

ÉVALUATION DE DEUX APPLICATIONS NUMÉRIQUES POUR LE CALCUL EN 5H-6H

Marie-Line Gardes¹, Ludivine Hanssen¹, Michel Deruaz¹, Céline Hugli¹, Jasinta Dewi²

¹Haute Ecole Pédagogique Canton de Vaud, ²Université de Lausanne, Suisse

Mots clé : école primaire, calcul, application numérique

Résumé : À la suite des résultats des enquêtes PISA et TIMSS, certains gouvernements placent l'enseignement des mathématiques au cœur de leur politique éducative. C'est par exemple le cas du canton de Vaud, en Suisse, qui a mis en place une « mission mathématique » en 2018-2019 afin d'améliorer les connaissances et les compétences en mathématiques des élèves du primaire. L'une des recommandations de cette mission¹ est de proposer l'utilisation d'une application numérique pour améliorer les performances des élèves du primaire en calcul. Afin de choisir entre les applications *Calcularis*² et *Matheros*³, une étude comparative évaluant et comparant les progrès en calcul des élèves de 5H-6H, a été menée en 2021 dans le canton de Vaud. Cet article rend compte des résultats de cette recherche.

PRÉSENTATION DE L'ÉTUDE

Il s'agit d'une étude visant à évaluer et comparer deux applications numériques, du point de vue de leur adéquation avec le curriculum d'une part, et du point de vue de leur impact sur les progrès des élèves en calcul d'autre part. Cette problématique est déclinée en deux questions de recherche.

La première question de recherche concerne l'analyse des contenus de chaque application numérique : les contenus mathématiques de ces applications sont-ils pertinents pour l'apprentissage du calcul et en adéquation avec le plan d'études romand (PER) ? Il s'agit d'étudier les tâches proposées par chaque application numérique et analyser si elles correspondent aux objectifs du PER (MSN 22, MSN 23), et plus spécifiquement aux progressions des apprentissages « Calculs ». Des outils de la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 2002) seront mobilisés pour réaliser cette étude.

La seconde question de recherche porte sur l'impact de chaque application sur la progression des élèves en calcul : l'utilisation fréquente et régulière de l'application numérique en classe permet-elle aux élèves de progresser en calcul ? Il s'agit d'évaluer si les élèves progressent en calcul mais également d'évaluer si les élèves des classes qui utilisent *Calcularis* progressent davantage (ou pas) en calcul que ceux qui utilisent *Matheros*. Des analyses statistiques fréquentistes et bayésiennes seront utilisées pour réaliser cette étude.

LES APPLICATIONS NUMÉRIQUES ÉVALUÉES

Dans ce paragraphe, nous présentons les deux applications utilisées en classe. Le choix des applications résulte de l'utilisation de celles-ci dans les classes vaudoises, notamment pendant la période d'enseignement à distance à la suite de la pandémie de Covid-19 au printemps 2020.

¹ <https://www.vd.ch/toutes-les-autorites/departements/departement-de-la-formation-de-la-jeunesse-et-de-la-culture-dfjc/rentree-scolaire-2020-2021/deuxieme-partie-les-quatre-chantiers-prioritaires-du-dfjc/la-consolidation-de-la-leo/#c2064910>

² <https://go.dybuster.com/calcularis/>

³ <https://matheros.fr/>

Calcularis

Calcularis 2.0 est une application numérique développée par des chercheurs en neurosciences et des informaticiens de l'École Polytechnique de Zurich (von Aster et al., 2016). Elle est commercialisée par *Dybuster*. L'application vise à automatiser la reconnaissance des différentes représentations des nombres, à soutenir l'accès à la ligne numérique et à entraîner les opérations arithmétiques (Fig. 1a) ainsi que la connaissance des faits arithmétiques dans des intervalles de nombres de 0-10 à 0-1000 (Kohn et al., 2020). Elle a été conçue pour être utilisée dès le début de l'école primaire et spécialement pour les enfants présentant de grandes difficultés ou des troubles d'apprentissage (par exemple, la dyscalculie). L'application fait appel à l'intelligence artificielle (*adaptive learning*), c'est-à-dire que l'application adapte le contenu proposé aux réponses des élèves. Les tâches sont présentées aux élèves dans un ordre croissant de difficulté, dans le domaine numérique de travail en cours (Annexe 1). L'enseignant n'a pas la possibilité d'agir sur les contenus proposés, en revanche, il a la possibilité de récupérer des données des progrès d'un élève, d'un groupe d'élèves ou de l'ensemble de la classe. Ces données renseignent sur le temps passé sur l'application ; le nombre d'exercices effectués ; les erreurs commises ; les compétences acquises ou en cours d'acquisition (Fig. 1b).



Fig. 1a : Exemple de la tâche « Calculatrice ». L'élève doit écrire le résultat de $8+7$. Le feedback propose une représentation de la quantité avec des blocs.

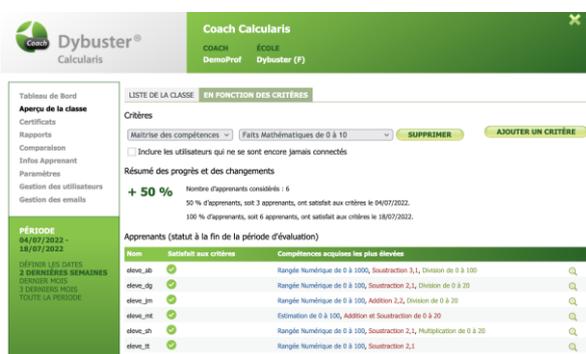


Fig. 1 : Tableau de bord de l'enseignant pour suivre l'avancée des élèves de sa classe

Matheros

Matheros est une application numérique proposée par le site *Monecole.fr* créé en 2011 par un enseignant et formateur au numérique en France. L'objectif affiché de cette application est de permettre « aux élèves de progresser dans le calcul mental selon le principe des ceintures (comme dans les arts martiaux) des compétences » (site *Monecole.fr*). Les activités sont proposées avec un graphisme ludique (Fig. 2a). Le « suivi des progrès » renseigne l'enseignant sur les compétences acquises ou en cours d'acquisition (Fig. 2b). L'enseignant a la possibilité de paramétrer le temps disponible pour effectuer les tâches et des horaires de jeu. *Matheros* n'adapte pas le contenu proposé en tenant compte des réponses de l'élève (i.e. il n'y a pas d'*adaptive learning*). L'application propose au départ un parcours d'apprentissage à l'élève que l'enseignant a la possibilité d'adapter ou de personnaliser. Il peut ainsi différencier les apprentissages en sélectionnant les ceintures de compétences que le logiciel propose aux élèves. Les tâches sont présentées aux élèves dans un ordre croissant de difficulté, dans le domaine numérique de travail en cours (Annexe 2). Pour franchir les différents paliers (obtenir les ceintures suivantes), l'élève doit effectuer des tâches de découverte (2 tâches « *J'apprends* »), d'entraînement (3 tâches « *Mission* » = 3 niveaux différents de difficulté) et de validation (1 tâche « *Validation* »).



Fig. 2a : Exemple de la tâche « Addition - Nombres 1 à 5. Mission ». L'élève doit trouver deux nombres dont la somme fait 3.



Fig. 2b : Tableau de bord de l'enseignant pour suivre l'avancée des élèves de sa classe.

MÉTHODOLOGIE DE L'ÉTUDE

Nous présentons ci-dessous la méthodologie de l'étude menée dans des classes de l'école primaire du Canton de Vaud en 2020-2021.

Échantillon

Notre échantillon est composé de huit classes de 5H et de sept classes de 6H (élèves âgés de 8 à 10 ans) du canton de Vaud. Cela représente 15 enseignants et 260 élèves. Chaque classe a été assignée à un groupe par les directions des établissements (avec la contrainte d'avoir une répartition équitable entre les deux groupes) :

- le groupe *Calcularis* : il s'agit des classes utilisant l'application *Calcularis*. Ce groupe est composé de quatre classes de 5H et quatre classes de 6H, soit huit classes et 143 élèves.
- le groupe *Matheros* : il s'agit des classes utilisant l'application *Matheros*. Ce groupe est composé de quatre classes de 5H et trois classes de 6H, sept classes et 117 élèves.

Mesures

Nous avons utilisé deux tests pour évaluer les progrès des élèves en calcul.

Test 1 : *Fluence*. Nous avons évalué la fluence en calcul avec le sous-test 6 de la batterie de tests normés Woodcock-Johnson III (Woodcock, McGrew et Mather, 2001). Il s'agit d'effectuer le plus possible d'opérations en 3 minutes. Ces opérations sont des additions, soustractions et multiplications de deux nombres à un chiffre. Elles sont proposées en ligne, le résultat doit être écrit (Annexe 3a). Nous avons choisi ce test pour deux raisons : il permet d'évaluer la fluence en calcul des élèves et il permet, grâce aux normes disponibles, d'effectuer un repérage des élèves en difficulté.

Test 2 : *Calcul*. Nous avons évalué la résolution de calculs avec un test conçu par notre équipe pour évaluer les attentes du plan d'étude en 5H et 6H. Le test comporte cinq catégories de questions - *Addition*, *Soustraction*, *Addition à trous*, *Multiplication* et *Moitié/double* – déclinées selon des valeurs de variables didactiques. Par exemple, pour la catégorie Addition, les variables didactiques sont : le nombre de termes de l'addition, la taille des nombres en jeu, la présence (ou l'absence) de retenue, la possibilité (ou non) de complément à 10 ou à 100, le recours (ou non) à l'associativité, le recours (ou non) à la commutativité, le recours (ou non) à une procédure spéciale (par exemple ajouter 9). Nous proposons ci-dessous un tableau (Tab. 1) présentant nos choix de variables pour certaines des additions proposées dans le test.

Calcul proposé	40+4	8+19	47+33	438+201	13+12+17	87+9
Variables didactiques						
Nombre de termes de l'addition	2	2	2	2	3	2
Taille des nombres en jeu	≤ 100	≤ 100	≤ 100	≥ 100	≤ 100	≤ 100
Présence (ou absence) de retenue	Non	Oui	Oui	Non	Oui	Oui
Possibilité (ou non) de complément à 10 ou à 100	Non	Non	Oui	Non	Oui	Non
Recours (ou non) à l'associativité	Non	Non	Non	Non	Oui	Non
Recours (ou non) à la commutativité	Non	Oui	Non	Non	Oui	Non
Recours (ou non) à une procédure spéciale	Non	Non	Non	Non	Non	Oui

Tab. 1 : Analyse des calculs proposés selon les valeurs des variables didactiques

L'ensemble des calculs proposés sont disponibles en annexe (Annexe 3b). Ce test était non limité dans le temps et les élèves pouvaient poser l'opération sur la feuille.

Procédure

La procédure s'est déroulée en quatre étapes (Fig. 3), de novembre 2020 à juin 2021. La première étape concerne les pré-tests (novembre 2020) : les enseignants ont fait passer les deux tests mathématiques (Tests 1 et 2) à tous leurs élèves dans leurs propres classes. La deuxième étape concerne l'utilisation de l'application numérique (de novembre 2020 à janvier 2021) : pendant six semaines, les enseignants ont proposé à leurs élèves d'utiliser *Calcularis* ou *Matheros* (selon leur groupe) au moins deux fois vingt minutes par semaine, individuellement et en classe. La troisième étape est consacrée aux post-tests (janvier 2021) : les enseignants ont fait passer les deux (mêmes) tests mathématiques une semaine après la fin de l'utilisation des applications. La quatrième étape concerne les post-tests différés (mai-juin 2021) : les enseignants ont de nouveau fait passer les deux (mêmes) tests mathématiques, quatre mois et demi après l'arrêt de l'utilisation des applications. Ces post-tests différés avaient pour objectif d'évaluer si les progrès effectués par les élèves étaient maintenus dans le temps.

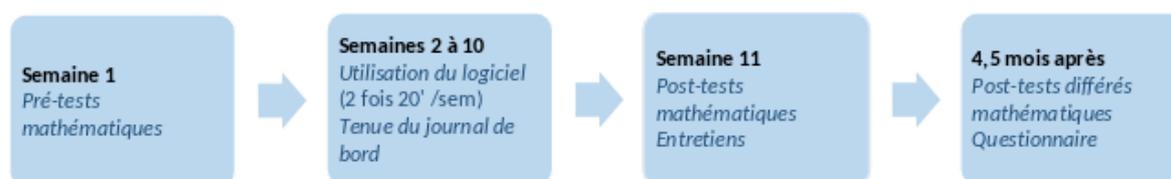


Fig. 3 : Protocole expérimental

Analyses

Une méthode de recherche mixte permettant une analyse quantitative et qualitative a été choisie. Afin d'analyser le contenu de chaque application (première question de recherche), nous avons utilisé des outils de la Théorie Anthropologique du Didactique, en particulier le quadruplet praxéologique :

Toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T , au moyen d'une technique τ , justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ (Chevallard, 2002, p. 3).

Nous avons ainsi listé les types de tâches relatives à l'apprentissage du calcul présents dans le curriculum de l'école primaire (PER cycles 1 et 2) puis nous les avons regroupés en genres de tâches. Nous avons ensuite réalisé l'ensemble des tâches proposées par chaque application et nous les avons examinées à la lumière du cadre théorique élaboré.

Pour apporter des éléments de réponse à la seconde question de recherche relative à l'impact de l'utilisation de chaque application sur la progression des élèves en calcul, nous avons réalisé une étude quantitative et comparative grâce à des analyses statistiques avec des tests fréquentistes et bayésiens⁴. Par comparaison des résultats obtenus aux pré-tests et aux post-tests, nous mesurons les progrès des élèves réalisés entre ces deux moments. Nous regardons également s'il existe des différences significatives entre les deux groupes (i.e. est-ce que le groupe *Calcularis* a mieux progressé que le groupe *Matheros* ou inversement ?).

RÉSULTATS

Nous présentons ci-dessous les résultats, d'une part ceux de l'analyse des contenus de chaque application numérique, et d'autre part ceux de l'analyse de l'impact de l'utilisation d'une application en classe sur les progrès des élèves en calcul.

Analyse des contenus de chaque application

Dans un premier temps, nous avons listé les types de tâches relatifs à l'apprentissage du calcul, présents dans l'ensemble du curriculum de l'école primaire (cycles 1 et 2). Les compétences en calcul visées par le PER sont détaillées dans les objectifs MSN 13 - *Résoudre des problèmes additifs* et MSN 23 - *Résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs*, Progression d'apprentissage *Calculs*. Nous les avons ensuite regroupés en 7 genres de tâches : additionner ; soustraire ; chercher un complément ; trouver un double ou une moitié ; multiplier ; trouver un multiple ; diviser. Le tableau 2 (Tab. 2) illustre le résultat de cette analyse pour le genre de tâches *Additionner*.

Genre de tâches	Objectifs app. PER	Type de tâches PER	Degré			
			1-2P	3-4P	5-6P	7-8P
Additionner	MSN 23	Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace (addition, soustraction, multiplication)			X	
	MSN 23	Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres écrits sous forme décimale inférieurs à 10'000 addition et soustraction dont les termes ont au plus 2 décimales multiplication dont les facteurs et le produit ont au plus 2 décimales				X
	MSN 13	Utilisation des propriétés du système de numération et de l'addition (commutativité, associativité, élément neutre) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace		X		
	MSN 23	Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication (commutativité, associativité), et décomposition des nombres (additive, soustractive, multiplicative) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace ainsi que pour donner des estimations			X	
	MSN 23	Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication (commutativité, associativité, distributivité), et décomposition des nombres (additive, soustractive, multiplicative) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace ainsi que pour donner des estimations				X

Tab. 2 : Analyse des types de tâches du PER pour le genre de tâche *Additionner*

⁴ Les données ont été analysées avec des statistiques fréquentistes (tests t ou χ^2) et bayésiennes. Les résultats des tests fréquentistes ont été interprétés comme étant significatifs lorsque la valeur du p était inférieure à 0,05. La taille de l'effet est quantifiée à l'aide du d de Cohen. Les statistiques bayésiennes permettent d'estimer la force de la preuve (i.e. le facteur Bayes, BF) en faveur de l'hypothèse alternative d'une différence entre les groupes (H1) par rapport à l'hypothèse nulle d'absence de différence entre les groupes (H0) pour chaque test. Pour plus de précisions sur les tests statistiques utilisés, voir (Howell, 2008).

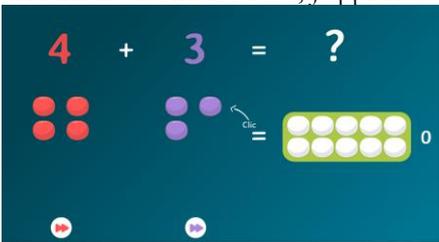
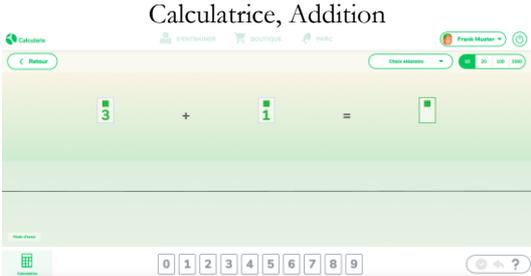
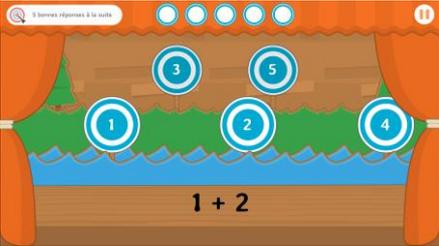
Ensuite, nous avons réalisé l'ensemble des tâches proposées dans chacune des applications numériques et nous avons déterminé si les tâches proposées correspondent aux types de tâches visées par le PER (Tab. 3).

Genre de tâches	Objectifs app. PER	Type de tâches PER	Degré				Correspondances au type de tâches de Mathéros.fr	Correspondances au type de tâches de Calcularis
			1-2P	3-4P	5-6P	7-8P		
Additionner	MSN 23	Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication (commutativité, associativité), et décomposition des nombres (additive, soustractive, multiplicative) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace ainsi que pour donner des estimations			X		Addition d'un chiffre à un nombre de deux chiffres	Additionner un nombre à un chiffre avec un nombre à un chiffre (au passage de dizaine)
							Addition de dizaines	Additionner et soustraire des nombres dans la tranche 0-20
							Addition de centaines	Addition rapide de nombres à un chiffre avec un résultat à deux chiffres
							Addition – Unité, dizaine, centaine	Additionner un nombre à deux chiffres avec un nombre à un chiffre
							Addition de deux nombres	Additionner un nombre à deux chiffres avec un nombre à deux chiffres
							Addition et soustraction – unité, dizaine, centaine	Additionner un nombre à trois chiffres et un nombre à un chiffre
							Addition d'un entier avec un décimal	Additionner un nombre à trois chiffres et un nombre à deux chiffres
							Addition de deux décimaux	Additionner un nombre à trois chiffres et un nombre à trois chiffres

Tab. 3 : Analyse des types de tâches de chaque application, en lien avec le PER. Exemple pour un type de tâches du PER du genre de tâches *Additionner*.

Les résultats globaux de cette analyse (Annexe 4) mettent en évidence que l'application *Mathéros* travaille essentiellement la progression d'apprentissage *Calculs* de l'axe thématique *Opérations* de MSN 23. Les tâches sont davantage en adéquation avec les finalités des degrés 5H, 6H, 7H et 8H du cycle 2. L'application *Calcularis*, quant à elle, propose des tâches qui tiennent compte des axes thématiques *Nombres* (MSN 12 et MSN 22) et *Opérations* (MSN 13 et MSN 23). Les tâches sont en adéquation avec les degrés 3H, 4H, 5H et 6H et partiellement avec les degrés 1H-2H et 7H-8H.

Une analyse plus fine des contenus selon un type de tâches donné permet de mettre en évidence des différences praxéologiques entre les applications numériques. Nous présentons un exemple (Tab. 4) de cette analyse sur le type de tâches « additionner deux nombres inférieurs ou égaux à 5 ».

Type de tâches : Additionner deux nombres inférieurs ou égaux à 5	
<i>Calcularis</i>	<i>Mathéros</i>
<p>Règle à calcul</p> 	<p>Addition - Nombres 1 à 5, J'apprends</p> 
<p>Tâche de l'élève : trouver le résultat de l'addition en s'aidant de la boîte en verre.</p> <p>Technique : dénombrement par surcomptage à partir du plus grand nombre.</p> <p>Technologie : l'addition comme transformation d'une collection</p>	<p>Tâche de l'élève : trouver le résultat de l'addition en s'aidant des collections de billes.</p> <p>Technique : dénombrement par recomptage.</p> <p>Technologie : l'addition comme réunion de deux collections</p>
<p>Calculatrice, Addition</p> 	<p>Addition - Nombres 1 à 5, J'apprends</p> 

<p>La tâche suivante proposée à l'élève s'appelle <i>Calculatrice</i>. Il s'agit de trouver le résultat de l'addition qui s'affiche. C'est le même type de tâches que la précédente mais sans la représentation des quantités avec les blocs.</p> <p>Les blocs réapparaissent dans le feedback donné à l'élève (Fig. 1a).</p> <p>L'objectif est de passer de procédures de dénombrement à la mémorisation des faits numériques.</p>	<p>La tâche suivante proposée à l'élève consiste à trouver le résultat d'une addition parmi plusieurs propositions. Le type de tâches est légèrement différent puisqu'il s'agit de « trouver le résultat parmi » et non de « produire le résultat ». La représentation avec les billes n'est plus accessible.</p> <p>L'objectif est de passer de procédures de dénombrement à la mémorisation des faits numériques.</p>
---	---

Tab. 4 : Analyse du type de tâches « Additionner deux nombres inférieurs ou égaux à 5 » dans les deux applications numériques

Cet exemple illustre une différence entre les deux applications numériques sur le choix de la technologie : *Calcularis* présente l'addition via la transformation d'une collection alors que *Matheros* la présente via la réunion de deux collections. Les techniques ne sont pas les mêmes (surcomptage *vs* recomptage), bien qu'elles soient toutes deux des procédures de dénombrement. Les quantités sont représentées par des ostensifs différents, des blocs ou des billes. L'analyse des organisations mathématiques sur ce type de tâches met en évidence que *Calcularis* propose toujours le même type de tâches pour travailler l'addition et les variables didactiques en jeu sont la présence ou non des blocs puis la taille des nombres. En revanche, *Matheros* propose trois types de tâches : produire un résultat, choisir un résultat parmi d'autres, décomposer un nombre (Fig. 2). Les variables didactiques sont la présence ou non des billes, la taille des nombres mais également le temps limité ou non pour donner la réponse.

Impact de l'utilisation des applications sur les progrès des élèves en calcul

Dans cette partie, l'effet de l'utilisation de *Calcularis* et de *Matheros* sur les progrès en calcul sera évalué et comparé grâce à l'analyse des résultats des élèves aux deux tests (fluence et calcul). Ci-dessous, nous détaillons les résultats obtenus à chaque test, pour chaque groupe, deux mois après le début de l'intervention puis quatre mois et demi après.

POUR LE TEST CALCUL – PROGRESSION À 2 MOIS

Les deux groupes (*Calcularis* et *Matheros*) progressent de manière statistiquement significative sur ce test, que ce soit en 5H ou en 6H. En comparant la progression des élèves des deux groupes (Fig. 4), on observe une progression plus importante chez les élèves du groupe *Calcularis* que chez les élèves du groupe *Matheros* en 5H. En 6H, les deux groupes progressent de façon similaire.

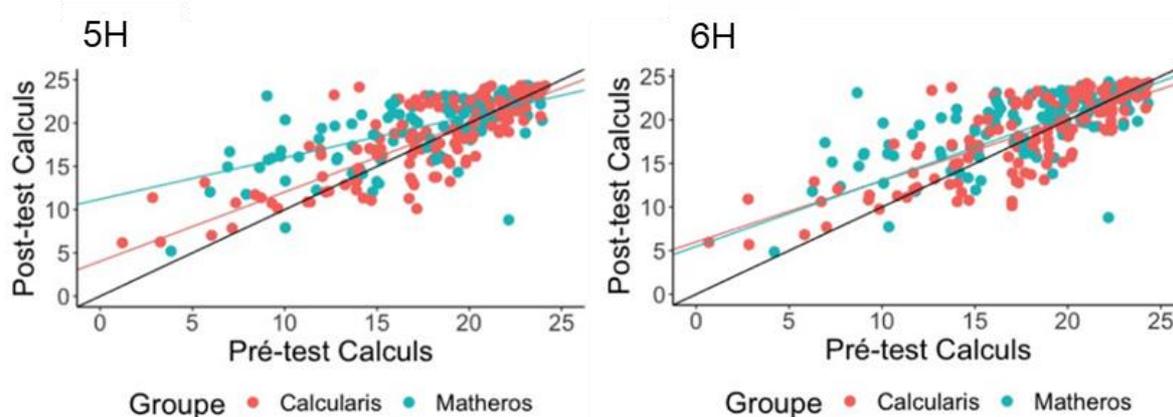


Fig. 4. Progression des élèves de 5H et de 6H par groupe entre le pré-test et le post-test pour le calcul
 En abscisse, le score au pré-test (sur 24) et en ordonnée le score au post-test (sur 24). Chaque point représente les résultats d'un élève. Les droites sont les droites de régression linéaire représentant les progrès des élèves par groupe. La droite grise est la droite unité (même score au pré et post tests).

POUR LE TEST CALCUL – PROGRESSION À 4,5 MOIS

Les deux groupes (*Calcularis* et *Matheros*) progressent de manière statistiquement significative sur ce test, que ce soit en 5H ou en 6H. En comparant la progression des élèves des deux groupes, on n’observe plus de différence (Fig. 5).

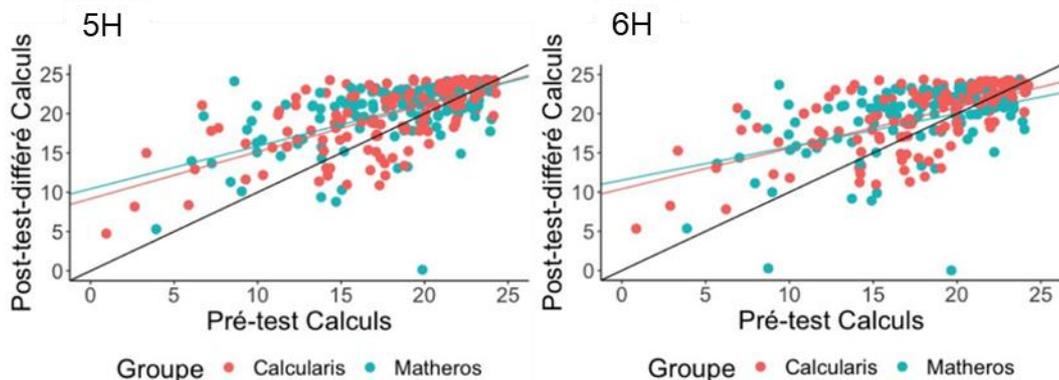


Fig. 5 : Progression des élèves de 5H et de 6H par groupes entre le prétest et le post-test différé pour le calcul
 En abscisse, le score au pré-test (sur 24) et en ordonnée le score au post-test (sur 24). Chaque point représente les résultats d’un élève. Les droites sont les droites de régression linéaire représentant les progrès des élèves par groupe. La droite grise est la droite unité (même score au pré et post tests).

POUR LE TEST FLUENCE – PROGRESSION À 2 MOIS

Les deux groupes (*Calcularis* et *Matheros*) progressent de manière statistiquement significative sur ce test, que ce soit en 5H et en 6H. En comparant la progression des élèves des deux groupes sur le test de fluence, on n’obtient aucune progression significativement plus importante dans l’un des groupes, tant en 5H qu’en 6H (Fig. 6).

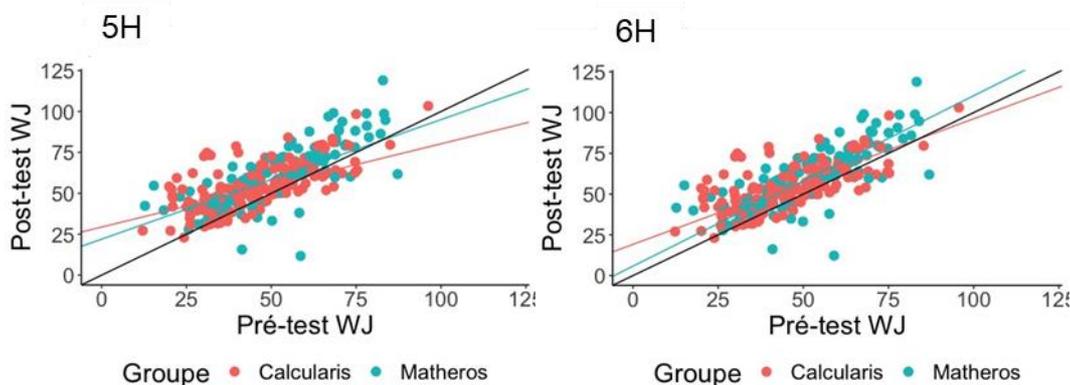


Fig. 6 : Progression des élèves de 5H et de 6H par groupes entre le pré-test et le post-test pour la fluence
 En abscisse, le score au pré-test (sur 160) et en ordonnée le score au post-test (sur 160). Chaque point représente les résultats d’un élève. Les droites sont les droites de régression linéaire représentant les progrès des élèves par groupe. La droite grise est la droite unité (même score au pré et post tests).

POUR LE TEST FLUENCE – PROGRESSION À 4,5 MOIS

Les deux groupes (*Calcularis* et *Matheros*) progressent de manière statistiquement significative à ce test, que ce soit en 5H ou en 6H. En comparant la progression des élèves des deux groupes sur le test de fluence (Fig. 7), on remarque une progression plus importante chez les élèves du groupe *Matheros* en 6H uniquement.

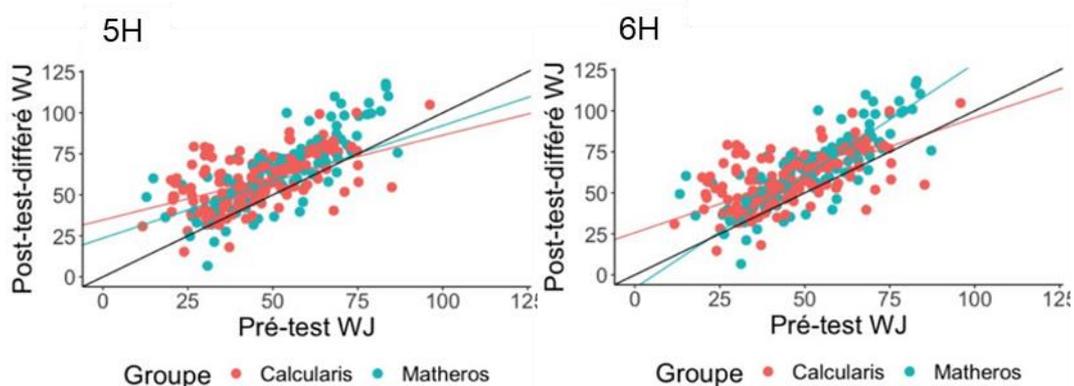


Fig. 7 : Progression des élèves de 5H et de 6H par groupes entre le pré-test et le post-test différé pour la fluence. En abscisse, le score au pré-test (sur 160) et en ordonnée le score au post-test (sur 160). Chaque point représente les résultats d'un élève. Les droites sont les droites de régression linéaire représentant les progrès des élèves par groupe. La droite grise est la droite unité (même score au pré et post tests).

ANALYSES DU TEST CALCULS

Nous avons fait une analyse plus fine des résultats obtenus au test *Calculs*, en fonction des cinq catégories (addition, soustraction, addition à trous, multiplication et moitié/double) et en fonction des valeurs des variables didactiques. Les résultats mettent en évidence que :

- la catégorie *Addition à trous* est celle qui présente le plus de difficultés aux élèves : lors du post-test, ces opérations sont réussies, en moyenne à 48% pour les 5H et 66% pour les 6H ;
- la catégorie *Soustraction* est présente également des difficultés aux élèves. En effet, lors du post-test, ces opérations sont réussies, en moyenne à 55% pour les 5H et 65% pour les 6H ;
- les autres catégories sont mieux réussies : lors du post-test, les additions sont réussies en moyenne à 86% pour 5H et 90% pour les 6H, les doubles et moitiés sont réussis en moyenne à 75% pour 5H et 79% pour les 6H et les multiplications sont réussies en moyenne à 88% pour 5H et 71% pour les 6H.

En ce qui concerne les progressions entre le pré-test et le post-test, on note des progressions statistiquement significatives, en 5H pour toutes les catégories sauf les *Addition à trous* et en 6H pour les catégories *Doubles et moitiés* et *Multiplication* uniquement. Le fait que les élèves de 6H ne présentent pas de progression statistiquement significative sur les additions s'explique par leurs résultats au pré-test déjà élevés. Il y avait donc peu de marge de progression possible. En revanche, pour les catégories *Soustraction* et *Addition à trous*, ces résultats montrent qu'ils restent en difficulté malgré l'utilisation des applications et l'enseignement. Il serait donc intéressant d'étudier davantage ces difficultés en analysant leurs procédures. Pour la catégorie *Addition à trous*, où aucun des groupes d'élèves (5H et 6H) ne présente de progression statistiquement significative, cela pourrait s'expliquer par les contenus des applications qui proposent moins ce genre de tâches que les autres.

En ce qui concerne la comparaison des résultats au test *Calculs* entre les deux applications (*Calcularis* et *Matheros*), l'analyse montre peu de différences. Nous avons uniquement relevé que :

- seuls les élèves de 5H ayant utilisé *Calcularis* progressent de manière significative dans la catégorie *Addition à trous* ;
- le groupe (5H-6H) ayant utilisé *Calcularis* obtient de meilleurs résultats que le groupe *Matheros* (5H-6H) au post-test différé sur les opérations dont le résultat est supérieur à 100 (variable didactique) ;
- le groupe (5H-6H) ayant utilisé *Matheros* obtient de meilleurs résultats que le groupe *Calcularis* (5H-6H) au post-test différé sur les opérations où il s'agit d'ajouter 9 (variable didactique).

Ces résultats semblent difficiles à expliquer sur la base des contenus des applications. Nous ne pouvons donc pas conclure à un effet de l'une ou l'autre des applications, de manière générale, sur les résultats en calcul des élèves, en fonction des catégories ou des valeurs de variables didactiques.

CONCLUSION & PERSPECTIVES

Les résultats de l'analyse des contenus de chaque application montrent qu'elles permettent toutes les deux de travailler des connaissances mathématiques du PER, avec toutefois quelques différences : *Matheros* propose essentiellement des tâches dans le champ du calcul pour les degrés 5H-8H alors que *Calcularis* propose également des tâches sur la construction du nombre pour les degrés 3H-6H et partiellement pour les degrés 1H-2H et 7H-8H. L'analyse des praxéologies pointe des différences entre les deux logiciels, notamment du point de vue des techniques et technologies mobilisées par les élèves. Cette analyse nous permet également de souligner que les tâches proposées par les applications ne suffisent pas à elles-seules pour l'enseignement du calcul. En effet, les procédures visées par les tâches (i.e. les techniques) ne sont pas assez variées. Le travail de mise en commun des diverses procédures proposées par les élèves et celui de l'analyse des erreurs ne sont en particulier pas pris en charge par ces applications. Ainsi, si ces applications permettent *a priori* d'exercer le calcul, elles doivent être considérées comme un outil supplémentaire à disposition de l'enseignant et non comme un substitut aux outils classiques (et non numériques).

Nos résultats, obtenus par des analyses statistiques, montrent que *Calcularis* et *Matheros* permettent à tous les élèves de progresser significativement en fluence et en calcul après une utilisation de six semaines et à un délai de quatre mois et demi. De plus, l'analyse comparative révèle que l'application *Calcularis* est plus efficace que l'application *Matheros* pour le calcul en 5H (après une utilisation de six semaines). Ce résultat est cohérent avec les résultats de l'analyse des contenus des applications puisque *Calcularis* cible les apprentissages de la fin du Cycle 1 et du début du Cycle 2 et reprend des notions de base sur le nombre (reconnaissance de différentes représentations du nombre, estimer la taille d'un nombre, ordonner des nombres, sens des opérations). On peut faire l'hypothèse que cela a permis aux élèves qui n'avaient pas totalement acquis les compétences en calcul du Cycle 1 de les travailler à nouveau et de progresser davantage que les élèves qui ont utilisé l'application *Matheros* qui n'ont pas eu la possibilité de retravailler ces notions de base. Notons que ce besoin de retravailler les bases du calcul a peut-être été amplifié par l'enseignement à distance du printemps 2020, dû à la pandémie Covid 19. En revanche, l'application *Matheros* est plus efficace à moyen terme (quatre mois et demi après l'utilisation de l'application) pour la fluence en calcul en 6H. Ce résultat peut être expliqué par les contenus proposés par l'application *Matheros* dont plusieurs sont des tâches avec un temps limité pour réaliser les calculs demandés. Cela peut ainsi favoriser la rapidité et l'aisance en calcul des élèves.

Pour résumer, les deux applications sont en adéquation avec les objectifs du PER pour les degrés 5H-6H. Les élèves qui ont utilisé l'une ou l'autre des applications progressent de manière significative en calcul. Ce résultat confirme les résultats de plusieurs études qui ont montré l'impact de *Calcularis* sur les apprentissages mathématiques d'élèves (Käser et al., 2013 ; Rauscher et al., 2016). En ce qui concerne l'utilisation *Matheros*, il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude d'impact de son utilisation sur les apprentissages. La comparaison des progressions des deux groupes *Calcularis* et *Matheros* met en évidence des différences locales (dans l'un ou l'autre degré, dans l'une ou l'autre des compétences mathématiques testées) mais pas de manière globale. Ainsi, nous ne pouvons pas affirmer que l'une des deux applications est meilleure que l'autre pour améliorer les résultats des élèves en calcul en 5H-6H. Cependant, il s'agit d'une première étude évaluant l'impact de l'utilisation d'applications numériques en classe et il serait nécessaire de mener des analyses complémentaires et plus approfondies pour comprendre davantage leurs apports et limites pour l'enseignement du calcul.

Pour conclure, notre étude comporte plusieurs limites qui devront être prises en compte pour de futures recherches. La première limite est l'absence d'un groupe témoin. Nous ne pouvons donc pas relier les progrès des élèves en calcul uniquement à l'impact de l'application. La deuxième limite est la non

exploitation, par les enseignants, des données numériques mises à disposition (compétences travaillées, nombre d'erreurs, temps passé, etc.) par les applications. On peut faire l'hypothèse que l'amélioration des performances en calcul serait plus manifeste si ces données étaient davantage exploitées par les enseignants (par exemple à des fins de mise en commun ou d'analyses des erreurs). Pour cela, il serait nécessaire de dispenser une formation aux enseignants en amont. Ils auraient ainsi peut-être moins privilégié une utilisation de l'application comme un outil d'entraînement au profit d'un outil utile à la construction des apprentissages. L'importance de la formation et de l'accompagnement des enseignants pour l'intégration des outils numériques dans leurs pratiques ordinaires est soulignée par de nombreux chercheurs comme essentielle pour que ces outils numériques contribuent efficacement aux apprentissages des élèves en classe (Tricot & Chesné, 2020 ; Grugeon-Allys & Grapin, 2020). Un des prolongements de cette recherche serait ainsi de prendre en compte et analyser les pratiques enseignantes d'intégration d'un outil numérique pour les apprentissages. D'autre part, l'impact de ces applications pourrait être analysé sur des populations spécifiques, en particulier des élèves en difficulté d'apprentissage. Par exemple, Kucian et ses collègues (2013) ont montré l'apport de *Calcularis* pour améliorer les performances en calcul des élèves présentant des troubles et difficultés d'apprentissage en mathématiques. Des analyses complémentaires sont actuellement en cours pour étudier l'impact de l'utilisation de chaque application sur les progrès des élèves les plus aisés en calcul d'une part, et les plus faibles d'autre part. Cela permettra d'identifier si une application serait à privilégier pour favoriser les apprentissages en calcul de ces élèves, et d'observer si les écarts entre ces deux populations se resserrent ou au contraire se creusent. Cette information est primordiale si l'on veut promouvoir l'utilisation d'applications numériques en classe.

REMERCIEMENTS

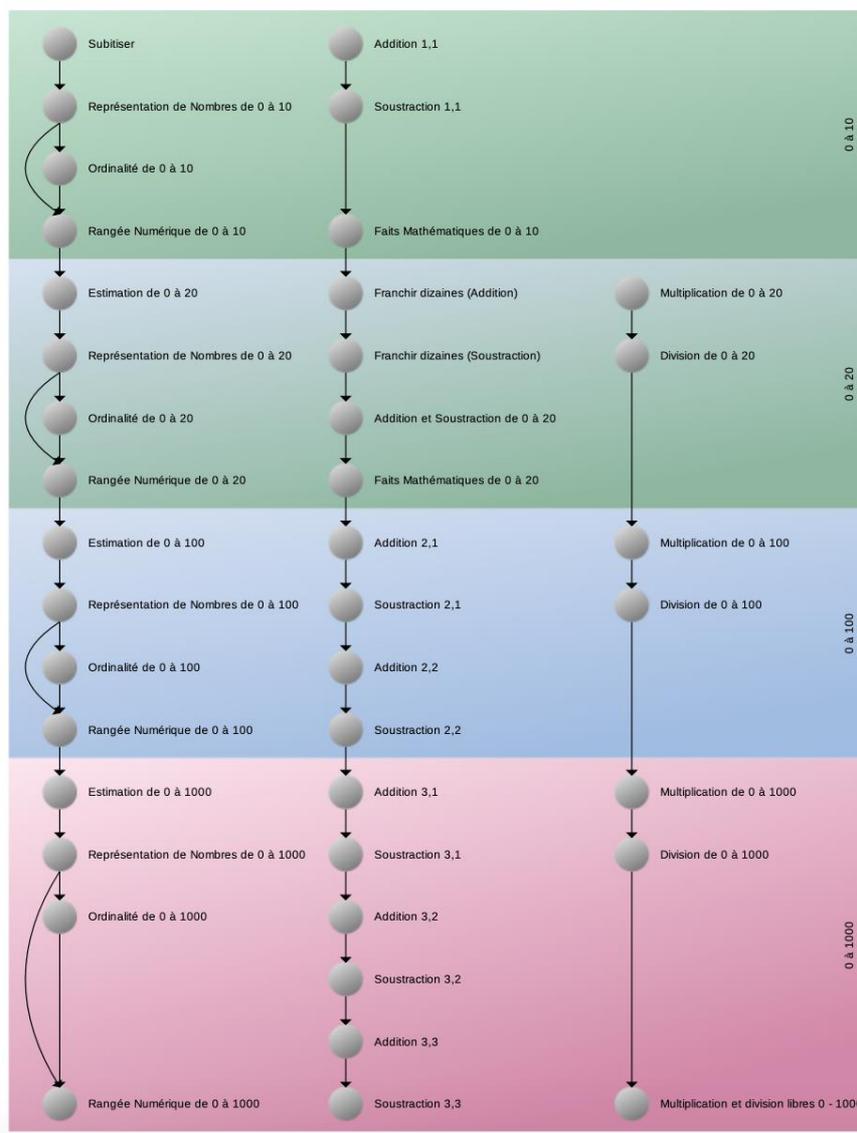
Nous remercions les directeurs et les directrices d'école, les enseignants et les enseignantes, les élèves des classes impliquées.

BIBLIOGRAPHIE

- Dellatolas, G., & Von Aster, M. (2006). *Zareki-R : batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant*. Paris : ECPA. Paris : ECPA.
- Grugeon-Allys, B. & Grapin, N. (2020). *Apport du numérique dans l'enseignement et l'apprentissage des nombres, du calcul et de l'algèbre*. Paris : Cnesco.
- Käser, T., Baschera, G. M., Kohn, J., Kucian, K., Richtmann, V., Grond, U., ... von Aster, M. (2013). Design and evaluation of the computer-based training program *Calcularis* for enhancing numerical cognition. *Frontiers in Psychology*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00489>
- Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Göbel, S. M., Grabner, R. H., ... Nuerk, H. C. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00516>
- Kohn, J., Rauscher, L., Kucian, K., Käser, T., Wyschkon, A., Esser, G., & von Aster, M. (2020). Efficacy of a Computer-Based Learning Program in Children With Developmental Dyscalculia. What Influences Individual Responsiveness? *Frontiers in Psychology*, 11, 1115. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.01115>
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., ... von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.01.070>
- Rauscher, L., Kohn, J., Käser, T., Mayer, V., Kucian, K., McCaskey, U., Esser, G., & von Aster, M. (2016). Evaluation of a Computer-Based Training Program for Enhancing Arithmetic Skills and Spatial Number Representation in Primary School Children. *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00913>
- Tricot, A. & Chesné, J.-F. (2020). *Numérique et apprentissages scolaires : rapport de synthèse*. Paris : Cnesco.
- Von Aster, M., Käser, T., Kohn, J., Kucian, K., Rauscher, L., & Vögeli, C. (2016). *Calcularis – Eine adaptive Lernsoftware zur Matheförderung*. In: M. Hasselhorn, W. Schneider, (Eds.) *Förderprogramme für Vor- und Grundschule, Tests und Trends – Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik*. Göttingen: Hogrefe Verlag, (pp. 225–248). Hogrefe Verlag. <https://www.zora.uzh.ch/id/eprint/125586/>
- Woodcock, R., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement*. Itasca, IL.

ANNEXE 1 – ORDRE DES TÂCHES DANS *CALCULARIS*

L'ordre des tâches proposées par *Calcularis* s'appuie sur le genre de tâches (proposé en colonne), le domaine numérique (proposé en ligne) et des valeurs de variables didactiques (par exemple franchissement de dizaine ou non pour l'addition).



Par exemple, voici l'ordre des tâches proposées pour le champ additif :

Addition 1,1	Additionner deux nombres à un chiffre (sans passage de dizaine)
Soustraction 1,1	Soustraire un nombre à deux chiffres d'un nombre à un chiffre (sans passage de dizaine)
Faits mathématiques 0-10	Addition rapide de nombres à un chiffre avec un résultat à un chiffre
Passage dizaines addition	Additionner un nombre à un chiffre avec un nombre à un chiffre (au passage de dizaine)
Passage dizaines soustrac.	Soustraire un nombre à un chiffre d'un nombre à deux chiffres (au passage de dizaines)
Compter de 0-20	Additionner et soustraire des nombres dans la tranche de 0-20
Faits mathématiques 0-20	Addition rapide de nombres à un chiffre avec un résultat à deux chiffres
Addition 2,1	Additionner un nombre à deux chiffres avec un nombre à un chiffre
Soustraction 2,1	Soustraire un nombre à un chiffre d'un nombre à deux chiffres
Addition 2,2	Additionner un nombre à deux chiffres avec un nombre à deux chiffres
Soustraction 2,2	Soustraire un nombre à deux chiffres d'un nombre à deux chiffres
Addition 3,1	Additionner un nombre à trois chiffres et un nombre à un chiffre
Soustraction 3,1	Soustraire un nombre à un chiffre d'un nombre à trois chiffres
Addition 3,2	Additionner un nombre à trois chiffres et un nombre à deux chiffres.
Soustraction 3,2	Soustraire un nombre à deux chiffres d'un nombre à trois chiffres
Addition 3,3	Additionner un nombre à trois chiffres et un nombre à trois chiffres
Soustraction 3,3	Soustraire un nombre à trois chiffres d'un nombre à trois chiffres

ANNEXE 2 – ORDRE DES TÂCHES DANS *MATHEROS*

L'ordre des tâches proposées par *Matheros* (par défaut) s'appuie sur le genre de tâches (proposé en ligne), le domaine numérique et des valeurs de variables didactiques (par exemple franchissement de dizaine ou non pour l'addition). Chaque ceinture peut être modifiée par l'enseignant pour créer sa propre progression pour la classe ou pour différencier pour quelques élèves.

	CEINTURE N°1	CEINTURE N°2	CEINTURE N°3	CEINTURE N°4	CEINTURE N°5	CEINTURE N°6	CEINTURE N°7	CEINTURE N°8
COULEUR ASSOCIÉE								
ADDITION	Addition - Nombres de 1 à 5	Addition - Nombres de 1 à 10	Addition d'un chiffre à un nombre de deux chiffres	Addition de dizaines	Addition de centaines	Addition - Unité, dizaine, centaine	Addition de deux nombres	
SOUSTRACTION	Soustraction - Nombres de 1 à 5	Soustraction - Nombres de 1 à 10	Soustraction d'un chiffre à un nombre de deux chiffres	Soustraction de dizaines	Soustraction de centaines		Soustraction - Unité, dizaine, centaine	Soustraction de deux nombres
DOUBLE MOITIÉ		Doubles / Moitiés de 1 à 10		Doubles / Moitiés de 1 à 20		Doubles / Moitiés de 1 à 100		
MULTIPLICATIONS			Tables de 2 et de 5	Table de 10	Table de 3	Table de 4	Table de 6	Table de 7
COMPLÉMENTS			Complément à 10		Complément à la dizaine supérieur		Complément à 100	
MULTIPLES						Multiples 2, 5, 10		
X10, X100, ...								Multiplication par 10, 100 et 1000
DIVISION								Division par 10, 100 et 1000

	CEINTURE N°9	CEINTURE N°10	CEINTURE N°11	CEINTURE N°12	CEINTURE N°13
COULEUR ASSOCIÉE					
ADDITION	Addition et soustraction - Unité, dizaine, centaine		Addition d'un entier avec un décimal	Addition de deux décimaux	
SOUSTRACTION				Soustraction d'un nombre décimal à un entier	Soustraction de deux nombres décimaux
DOUBLE MOITIÉ			Quart, tiers, quadruple, triple		
MULTIPLICATIONS	Table de 8	Table de 9	Multiplication par 11	Multiplication par 12	Multiplication par 25
COMPLÉMENTS		Complément à 1000			Complément décimal vers entier supérieur
MULTIPLES		Multiples 25, 50			
X10, X100, ...	Multiplication par 20, 30, 200, ...			x10, 100, 1000 avec nombres décimaux	
DIVISION		Tables de division (2 à 10)	Division avec reste		Division par 10, 100, 1000 d'un nombre décimal

ANNEXE 3 – TESTS

3a. Fluence

Nom - Prénom :					Classe :				
FLUENCE									
1 + 7 =	5 - 2 =	8 + 1 =	5 - 0 =	2 + 7 =	1 + 5 =	1 - 1 =	1 + 4 =	2 - 2 =	3 - 1 =
4 - 3 =	1 + 1 =	6 - 3 =	3 + 0 =	3 - 2 =	4 - 4 =	1 + 2 =	6 - 1 =	0 + 0 =	4 + 2 =
3 - 3 =	6 + 1 =	5 + 3 =	3 - 0 =	4 - 2 =	4 + 3 =	2 - 1 =	2 + 2 =	4 - 1 =	0 + 5 =
9 - 3 =	7 + 7 =	10 - 6 =	3 + 9 =	6 + 2 =	7 - 4 =	5 + 5 =	8 - 3 =	0 + 8 =	5 - 1 =
8 + 6 =	9 - 4 =	8 + 2 =	7 - 2 =	10 - 2 =	4 + 4 =	5 - 3 =	4 + 8 =	8 - 1 =	6 + 6 =
1 + 3 =	10 - 10 =	5 - 4 =	5 + 7 =	6 - 2 =	8 - 6 =	9 + 1 =	6 - 6 =	3 + 3 =	5 + 2 =
7 + 3 =	1 × 3 =	2 × 2 =	10 - 5 =	8 - 8 =	4 × 1 =	7 + 8 =	1 × 5 =	0 × 5 =	6 - 5 =
3 × 0 =	6 + 4 =	9 - 2 =	2 × 1 =	3 × 2 =	5 + 9 =	0 × 4 =	9 - 9 =	6 + 3 =	1 × 1 =

9 + 7 =	6 × 0 =	10 - 0 =	4 × 3 =	1 × 7 =	9 - 5 =	2 × 4 =	5 + 6 =	3 × 5 =	8 - 7 =
5 × 2 =	9 - 6 =	1 × 8 =	2 + 3 =	7 - 7 =	9 × 1 =	5 + 4 =	3 × 3 =	10 - 7 =	6 × 2 =
7 × 4 =	5 + 8 =	10 - 1 =	9 × 3 =	8 - 2 =	6 + 9 =	4 × 4 =	10 - 3 =	5 × 8 =	1 × 6 =
7 + 6 =	9 × 2 =	7 × 5 =	8 - 4 =	9 × 5 =	8 × 9 =	7 - 0 =	6 × 4 =	9 + 2 =	10 - 8 =
6 × 7 =	10 - 4 =	9 × 9 =	7 - 1 =	5 × 6 =	9 - 7 =	8 × 2 =	5 - 5 =	6 × 8 =	4 + 9 =
10 - 9 =	8 × 4 =	4 - 0 =	6 × 9 =	8 + 8 =	7 - 6 =	3 × 8 =	9 × 4 =	8 + 3 =	7 × 7 =
7 - 3 =	8 × 0 =	3 × 6 =	9 + 9 =	8 × 7 =	4 × 5 =	9 - 8 =	8 - 5 =	6 × 6 =	0 + 4 =
9 × 7 =	4 + 7 =	5 × 5 =	7 × 3 =	6 - 4 =	7 - 5 =	8 + 9 =	7 × 2 =	9 - 1 =	8 × 8 =

3b. Calculs

CALCULS (6P)

Effectue ces calculs.

Si tu ne sais pas, ce n'est pas grave, mets un ? dans la case.

40 + 4 =	80 + 20 =	8 + 19 =
63 + 26 =	47 + 33 =	300 + 17 + 10 =
438 + 201 =	555 + 7 =	87 + 9 =
la moitié de 120	le double de 55	254 + 2005 + 17 =
1060 - 69 =	195 - 97 =	la moitié de 70
le double de 225	140 - 52 =	246 + _____ = 1000
86 - 27 =	440 + _____ = 1000	5 x 200 =
10 x 105 =	5 x 110 =	4 x 16 =

CALCULS (5P)

Effectue les calculs.

Si tu ne sais pas, ce n'est pas grave, mets un ? dans la case.

40 + 4 =	80 + 20 =	8 + 19 =
122 + 45 =	47 + 33 =	100 + 200 + 30 =
438 + 201 =	13 + 12 + 17 =	87 + 9 =
74 + 16 =	300 + 17 + 10	120 + 120 + 12 =
la moitié de 40	le double de 25	la moitié de 100
le double de 55	140 - 52 =	46 + _____ = 100
86 - 25 =	440 + _____ = 1000	5 x 2 =
10 x 10 =	2 x 5 =	4 x 3 =

ANNEXE 4 – TABLEAUX DES RÉSULTATS DE L'ANALYSE DES CONTENUS DE CHAQUE APPLICATION

Analyse comparative
Tâches proposées par les applications en regard de la progression des apprentissages du PER

MSN 22 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels...	MSN 12 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres naturels...
<p>MSN 22 – 25</p> <p>Matheros</p> <p>Calcularts</p>	<p>MSN 12 – 15</p> <p>Matheros</p> <p>Calcularts</p>
<p>5e – 6e années</p> <p>Dénombrement et extension du domaine numérique</p> <p>Dénombrement d'une collection d'objets par Estimation du nombre d'objets d'une collection</p> <p>Constitution d'une collection ayant un nombre</p> <p>Comptage et décompte de 1 en 1, de 10 en 10, Exploration de l'infiniment grand</p> <p>Comparaison et représentation de nombres</p> <p>Comparaison, classement, encadrement et Représentation et lecture de nombres sur une Production d'un nombre plus petit ou plus grand</p> <p>Extraction du nombre entier de dizaines,</p> <p>Ecriture des nombres</p> <p>Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à sa</p> <p>Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à son</p> <p>Reconnaissance d'un nombre sous diverses</p> <p>Expression de la quantité correspondant à la</p> <p>Écriture des nombres à l'aide de puissances (8 =</p> <p>Exploration de différentes écritures de nombres</p>	<p>MSN 12 – 15</p> <p>Matheros</p> <p>Calcularts</p> <p>MSN 12 – Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres naturels...</p> <p>Matheros</p> <p>Calcularts</p> <p>3e – 4e années</p> <p>Découverte, construction et utilisation du nombre</p> <p>Expérimentation des premiers nombres,</p> <p>Dénombrement d'une petite collection d'objets, Constitution d'une collection ayant un nombre</p> <p>Estimation du nombre d'objets d'une collection</p> <p>Comparaison de deux collections ou constitution</p> <p>Augmentation et diminution du nombre d'objets</p> <p>Mémorisation de la suite numérique (nombres</p> <p>Utilisation des nombres (nombres familiaux)</p>
<p>7e – 8e années</p> <p>Progression des apprentissages</p> <p>Domaine numérique de travail : nombres naturels et nombres rationnels positifs</p> <p>Exploration de l'infiniment grand et de</p> <p>Comparaison, classement, encadrement et Représentation et lecture de nombres sur une Mise en relation d'un nombre naturel avec</p> <p>Extraction du nombre entier de dizaines,</p> <p>Comparaison, classement de fractions unitaires</p> <p>Exploration, comparaison et représentation sur</p> <p>Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à sa</p> <p>Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à son</p> <p>Reconnaissance d'un nombre sous diverses</p> <p>Expression de la quantité correspondant à la</p> <p>Écriture des nombres à l'aide de puissances (8 =</p>	<p>Progression des apprentissages</p> <p>Domaine numérique de travail : nombres naturels de 0 à 200</p> <p>– nombres familiaux ; jusqu'à 12 (16 à 19 selon les enfants)</p> <p>– nombres fréquents ; jusqu'à environ 30</p> <p>Reconnaissance de quelques suites numériques</p> <p>Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à son</p> <p>Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à sa</p> <p>Comparaison, classement, encadrement,</p>

Analyse comparative
Tâches proposées par les applications en regard de la progression des apprentissages du PER

MSN 23 – Résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs...	Matheros	Calculars	MSN 13 – Résoudre des problèmes additifs...	Matheros	Calculars
OPÉRATION					
Progression des apprentissages					
Domaine numérique de travail : nombres naturels de 0 à 10'000		Domaine numérique de travail : nombres naturels et nombres rationnels positifs		Domaine numérique de travail : nombres naturels de 0 à 20 en 3e et de 0 à 200 en 4e	
5e – 6e années		7e – 8e années		1re – 2e années	3e – 4e années
Calculs		Calculs		Calculs	
Utilisation d'outils de calculs appropriés : calcul réfléchi, algorithmes, répertoire mémorisé, calculatrice	X	Utilisation d'outils de calculs appropriés : calcul réfléchi, algorithmes, répertoire mémorisé, calculatrice	X	Utilisation du surcomptage	Utilisation d'outils de calcul appropriés : calcul réfléchi avec possibilité d'utiliser un support (bande numérique, tableau des nombres,...), répertoire mémorisé, calculatrice
Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication (commutativité, associativité) et décomposition des nombres (additive, soustractive, multiplicative) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace ainsi que pour donner des estimations	X	Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication (commutativité, associativité, distributivité), et décomposition des nombres (additive, soustractive, multiplicative) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace ainsi que pour donner des estimations	X	Utilisation du recopiage	Utilisation des propriétés du système de numération et de l'addition (commutativité, associativité, élément neutre) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace
Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace (addition, soustraction, multiplication)	X	Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres écrits sous forme décimale inférieurs à 10000 : ...addition et soustraction dont les termes ont au plus 2 décimales ...multiplication dont les facteurs et le produit ont au plus 2 décimales ...division euclidienne dont le dividende est inférieur à 10000 et le diviseur est inférieur à 10000 et le quotient au plus deux décimales	X		Mémorisation du répertoire additif de 0 + 0 à 9 + 9 Mémorisation du répertoire soustractif de 0 - 0 à 9 - 9
Mémorisation du répertoire soustractif de 0 - 0 à 9 - 9	X	Mémorisation du répertoire multiplicatif de 0 x 0 à 9 x 9	X		Mémorisation du répertoire soustractif de 0 - 0 à 9 - 9
Mémorisation du répertoire multiplicatif de 0 x 0 à 9 x 9	X	Mémorisation du répertoire multiplicatif de 0 x 0 à 12 x 12	X		Anticipation du résultat d'un calcul