets, par comptage organisé, par groupements de 10 » (PER)).

Cette activité permet aux élèves d'entrer dans des procédures de **calcul mental**.

5 On retrouve des exemples de vidéos de classe sur <https://www.reseau-canope.fr/BSD/index.aspx>

Par exemple, dans l'image 10 les élèves peuvent procéder en faisant $10-1 = 9$ sans devoir procéder au dénombrement des boules une par une. Pour l'image 11, les élèves additionnent les deux tiges de dix boules ($10 + 10 = 20$), voire ils emploient déjà la multiplication de dix boules par n tiges utilisées ($2 \times 10 = 20$). Quant à l'image 12, ils peuvent effectuer dix boules x dix tiges = 100 puis cent boules moins une boule restante = 99.

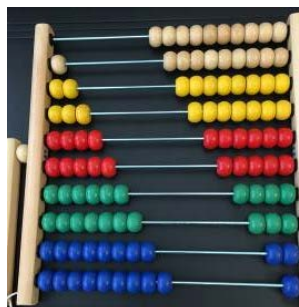


Images 9 et 10 : Exemples avec 4 et 9.



Images 11 et 12 : Exemples avec 20 et 99.

Ce boulier permet également de travailler **les opérations d'additions et soustractions** avec des élèves de la première année primaire (avec le recomptage de l'ensemble des boules (PER) à la quatrième (avec la mémorisation du répertoire additif et soustractif). Il est ainsi possible de mettre l'accent sur les compléments à 10 ($5 + ? = 10$, $6 + ? = 10$, etc.) et les différentes décompositions additives de 10 ($0+10 - 1+9 - 2+8 -$ etc.).



Images 13 : Configuration sur le boulier russe pour travailler les compléments à dix et ses différentes décompositions additives.

► Les nombres au-delà de cent

Dans cette partie nous utilisons le boulier russe comme celui à tiges qui fonctionne sur le **principe de notre système de numération**. Chaque tige correspond à un rang dans la numération. Trois différences majeures peuvent toutefois être pointées entre ces deux bouliers : 1) l'orientation du support est verticale dans le boulier à tiges et horizontale dans le boulier russe⁶ ; 2) il y a dix boules par tige dans le boulier russe contre neuf dans celui à tiges. Ce dernier point a une influence sur les manipulations engendrées ; 3) Les manipulations sont facilitées avec le boulier russe, car il suffit de faire glisser d'un côté à l'autre les boules alors qu'avec le boulier à tiges, il est nécessaire de retirer les perles, ce qui rend les manipulations bien plus laborieuses. Cet aspect n'est pas dérangentant lorsqu'il s'agit d'inscrire des nombres sur le boulier, par contre il le devient lorsqu'il s'agit d'effectuer des opérations. Ainsi, alors que le boulier russe peut s'apparenter à une machine à calculer, ce n'est pas le cas du boulier à tiges.

Au cycle 2

Sans avoir la prétention de présenter l'ensemble des activités possibles pour le cycle 2, nous en proposons dans ce qui suit, quelques-unes en lien avec un travail sur les grands nombres et les opérations.

Tout d'abord des tâches de **représentation et lecture de grands nombres** sont facilement réalisables avec ce support. Il est aussi possible de demander aux élèves d'effectuer quelques opérations plus ou moins complexes impliquant, par exemple, une succession de retenues compliquant considérablement les manipulations, par exemple en proposant d'effectuer sur le boulier l'addition $999'999+1$, voire $+n$, et pour la soustraction $1'000'000-1$, voire $-n$. Il est aussi possible de demander aux élèves d'**effectuer des multiplications** (ou divisions) tout en ayant conscience qu'il ne s'agit de rien d'autre qu'un procédé de décomposition du produit puis de distributivité.

Pour entrer davantage dans la manipulation de grands nombres, nous pouvons également les questionner sur le nombre qu'il est possible d'atteindre en comptant. Dans ce cas de figure, on utilise le boulier comme un compteur permettant d'atteindre $9'999'999'999$. D'ordinaire, un compteur contient neuf boules et non dix (comme dans une voiture pour le kilométrage). C'est pour cette raison que si l'on compte jusqu'à $9'999'999'999$, la configuration obtenue sur le boulier laissera apparaître une boule non utilisée sur chaque tige (image 14).



Images 14 : Configuration obtenue si l'on utilise le boulier russe comme un compteur.

Dans le même ordre d'idée, nous pouvons demander aux élèves de déterminer le nombre le plus grand qu'il est possible d'afficher avec un boulier russe. Cette fois-ci la réponse est $11'111'111'110$.

6 Comme nous écrivons les nombres horizontalement et que le boulier russe implique une représentation verticale, cela peut nécessiter un temps d'adaptation chez les élèves. Nous renvoyons le lecteur au boulier de Marie Pape-Carpantier pour poursuivre la réflexion (<https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00363431/document>)

À noter que de nombreux sites internet proposent des idées pour construire un boulier avec ses élèves (voir les liens proposés en annexe). Des élèves plus âgés sont susceptibles d'être intéressés par des aspects historiques (développement puis utilisation du boulier).

MOT DE LA FIN

Au regard des descriptions faites des différents bouliers (chinois, japonais, russe et à tiges), il semble bien que celui qui propose l'éventail le plus large de potentialités soit le russe, que ce soit pour travailler le nombre, les opérations ou des particularités de notre système de numération. De plus, les élèves du cycle 1 comme du cycle 2 sont concernés.

Nous espérons ainsi qu'à la lecture de ce rapide tour d'horizon des bouliers les plus connus vous serez tentés de mettre des bouliers entre les mains de vos élèves.

RÉFÉRENCES

Besnier, S., Bueno-Ravel, L., Guedet, G. & Poisard, C. (2013). Conception et diffusion de ressources pour la classe issues de la recherche. L'exemple des apprentissages numériques à l'école. In D. Butlen (Dir.), *Actes de l'école d'été 17 de didactique des mathématiques*. Nantes.

Poisard, C. (2005). *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP) (2010). *Plan d'étude Romand, 1er cycle, Mathématiques et Science de la nature. – Sciences humaines et sociales*. Neuchâtel : CIIP.

Gagnebin, A., Guignard, N. & Jaquet, F. (1998). *COROME : Apprentissage et enseignement des mathématiques : Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Bienne: Ediprim SA.

QUELQUES LIENS

De nombreuses vidéos sont disponibles en ligne mettant en avant le côté spectaculaire des bouliers en Asie avec notamment des concours de calculs avec le boulier contre la calculatrice. Voici quelques liens sur les « machines à calculer » :

https://www.youtube.com/watch?v=lpq_UEvocE4;

<https://www.youtube.com/watch?v=IEw3Y3hxcd8>;

<https://www.youtube.com/watch?v=TWwJEsCzliM>;

D'autres sites décrivent comment procéder pour construire des bouliers en classe :

<http://www.momes.net/Bricolages/Objets-a-fabriquer/Petits-objets-a-creer/Fabriquer-un-boulier-chinois>;

<http://col21-gastonbachelard.ac-dijon.fr/spip.php?article106>;

<https://www.youtube.com/watch?v=BYKa6XrnxFc>