

MATH E C O L E

Calculette :
coucou, la revoilà

39^e
année

191

LA SCOPA
Découverte d'un jeu de cartes
italien dans une classe de 3^e

De l'analyse a priori
à la régulation

avril 2000

Math-Ecole, pour ceux qui enseignent les mathématiques !

Un ingénieur consulte les revues techniques de sa branche, un médecin ne saurait se maintenir au courant sans ses revues médicales, un passionné de sport lit la rubrique sportive de son journal. Pourquoi en serait-il autrement d'un enseignant ?

Tous ceux qui enseignent les mathématiques, à quelque niveau que ce soit, sont confrontés quotidiennement à des questions d'apprentissages, aux erreurs de leurs élèves, aux problèmes d'évaluation, etc.

Leurs questions sont multiples. Pour y répondre, il y a les échanges entre collègues lorsqu'on trouve le temps de les approfondir, il y a les cours de perfectionnement lorsque leur offre correspond exactement aux besoins, il y a les conseillers pédagogiques lorsqu'ils sont disponibles, il y a aussi les livres et revues lorsqu'elles existent. Or, précisément, *Math-Ecole* existe et souhaite être une de ces - bonnes - lectures pour tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques. C'est en ce sens qu'elle est **une revue pour des professionnels de l'enseignement des mathématiques.**

Dans *Math-Ecole* on trouve, pour chaque degré d'enseignement, de la maternelle au secondaire :

- des comptes rendus et propositions d'activités pour la classe,
- des problèmes et jeux,
- des notes de lecture,
- des suggestions d'évaluation des connaissances des élèves,
- des éléments d'histoire des mathématiques,
- des articles de didactique,
- des actualités : expositions, congrès et rencontres, cours de formation continue, concours de mathématiques, etc.
- des reflets sur la mise en pratique de l'outil informatique au service de l'enseignement des mathématiques,
- des réflexions pédagogiques,
- etc.

Abonnement annuel (5 numéros):

Suisse: CHF 30.- compte de chèque postal 12-4983-8

Etranger: CHF 35.- par mandat ou virement postal international au compte 12-4983-8

Prix au numéro : CHF 7.-

anciens numéros : CHF 3.- / pièce (n°136, 152 et 153 épuisés)

Abonnements collectifs (livraison à une même adresse) :

de 5 à 9 CHF 22.- par abonnement

de 10 à 50 CHF 20.- par abonnement

(Tarifs particuliers pour des commandes collectives supérieures, sur demande.)

Pour toute correspondance ou information :

Rédaction de **Math-Ecole**, Case postale 54, 2007 Neuchâtel 7,

par courrier électronique E-mail : francois.jaquet@irdp.unine.ch

ou par INTERNET : <http://www.unine.ch/irdp/math-eco/>

(Bulletin de commandes et d'abonnement en page 3 de couverture.)

Adresse

Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration

Institut de Recherche
et de Documentation Pédagogique
Fbg de l'Hôpital 43, CP 54
CH - 2007 Neuchâtel 7
Tél. (032) 889 8603
(de 14h à 17h 30, ma, me, je, ve)
ou (032) 889 8609
Fax (032) 889 6971

Fondateur

Samuel Roller

Rédacteur responsable

François Jaquet

Comité

Michel Brêchet
Jacques-André Calame
Michel Chastellain
Roger Délez
Rachel Habegger
Denis Odiet
Luc-Olivier Pochon
Alain Ramelet
Hervé Schild
Martine Simonet
Mireille Snoecks
Janine Worpe

Imprimerie

Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 322 14 60
Fax (027) 322 84 09

Couverture

spirale de carrés ayant pour côté les
nombres de la suite de Fibonacci

Graphisme et mise en page

Mathieu Chastellain

Sommaire

EDITORIAL :

Luc-Olivier Pochon 2

Mettre en place une situation ludique d'apprentissages des mathématiques, une activité qui se prépare !

Pierre Stegen et Annick Sacré 5

Calculette : coucou, la revoilà !

Jean-Michel Favre 10

Mein Tausenderbuch

Janine Cosandey 21

8e Rallye Mathématique Transalpin

Epreuve II 23

LA SCOPA

Découverte d'un jeu de cartes italien dans une classe de 3e

Yolanda Campa 27

De l'analyse a priori à la régulation

Lucie Mottier Lopez 32

Courrier des lecteurs

43

Notes de lecture

44

Editorial

Calculatrices et moyens d'enseignement

Luc-Olivier Pachon, IRDP

Les nouveaux moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 sont arrivés. Les calculatrices nouvelles arrivent également. De manière un peu artificielle, il est possible de faire des parallèles entre ces deux événements.

L'apparence : les nouveaux moyens d'enseignement sont colorés, illustrés de façon plaisante, d'un graphisme moderne. Les nouvelles calculatrices ont dépassé le stade un peu austère de l'instrument de pur calcul. Elles sont colorées, leur ligne s'est profilée, la zone d'affichage est plus importante, le « toucher » amélioré. Les réalisateurs tentent de faire des outils qui au-delà de leur fonction sont des objets séduisants.

L'aspect didactique : l'usage de la calculatrice est mentionné dans le livre du maître¹ et quelques rares activités s'y rapportent dans le livre de l'élève.

De leur côté, les constructeurs des calculatrices ont modifié certaines fonctions pour les rendre plus proches des notions mathématiques. Ainsi la touche [=] conduit à l'affichage d'une parenthèse sans effectuer un calcul partiel. Le calcul s'effectuera ultérieurement lors de l'activation de la touche [=] qui, elle-même, est peu à peu complétée ou remplacée par la touche [enter]. De façon plus générale, l'écran affiche les opérations sous forme symbolique avant d'effectuer les calculs. Un « éditeur » permet de revenir sur

d'anciennes formules et de les modifier. Autre fonction symbolique ajoutée : le calcul avec des fractions. Par ailleurs, plusieurs calculatrices offrent également la possibilité de réaliser des « quizz » de calculs.

Un rapprochement apparaît donc entre moyens de calcul et moyens d'enseignement. Toutefois si le livre du maître et les fascicules de l'élève font partie du matériel officiel, les calculatrices ne sont pas fournies. Il s'agit donc plus de l'indication d'une ouverture possible que d'une incitation forte à l'introduction de la calculette.

L'aspect culturel : les nouveaux moyens de mathématique font largement recours aux théories du socio-constructivisme. Cette théorie largement élaborée à partir des travaux du psychologue russe Vygotsky met l'accent sur les apprentissages issus de l'interaction entre les élèves. Il ne faut cependant pas perdre de vue que ce nouveau paradigme pédagogique inclut également la transmission de connaissances et de techniques construites par la société. Pour reprendre l'expression utilisée par J.S. Bruner dans le titre d'un de ses ouvrages : « la culture donne la forme à l'esprit ».

Les calculettes sont le fruit d'une longue élaboration liée à de nombreux acquis. Par exemple : le mécanisme des reports introduit par Wilhelm Shickard en 1623 dans son « horloge à calcul » et Blaise Pascal en 1642 avec la Pascaline, l'introduction du clavier numérique sous l'influence de la machine à écrire (un peu avant 1900), le passage au clavier réduit (les premières machines à clavier avaient une touche pour le 1, une pour le 10, une pour le 100, etc.).

Plusieurs fonctions acquises au fil des ans pour les calculatrices de bureau ont été ajoutées à la calculette : possibilité d'enchaîne-

¹ Danalet, C., Dumas, J.P., Studer, C., Villars-Kneubühler, F. (1999). Mathématiques 4, livre du maître. COROME, p. 165, 122-123

ment des opérations (usage de la mémoire), la correction d'erreurs de frappe d'une touche, la possibilité de visualiser l'ensemble d'un calcul (ce qui est réalisé classiquement grâce à l'adjonction d'une « imprimante » ; les plus larges zones d'affichage des calculettes modernes peuvent remplir cette fonction). Toutes ces fonctions ont modifié les habitudes de travail et sont à la base des méthodes de gestion actuelles².

En bref les calculettes sont des concentrés de culture mathématique et technique. Elles pourraient servir de points de départ à de nombreux types d'activités.

En définitive, cette rapide mise en relation montre que la calculatrice pourrait mériter un peu plus d'attention que l'accueil assez tiède qui lui est réservé dans le monde de l'éducation. Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour expliquer cette attitude :

Un vague parfum d'interdit : notre société a toujours répugné à mêler les choses de l'esprit aux objets matériels. Galilée (*La Mécanique*, 1593) et Bacon, trente ans plus tard (*Novum Organum*, 1620), tentent de montrer que « l'action des machines n'est pas une action contre la Nature et que leur création doit être tolérée par les Lois divines ». Pascal de son côté aborde évidemment ce problème : « la machine arithmétique fait des effets qui approchent plus de la pensée que tout ce que font les animaux ; mais elle ne fait rien qui puisse faire dire qu'elle a de la volonté, comme les animaux »³. Resterait-il dans notre culture des relents de cette longue quête du lieu de partage entre le corps et l'esprit ?

Un oreiller de paresse pour l'enseignant : en introduisant des calculatrices à l'école, les enseignants n'auraient plus la tâche d'inculquer les bases du calcul aux enfants. Évidemment cette réaction ne tient pas compte du fait que l'introduction de matériel a plutôt tendance à compliquer la tâche des éducateurs. Ceci aussi bien dans la simple gestion du matériel que de l'organisation pratique des activités dans la classe.

Les enfants ne sauront plus calculer : une certaine dose d'agilité dans le calcul est évidemment nécessaire. Il n'est pas impossible qu'un usage immodéré et idiot de la calculatrice ait une influence néfaste à ce propos. Toutefois quelques études laissent à penser que les capacités à utiliser une calculatrice sont assez étroitement liées aux capacités de calcul. Elles demandent ensuite une certaine planification dans les calculs à effectuer (algorithme) et un regard critique sur le résultat obtenu. Les moyens d'enseignement sont d'ailleurs clairs à ce propos. Ils présentent la calculatrice comme un complément de l'activité mathématique et mettent en exergue plusieurs de ses vertus éducatives.

Il ne s'agit pas ici de juger si la relative tiédeur marquée par l'institution scolaire pour un usage de la calculatrice dans les premiers degrés de la scolarité est justifiée ou non. Malgré tout, il serait souhaitable qu'un réel débat puisse s'ouvrir à ce sujet qui permettrait de préciser différents points de vue, mettre en lumière les non-dits, les réticences inconscientes et les enthousiasmes excessifs et d'affirmer plus clairement une politique à long terme en ce qui concerne l'usage des moyens de calcul à l'école.

En France, une pétition circule parmi les enseignants contre la réduction des heures de mathématiques au secondaire suite à diverses déclarations du Ministre de l'Éducation nationale : « les maths sont en train de se dévaluer, de manière quasi inélucta-

² Le lecteur intéressé pourra consulter Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres*. Paris : Robert-Laffont, Bouquins.

³ Blaise Pascal, pensée 262 selon la notation de J. Chevalier. Œuvre complète. Édition de la Pléiade, 1954, p.1156

ble. Désormais, il y a des machines pour faire les calculs. Idem pour les constructions de courbes »⁴.

Cette avis concerne le degré secondaire (mais peut avoir des retombées en cascade) et provient d'une personne qui s'est toujours montrée critique envers l'enseignement des mathématiques. Il peut paraître extrême. Toutefois, il montre que le champ des opinions concernant le rapport entre calcula-

trice (et ordinateur), mathématique et enseignement est assez large.

Le débat serait donc intéressant. Il y a quelques années, il a été escamoté par l'arrivée (?) de l'ordinateur. Il est vrai qu'actuellement avec l'Internet ...

⁴ Propos tenus par Claude Allègre, en novembre 1999, rapportés dans « Le Monde » des 5-6 mars 2000.

Réponses aux problèmes de la première épreuve du 8e RMT (Math-Ecole 190, pp 20-26¹)

1. LA RONDE

Le dernier joueur qui s'est assis a dit 46. (Comme il y a 23 joueurs qui doivent s'asseoir pour qu'il n'en reste qu'un, il faut attendre que le 23e nombre pair soit prononcé.)

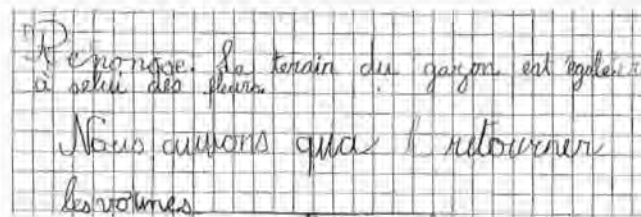
2. LA COUVERTURE D'ANNA

Les couleurs de bandes sont, à partir de l'un des bords : brun - rouge - orange - jaune - vert.

3. TAPIS CARRES

Il y a 6 tapis au minimum (1 de 12 x 12, 2 de 6 x 6, 3 de 4 x 4)

→



4. L'ABEILLE MATHÉMATIQUE

Il y a quatre possibilités d'atteindre 94 :

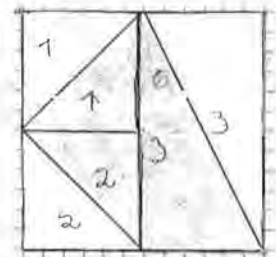
$87 + 7$; $61 + 26 + 7$; $43 + 26 + 25$; $35 + 30 + 29$.

5. COLLECTION DE BOITES (Cat. 3, 4)

Giulia peut former une pyramide de 6 boîtes (3 étages) et une autre de 21 boîtes (6 étages).

6. LE JARDIN DE MONSIEUR TORDU

Les deux parties sont de même aire. On peut l'expliquer par une décomposition du genre :



¹ Pour de plus amples renseignements, voir 8e RMT, Rapport sur l'épreuve I, résultats de Suisse romande, rapport qui peut être obtenu auprès de la rédaction de Math-Ecole (CHF 5.-port compris). D'autres développements seront encore publiés dans les prochains numéros.

Mettre en place une situation ludique d'apprentissages mathématiques, une activité qui se prépare !

Pierre Stegen et Annick Sacré,
Université de Liège¹

Lors de précédentes publications, nous avons insisté sur l'importance du travail didactique à mener dans le prolongement des activités que nous présentons². Nous allons cette fois centrer notre réflexion sur la phase de préparation. Plus précisément, nous réaliserons ce que les didacticiens appellent une *analyse a priori* de la situation que nous détaillerons. Ce terme technique désigne une analyse des conduites possibles des élèves confrontés à une situation-problème. Très concrètement, ce moment de préparation prend la forme d'une série de questions dont les réponses vont permettre à l'enseignant de faire des choix quant à l'organisation et la gestion de l'activité.

Un point de départ : LE " JEU DE LA CORNEILLE "

Pour illustrer nos réflexions, nous avons choisi une activité mathématique destinée aux élèves du cycle 5/8 (de 5 à 8 ans) : le " jeu de la corneille ". Ce dernier s'inspire d'un jeu de collaboration existant dans le commerce³. Il a été adapté et expérimenté lors d'un dispositif de formation-recherche mené avec les enseignants du cycle 5/8 de l'école communale de Harzé.

Présentation de l'activité

- But de l'activité : il s'agit de cueillir tous les fruits se trouvant sur les arbres du verger avant l'apparition de la corneille (reconstitution de son image) en construisant et/ou en utilisant sa connaissance des tables de multiplication



¹ Equipe de recherches en didactique des mathématiques et Service de Didactique générale.

² V. *Math-Ecole* 188, pp 42-44 *Le carré magique pour faire 10* et *Math-Ecole* 189, pp 20-23 *Du «carré magique pour faire 10» vers le «carré magique pour faire 1»*

³ *Le verger* Haba Editions

- Un plan de jeu : il est constitué de plusieurs arbres fruitiers et, en son centre, de l'image d'une corneille.
- Des "cartons-nombres" :

Nombre de cartons	Valeur du carton
1	2
2	4
2	6
2	8
1	9
2	10
3	12
1	14
2	15
2	16
2	18
2	20

- Des "cartons-fruits" :

Nombre de cartons	Valeur du carton	photo
10	2 pommes	
10	3 cerises	
10	4 noisettes	
8	5 bananes	
8	6 raisins	
6	8 groseilles	

- Des "cartons-oiseau" soit 6 pièces de puzzle pour reconstituer la corneille.
- Un déroulement :

Avant de commencer, les joueurs disposent sur les arbres tous les «cartons-fruits». Ils représentent les fruits à cueillir. Sur chaque arbre (et donc sur chaque «carton-fruit»), les fruits sont groupés d'une certaine manière : les pommes sont groupées par deux, les cerises par trois, les noisettes par quatre, les bananes par cinq, les raisins par six et les groseilles par huit. La pioche, placée à proximité du plan de jeu, est composée des «cartons-nombres» (divisibles par 2, 3, 4, 5, 6 ou 8) et de six «cartons-oiseau» représentant la corneille.

Pour vider les arbres de leurs fruits, les joueurs piochent, chacun à leur tour, une carte qui indique le nombre de fruits qu'ils peuvent cueillir. Au départ, le principe est simple : on ne peut prendre des fruits que sur un seul arbre. Ainsi, si l'enfant pioche un carton 12, il peut cueillir des fruits soit sur le pommier (groupés par deux), soit sur le cerisier (groupés par trois), soit sur le noisetier (groupés par quatre), soit sur la vigne (groupés par six).

Lorsqu'un des "cartons-oiseau" est pioché, cette pièce du puzzle est mise en place au centre du plan de jeu.

Les joueurs ont gagné (tous ensemble) s'ils arrivent à cueillir tous les fruits avant d'avoir déposé les six pièces du puzzle.

Les «cartons-fruits» permettent un dénombrement complet (un à un), un comptage (par 2, par 3, par 4, par 5, par 6 ou par 8) selon l'arbre fruitier sur lequel on choisit de cueillir les fruits ou la mobilisation des décompositions multiplicatives déjà mémorisées.

Des variantes possibles

La description du matériel faite ci-dessus est un exemple. Celui-ci peut être adapté aux compétences numériques des élèves. On peut ainsi avoir sur un arbre des fruits seuls (non groupés). Les "cartons-nombres" de la pioche peuvent se limiter à des petits nombres (jusque 6 ou 8) qui seront représentés par un schéma (traditionnel ou éclaté) plutôt que par leur écriture chiffrée. Pour réaliser le matériel de ce jeu, il faut être attentif au fait que la somme des "cartons-nombres" de la pioche soit supérieure à la somme des fruits représentés sur les «cartons-fruits». C'est en effet une manière de donner aux joueurs la chance de vider les arbres de leurs fruits et de gagner contre la corneille !

Questions posées lors d'une analyse a priori

La description de cette activité prend la forme d'un canevas général qu'il appartient à l'enseignant d'adapter en fonction de ses objectifs, de son mode habituel de gestion et de planification des apprentissages, des caractéristiques de ses élèves, de leur niveau de compétences vis-à-vis des contenus mis en jeu dans cette situation d'apprentissage, ...

Quel est le statut de l'activité ?

Une des premières questions à se poser concerne le statut à donner à cette activité. S'agit-il d'un point de départ pour construire de nouveaux apprentissages ou, au contraire, d'un point d'arrivée qui a pour objectif de familiariser les élèves avec des compétences déjà rencontrées ? En clair, est-ce une activité pour construire ou exercer des connaissances ?

Le "jeu de la corneille" avait été initialement prévu pour introduire, en cours de première année primaire, la multiplication

au départ d'un matériel concret permettant aux élèves de recourir au comptage en cas de difficultés (visualisation des fruits à cueillir). L'objectif était bien de construire de nouvelles compétences.

Nous avons observé d'autres possibilités d'utilisation de cette activité. A l'école de Harzé, ce jeu faisait partie des ateliers 5/8 (destinés aux élèves de 5 ans à 8 ans) qui prenaient place lors de la période d'accueil des élèves en début de journée. Durant ces ateliers, les élèves étaient autonomes et l'objectif était cette fois d'entraîner des compétences acquises précédemment.

L'analyse a priori d'une situation porte davantage sur la construction de nouvelles connaissances.

Quel sens l'élève va-t-il donner à cette activité ?

Cette seconde question renvoie à l'intérêt que l'élève va porter à cette activité et donc son degré d'investissement dans la tâche proposée. Dans le cadre du "jeu de la corneille", l'accent est mis sur le côté ludique d'un jeu de collaboration. Les élèves font bloc contre un "ennemi extérieur" (la corneille⁴). Il nous semble également intéressant de signaler que, dans ce cas-ci, l'intention d'enseignement n'est pas explicite aux yeux de l'élève. La situation est construite de manière à faire du savoir visé la stratégie optimale⁵. On peut également émettre

⁴ Ce jeu est présenté comme un jeu de collaboration mais est-ce vraiment le cas ?

⁵ Nous aurons l'occasion, dans une prochaine publication, de revenir sur ce point. Il est en effet très intéressant de construire de telles situations pour autant qu'elles se terminent par une phase de synthèse au cours de laquelle le savoir mis en jeu est identifié et nommé.

l'hypothèse que cet effacement temporaire du savoir est tout bénéfique pour des élèves ... en difficultés avec les apprentissages numériques.

Quelles sont les variables didactiques de la situation ?

Dans la situation décrite, ces variables sont notamment les nombres que les élèves piochent. Il appartient à l'enseignant de les modifier selon les objectifs poursuivis. Par exemple, la liste que nous proposons ne contient pas d'autres nombres premiers que 2, 3 et 5, qui appartiennent aux multiples envisagés par l'activité (multiples des valeurs des «cartons-fruits» : 2, 3, 4, 5, 6 et 8). C'est un choix ... mais rien n'empêche l'enseignant d'en introduire, après quelques parties, pour que les élèves prennent conscience du statut particulier de ces nombres qui ne sont divisibles que par un et par eux-mêmes.

Une autre variable didactique, sur laquelle l'enseignant va pouvoir jouer, concerne la technique de récolte des fruits. Dans la description de l'activité, nous proposons, dans un premier temps, d'imposer aux élèves de ne récolter les fruits que sur un seul arbre. Ce choix répond au souci de privilégier les structures multiplicatives. Lors de l'expérimentation de ce jeu, en réponse à des propositions d'élèves lors de la phase de synthèse, nous avons introduit la possibilité de cueillir sur deux arbres⁶. La modification de cette variable didactique a permis d'introduire des combinaisons de décompositions additives et multiplicatives qui ont abouti à des activités très intéressantes d'utilisation des parenthèses lors du passage à l'écriture de ces décompositions.

⁶ On peut évidemment permettre de cueillir des fruits sur plus de deux arbres mais ... dans ce cas, on passe à côté de l'objectif qui est de travailler sur les structures multiplicatives.

Quelle est la tâche de l'élève ?

Quelles sont les procédures que l'élève va utiliser pour cueillir les fruits ? Comme nous l'avons évoqué précédemment, cela dépendra bien évidemment des choix de variables didactiques opérés par l'enseignant. Progressivement, au fil des parties, l'enseignant va complexifier la situation en introduisant des nombres premiers et en autorisant la cueillette sur deux arbres différents. Quelle que soit la tâche de l'élève, il nous semble important de signaler que cette activité peut être autovalidée par les élèves sans devoir recourir au jugement de l'enseignant. En effet, le type de support choisi (les «cartons-fruits») permet aux élèves de vérifier eux-mêmes le résultat de leur cueillette. Le contrat classique qui assigne à l'élève d'effectuer une tâche et à l'enseignant de vérifier si elle est correcte est modifié. Dans ce cas, c'est la situation qui renvoie un feedback à l'élève sur la pertinence de son action. Nous aurons l'occasion de revenir sur cet aspect très important du contrat didactique qui tend à rendre l'élève davantage autonome.

Comment différencier la tâche en fonction des compétences individuelles des élèves ?

Cette question renvoie aussi bien aux éléments d'aide à fournir aux élèves en difficultés qu'aux activités de dépassement à prévoir avec des élèves plus rapides. Dans le cas présent, une manière de gérer l'hétérogénéité des apprenants passe sans doute par une gestion différenciée des variables didactiques. Comme nous l'avons déjà précisé, certains élèves peuvent ne récolter les cartons que sur un seul arbre à la fois tandis que d'autres peuvent combiner différentes possibilités. La taille des collections peut constituer un autre mode de gestion de l'hétérogénéité. Ainsi, les différents groupes d'élèves d'une classe peuvent jouer au « jeu de la corneille » selon des consignes adaptées à leur niveau de compétences.

Dans la description de l'activité, nous avons également évoqué une possibilité de variante ne faisant pas intervenir directement les structures multiplicatives. Cette formule peut constituer une entrée en matière pour des élèves en difficultés.

Quels sont les éléments prévisibles sur lesquels portera la synthèse finale et quelles sont les possibilités de prolongement ?

Au-delà de la situation de jeu, que doivent retenir les élèves ? Cette question renvoie à la phase de synthèse que nous avons déjà évoquée dans de précédentes publications. Pour rappel, nous suggérons d'organiser cette phase de structuration au départ des questions suivantes :

- Comment joue-t-on au " jeu de la corneille " ?
- Quelles sont les difficultés que vous avez rencontrées ?

- Quels sont les fruits que vous avez cueillis pour obtenir tel nombre ?

Au départ de cette dernière question, l'enseignant peut procéder à un travail de recherche de toutes les décompositions additives et/ou multiplicatives de " nombres riches " et ainsi faire le lien avec d'autres activités d'apprentissage.

Pour conclure provisoirement ...

Les quelques éléments d'une analyse a priori que nous avons évoqués démontrent l'importance du travail à mener en amont de la mise en place d'une situation d'apprentissage. Parmi tous ces éléments, le concept de variable didactique nous paraît central dans la mesure où les choix effectués vont permettre des partitions différentes au départ d'une trame commune. Enfin, il met en évidence l'autonomie dont disposent les enseignants dans la mise en œuvre des situations que nous leur proposons.

Réponses aux problèmes de la première épreuve du 8e RMT (suite)

7. LA FAMILLE

C'est dans 41 ans que la somme des âges des parents sera égale à celle des enfants.
 $(71 + 69 = 48 + 47 + 45 = 140)$

8. LE MARCHAND DE SOIE

Voici une réponse d'une classe de 4e :

Carrosse/marchand		Carrosse (T)	
1 jour	30 lieues	1 jour	20 lieues
2 jours	60 lieues	2 jours	40 lieues
3 jours	90 lieues	3 jours	60 lieues
4 jours	120 lieues	4 jours	80 lieues

Le marchand part au même temps que le carrosse. Le carrosse fait vingt lieues par jours et le marchand fait dix lieues par jours. Le carrosse retrouve le marchand au bout de quatre jours et le carrosse a parcouru 80 lieues. 4 jours et le carrosse retrouve au station donc 4 jours plus 4 jours = 8 jours. Voilà tout. Il est arrivé au château au bout de huit jours.

Utiliser la calcullette à l'école primaire : oui, mais...²

Dans son livre intitulé «Pourquoi des mathématiques à l'école ?» (1996), Roland Charnay consacre un chapitre (pp.113-118) à la nécessité de «faire entrer» la calcullette à l'école, malgré les résistances que son usage peut faire naître chez bon nombre d'enseignants, qui plus est, selon cet auteur, chez les enseignants du primaire. Cette volonté n'est pourtant pas nouvelle, puisque Nadia Guillet et Gérard Charrière, dans un article de *Math-Ecole* de 1979, évoquaient déjà les nombreuses possibilités de recherche et d'exploitation que cet outil de calcul pouvait permettre en classe, je cite :

- attire et stimule l'intérêt des élèves (...);
- permet de démystifier le pouvoir de la machine (...);
- favorise l'esprit de recherche (...);
- rend nécessaire et développe des qualités d'organisation et de rigueur (...);
- exerce paradoxalement le calcul mental et le calcul écrit (...);

¹ Tout au long du texte on considérera le terme «calcullette» comme synonyme du terme «calculatrice» et réciproquement.

² Le titre de cette première partie s'inspire de l'article de Gérard Charrière et Nadia Guillet intitulé : «Calculatrices à l'école primaire : oui, mais...», cité juste après.

- consolide des notions spécifiques (...);
- fournit rapidement une moisson de données permettant une réflexion enrichissante libérée des contraintes du calcul manuel (...);
- apporte aux élèves moins habiles (enfin!) les joies de la recherche et de la découverte dans le domaine des nombres (...);
- ne dispense pas les enfants de savoir faire et d'utiliser à bon escient les opérations arithmétiques (...) (pp. 27-28).

Dans un second article, et toujours dans *Math-Ecole* (1980), Nadia Guillet proposera d'ailleurs diverses activités à l'intention des élèves de sixième, susceptibles de venir étayer ces affirmations. Quelques années plus tard, Luc-Olivier Pochon et Jean-François Perret (1988) auront également l'occasion de rendre compte d'autres expérimentations menées avec une calcullette auprès d'élèves de cinquième année, lesquelles aboutiront cette fois-ci à des conclusions certes plus nuancées, mais loin d'être fondamentalement négatives, quant à ses possibilités d'exploitation en classe.

Dans l'enseignement spécialisé, Véronique Guggisberg (1990) a accompli tout un travail de recherche concernant l'usage de la calculatrice avec des enfants handicapés, alors que j'ai moi-même essayé de témoigner des différents rôles que la calcullette avait pu prendre auprès des élèves de ma classe spécialisée, à l'occasion d'une expérience d'enseignement du concept de multiplication (Favre, 1993)³.

³ On peut encore mentionner le travail de José Vesin (1987) : «La calculatrice, outil pédagogique, opérations.», disponible au Séminaire Cantonal de l'Enseignement Spécialisé à Lausanne.

Dès lors, et en regard de ce qui précède, il devient légitime de s'interroger sur les difficultés qu'éprouve la calcullette et ce, en dépit d'une diffusion sociale de plus en plus importante, à s'implanter de façon stable et durable à l'école primaire. A ce titre, Eric Bruillard (1993) ébauche une hypothèse. A partir d'une enquête menée auprès d'enseignants en formation initiale et continue, il en vient à illustrer la pensée des détracteurs de l'usage des calcullettes dans l'éducation par le syllogisme suivant, je cite :

1. *Les élèves ne savent plus calculer.*
2. *Or, ils font un usage abusif des calcullettes.*
3. *Donc, les calcullettes sont responsables de la maîtrise insuffisantes des élèves au niveau du calcul ou, d'une manière plus faible, constituent un obstacle à la maîtrise des calculs (p.70).*

Ainsi, à en croire les propos d'Eric Bruillard, l'utilisation de la calcullette à l'école primaire fait l'objet d'une importante controverse, en ce sens que pour bien des enseignants (et peut-être aussi pour bon nombre de parents), elle risque de venir «péjorer» le «savoir calculer» des élèves que d'aucuns décrivent, même si cette opinion très courue reste essentiellement subjective, en constante décrépitude. A cela, viennent encore s'ajouter, toujours selon l'enquête menée par Bruillard, deux types d'arguments fréquemment cités par les enseignants interrogés, à savoir :

- l'aspect «non concret» de la calcullette du fait que celle-ci ne montre pas comment elle procède pour calculer et donc n'aide en rien à la maîtrise de la numération;
- «une opinion de nature globale (...) dans la croyance à l'incapacité globale du sys-

tème à prendre en compte valablement ces outils» (p.71).

La calcullette dans les nouveaux moyens mathématiques 1P-4P.

En Suisse Romande, on pourrait aujourd'hui penser que, par l'entremise des nouveaux moyens mathématiques 1P-4P, la calcullette devrait peu à peu parvenir à s'intégrer dans l'enseignement des mathématiques dispensé aux élèves des classes primaires, tant il est vrai que les auteurs de ces moyens l'ont incluse dès la première année primaire parmi les outils de calcul à mettre à la disposition des élèves.

Ceci dit, il est toutefois intéressant de constater que les calcullettes, en dépit d'un actuel prix à l'unité des plus modestes, ne font pas partie des pourtant fort imposants moyens matériels qui accompagnent le livre du maître et le fichier de l'élève (Ging, Sauthier & Stierli, 1996 et 1997) et que ces derniers ne contiennent en outre aucune indication, ni activité spécifique consacrées à son introduction en classe : seul un commentaire dans le livre du maître, pour le moins laconique, indique que : «toutes les activités de ce module (des problèmes pour connaître l'addition) peuvent servir à l'introduction de cet outil.» (p.225 du livre du maître pour les moyens 1P et p. 265 pour les moyens 2P)⁴.

Or, lorsque l'on apprend à connaître les subtilités nécessaires à une relative maîtrise de cet outil, ainsi que l'hétérogénéité des conduites que son introduction auprès des élè-

⁴ On trouve en revanche quelques indications plus développées dans les commentaires didactiques qui accompagnent ces moyens d'enseignement (Gagnebin, Guignard & Jaquet, 1997) sur lesquels je reviendrai par la suite, mais encore faut-il que les enseignants pensent à s'y référer.

ves est susceptibles de générer⁵, il est fort étonnant que des auteurs, par ailleurs très soucieux du détail dans la description de la grande majorité des activités qu'ils proposent de soumettre aux élèves, restent à ce propos si évasifs. Est-ce à dire que la controverse évoquée par Bruillard va jusqu'à «trouver une niche» dans les nouveaux moyens ? En tous les cas, quiconque aurait sciemment cherché à entretenir une telle controverse dans l'esprit des enseignants, n'aurait sans doute pas agi différemment. Et dès lors l'on peut penser que, soit ces derniers vont essayer d'intégrer la calculette dans leur enseignement et seront par conséquent amenés à inventer des activités à faire sur ou à partir de la calculette, soit celle-ci se verra, par méfiance ou par défaut, refuser encore une fois son entrée en classe.

Que peut-on bien faire faire aux élèves avec une calculette à l'école ?

Dans la vie courante, on utilise avant tout la calculette pour calculer et pour vérifier (ou contrôler). Dans ces deux fonctions (et pour ceux qui l'utilisent évidemment), elle opère donc bel et bien comme un substitut plus efficace (dans le cas du calcul) ou plus fiable (dans le cas de la vérification ou du contrôle) à d'autres outils tels que le calcul oral (ou réfléchi) ou les opérations écrites (algo-

rithmes de calcul). En ce sens, l'on peut donc mieux comprendre les craintes suscitées par son usage à l'école que révèle le syllogisme de Bruillard, à savoir que si l'on en fait un outil de calcul plus efficace et plus fiable que les techniques habituelles, on est fort justement en droit de se demander à quoi peut encore bien servir l'enseignement de ces techniques, qui plus est lorsque l'on connaît l'imposant temps scolaire qui est consacré à leur enseignement et à leur apprentissage.

Ce n'est évidemment pas le lieu que de débattre ici de cette importante question, mais il est bien clair que tant que la maîtrise du calcul oral et des algorithmes de calcul restera l'un des objectifs prioritaires du programme de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et que la calculette n'y sera envisagée que pour calculer et pour vérifier, les outils de calculs et la calculette resteront concurrentiels, la seconde faisant inévitablement les frais de l'aura très affirmée, car culturellement très partagée, des premiers.

Est-il donc possible de faire d'autres usages de la calculette à l'école ? Roland Charnay (1993-1994 et 1996) propose quelque chose de sensiblement différent pour l'enseignement de la soustraction et de la multiplication (et plus généralement des quatre opérations). Selon lui, c'est avant que les élèves ne maîtrisent une technique de résolution d'une opération (par oral ou par écrit) qu'il faut mettre une calculette à la disposition des élèves pour résoudre des problèmes. De cette manière, le recours à la calculette permet alors de lever l'un des paradoxes importants de l'enseignement d'une nouvelle opération :

Lorsque l'on aborde une opération nouvelle comme la multiplication (...), la situation de l'enseignant et de l'élève est paradoxale. L'élève n'a alors pas les moyens de déterminer, seul, le résultat d'un calcul comme 27×32 . On est donc tenté de lui proposer

⁵ En début d'année, un élève de ma classe à qui je demandais de vérifier sur la calculette le résultat 10 qu'il avait trouvé par comptage au calcul $4 + 5 =$, a confirmé ce résultat en tapant $4 + 5 = 10$ et en voyant bel et bien s'afficher 10. Un autre élève qui essayait de procéder à l'addition des nombres de 1 à 9 s'est retrouvé très interrogatif face à l'impossibilité, après avoir tapé 1 2 3 4 5 6 7 8, d'afficher encore 9, tandis que son voisin de table ne savait trop comment poursuivre, après avoir tapé 1, devant ce fichu signe + qui, malgré des tentatives répétées, refusaient encore et toujours d'apparaître sur le cadran. Je pourrais sans peine multiplier les exemples de ce type.

des problèmes très simples comme de trouver le nombre de timbres contenus dans trois pochettes de cinq timbres chacune.

Mais justement, pour résoudre ce problème la multiplication n'est pas indispensable; l'addition suffit. Il faudrait pouvoir proposer de chercher combien de timbres il y a dans 27 pochettes de 32 timbres chacune... car, pour ce problème, la multiplication est beaucoup plus performante que la seule addition... à condition de disposer d'un moyen de calcul efficace : L'utilisation de la calculatrice permet de lever le paradoxe (1996, p.115)⁶.

Cependant l'on voit bien que, même si l'on adhère aux propositions de Charnay ⁷, on va là encore se heurter au risque de venir péjorer le savoir-calculer des élèves : pourquoi en effet après coup, alors que les élèves peuvent résoudre des calculs à l'aide de la calculatrice en viendraient-ils à apprendre d'autres techniques moins efficaces et moins fiables? C'est d'ailleurs bien ce qui amène Charnay, juste après son élégante proposition d'utilisation de la calculatrice dans l'enseignement de la multiplication, à énon-

cer l'argument massue (mais au demeurant bien moins convaincant que les propos qui précèdent) suivant:

(...) l'expérience suivie sur toute sa scolarité, par plusieurs cohortes d'élèves, a également montré que la présence de la calculatrice ne dissuadait pas les élèves d'apprendre à calculer et que apprendre à faire soi-même ce que la machine sait faire est un enjeu qu'il est tout à fait possible de faire partager à ses élèves(...) (1996, p.115).

Par ailleurs, un autre argument évoqué contre cette manière d'utiliser la calculatrice, qui rejoint du reste celui de l'aspect «non-concret» de la calculatrice mentionné par Bruillard, relève d'un risque de déperdition du sens de l'opération. Ainsi, pour certains enseignants, le passage d'un milieu «problème» vers un milieu «purement numérique» (symbolique) ne semble pas garantir que l'élève conserve les liens entre l'opération conceptuelle imaginée et l'opération numérique effectuée sur la calculatrice. Notons cependant que si la préservation de ces supposés liens n'est pas non plus garantie lors-

⁶ Une autre façon de lever un tel paradoxe est naturellement de venir enseigner une technique opératoire avant de proposer des problèmes dans laquelle on va pouvoir l'utiliser; et c'est peut-être bien là l'une des causes qui voulait qu'en classe, tout au moins avant la mise en oeuvre des nouveaux moyens mathématiques, on enseigne les livrets à partir du comptage par n, avant de proposer aux élèves les activités consacrées à l'enseignement du concept de multiplication.

⁷ Il est en effet possible d'émettre certaines réserves à l'égard du raisonnement établi par Charnay, en ce sens qu'il serait nécessaire de préciser de quelle «multiplication» on parle. S'agit-il du concept, de l'écriture ou de la technique ? On peut penser qu'un élève qui est parvenu à poser une opération telle que $5 + 5 + 5 = \dots$ en contrôlant le nombre de 5 (et a fortiori une opération telle que $32 + 32$

⁷ $+ 32 + 32 + \dots$, où l'on répète 27 fois le terme 32) a sans doute déjà élaboré une partie du concept de multiplication et que, dans les deux cas, ce n'est qu'au niveau de l'écriture (du signifiant et non du signifié pour reprendre la terminologie de Gérard Vergnaud (1991)) qu'il prend la forme d'une addition. La supposée performance de la multiplication vis-à-vis de l'addition s'en trouve donc considérablement réduite, puisqu'elle ne porte plus dès lors que sur une différence de longueur d'écriture. De plus, en ce qui concerne l'aspect technique, s'il ne fait aucun doute qu'il s'avère bien plus économique de «taper» $27 \times 32 = \dots$ sur la calculatrice que $32 + 32 + 32 + 32 + \dots$ vingt-sept fois, il est en revanche bien moins certain qu'il en aille de même au sujet des opérations écrites, surtout du point de vue de l'élève qui maîtrise l'une et qui a encore tout à apprendre de l'autre...

qu'un élève recourt à un algorithme de calcul, la calculette semble ici stigmatiser des craintes, à savoir que les élèves risquent de prendre des nombres et d'en faire des calculs qui ne signifient rien pour eux et qui n'ont plus rien à voir avec le problème posé.

Une calculette comme machine à faire vivre des problèmes.

Alors que peut-on faire? Un autre usage pourrait consister à envisager la calculette comme un objet de curiosité et qui, parce qu'elle est susceptible de provoquer des questions et des étonnements chez celui qui l'emploie, peut s'avérer un excellent support pour faire vivre des problèmes. Certaines propositions de Guillet (1980) allaient d'ailleurs déjà dans ce sens, j'en évoque quelques-unes :

- l'opération $123456 \times 123456 =$ n'a pas de solution sur une calculette; peut-on trouver un moyen de l'obtenir avec la calculette ?
- certaines divisions donnent des nombres avec des chiffres qui se répètent une fois comme $1 : 3 = 0,3333333$; d'autres deux fois comme $5 : 11 = 0,4545454$; peut-on en trouver d'autres ?
- sur une calculette, on peut écrire des mots comme BOL avec des chiffres; peut-on écrire d'autres mots ?

Plus récemment, d'autres auteurs, comme Dominique Valentin et Mireille Guilleraut (1994-1995), proposent certaines activités «où l'on n'utilise pas la calculette comme d'habitude», je cite, par exemple : «Un enfant voulait taper 785 sur sa calculette; il s'est trompé, il a déjà tapé 725. Comment peut-il se corriger pour avoir 785 sans effacer ce qui est déjà tapé ? (p.18)».

Quant aux nouveaux moyens romands 1P-4P, les commentaires didactiques, déjà cités précédemment, parlent à ce titre de la

calculette comme «source de nombreux défis ou d'énigmes», en donnant notamment les exemples suivants : «comment afficher le nombre 99, en un minimum de touches, sans utiliser de touches-chiffres autres que la touche 1 ? y a-t-il une touche «constante»? dans quel ordre la machine fait-elle les opérations? quand affiche-t-elle le message «erreur»? jusqu'où sait-elle compter ou écrire les nombres ?, etc.»

Pour ma part, je me suis retrouvé il y a peu, dans une situation qui m'a beaucoup intéressé (pour ne pas dire enthousiasmé), au sujet de la touche $\sqrt{}$ (racine carrée) qui, j'ai déjà eu l'occasion de le constater à plusieurs reprises, intrigue beaucoup les enfants. Et c'est ce dont j'aimerais maintenant faire part⁹.

$\sqrt{}$, qui es-tu ? que fais-tu ?

Cela s'est passé une après-midi du mois de septembre, chez des amis, juste après avoir dîné d'une platée de spaghettis aux champignons cueillis la veille. Les cafés venaient d'être servis, les enfants jouaient au salon, tandis que la discussion entre les adultes était très animée. C'est alors que Na, accompagnée de l'une de ses amies, s'est approchée de la table où nous nous trouvions, une calculette à la main, et qu'elle est venue s'asseoir à côté de moi sur un tabouret laissé libre au départ des autres enfants, juste après le dessert. Sans se soucier de

⁹ Il faut naturellement penser que c'est assez librement reconstitué. Du fait du contexte dans lequel je me trouvais, je n'avais naturellement pas de papier pour noter tout ce qui se passait : il manque donc inévitablement certaines choses, certaines parties du dialogue ne sont peut-être pas entièrement fidèles, certains faits rapportés sont peut-être inexacts. Pourtant, ce n'est pas tant ici la précision du récit qui me paraît importante, que l'enchaînement des événements qui le composent.

ma soudaine curiosité éveillée par son intérêt pour cet instrument de calcul, Na s'est mise à «pianoter» quelques instants, sans que je ne puisse pour autant apercevoir ce qu'elle y faisait. Au bout d'un moment, et suffisamment discrètement pour ne pas couper court à la discussion des adultes, j'ai alors demandé à Na de me prêter sa calculatrice et lui ai dit :

JM : – t'as vu là (je lui montre ce que je tape sur la calculatrice), si j'appuie sur quatre, puis après sur ça ($\sqrt{\quad}$), ça fait deux (le 2 apparaît sur le cadran)

Na : – ah ouais (me répond-elle immédiatement en reprenant la calculatrice), puis si je mets six, ça va faire trois (elle tape 6, puis $\sqrt{\quad}$ et à son grand étonnement ne trouve pas 3) ah non (elle essaie à nouveau 6 et $\sqrt{\quad}$ à deux reprises, mais ne trouve toujours pas 3) ben comment tu fais ?

JM : – ben, tu vois, pour faire trois avec cette touche ($\sqrt{\quad}$), il faut appuyer 9 et puis ça ($\sqrt{\quad}$) (je lui montre à nouveau ce que je tape sur la calculatrice)

Na : – ah ouais

JM : – tu crois que tu arriverais à trouver pour faire quatre ?

Na : – ouais (après avoir repris la calculatrice, elle tape 4, puis $\sqrt{\quad}$ et trouve 2) voilà

JM : – non, pour faire apparaître quatre après avoir tapé sur cette touche ($\sqrt{\quad}$)

Na : – (elle procède à de nombreux essais, sans succès cependant)

JM : – (je reprends la calculatrice et lui montre 16 $\sqrt{\quad}$ qui donnent 4) et puis cinq ?

Na : – (elle compte sur ses doigts) ah ouais ça je sais, c'est vingt-cinq (elle tape 25, puis $\sqrt{\quad}$ et le 5 s'affiche; grand sourire de Na) ça

c'était facile, seize plus neuf, ça fait vingt-cinq

JM : – ouah (je m'exclame) et pour six alors

Na : – ben (elle compte à nouveau sur ses doigts) trente-quatre (elle appuie 34, puis $\sqrt{\quad}$, mais à sa grande surprise ce n'est pas 6 qui apparaît) ah non, mais comment tu fais, comment tu fais (me demande-t-elle avec insistance, après avoir jeté la calculatrice sur la table)

JM : – essaie encore

Na : (elle reprend la calculatrice et après de nombreux essais parvient à 36 $\sqrt{\quad}$ qui donnent 6; nouveau sourire de Na)

JM : – alors tu vois que tu y arrives, et pour sept ?

Na : – (presque instantanément) ah oui, j'ai pigé, vingt-cinq, trente-six, quarante-sept (elle appuie 47, puis $\sqrt{\quad}$, mais encore une fois, ce n'est pas le nombre prévu qui apparaît) oh non, ça joue pas (elle essaie à nouveau avec des tas d'autres nombres, mais sans aboutir à 49)

JM : – (je reprends la calculatrice) tu vois, tu n'étais pas très loin avec ton quarante-sept, c'était quarante-neuf (je tape, en lui montrant 49, puis $\sqrt{\quad}$ sur la calculatrice); tu crois que tu arriverais pour huit

Na : – (elle fait à nouveau de nombreux essais avec des nombres toujours supérieurs à 49 et toujours inférieurs à 100, et tantôt supérieurs et tantôt inférieurs à 64)

JM : – t'as vu, celui-là il commence bien par huit (je lui indique le premier chiffre du nombre affiché sur la calculatrice) et celui d'avant il commençait par 7

Na : – (elle ne dit rien, procède à d'autres essais et finit par se décourager)

JM : – là non plus, tu n'étais pas très loin, c'était soixante-quatre (je tipe, en lui montrant, 64, puis $\sqrt{\quad}$ sur la calculette)

Na : – mais comment tu fais, tu me dis comment tu fais ?

JM : – attends, je vais te montrer quelque chose, tu vois, si j'affiche cent

Na : – (elle me prend la calculette des mains et appuie sur $\sqrt{\quad}$) dix

JM : – alors peut-être que tu peux trouver pour neuf ?

Na : – (elle fait plusieurs essais avec des nombres de 80 à 89, puis s'arrête sans avoir trouvé 81)

JM : – attends je vais te montrer (je tipe 81)

Na : – eh, c'est pas possible, y a jamais eu de un

JM : – (j'appuie sur $\sqrt{\quad}$ et le 9 apparaît) attends je vais encore te montrer autre chose (je tipe, en lui montrant, 1, puis $\sqrt{\quad}$ sur la calculette) tu vois là y a aussi un

Na : – ah ouais

JM : – à propos, tu te souviens encore comment on pouvait faire deux, trois, quatre, cinq en appuyant sur cette touche ($\sqrt{\quad}$)

Na : – ben euh (elle retrouve 4, 9, 16, 25 et 36 et les tipe à chaque fois sur la calculette, suivi de la touche $\sqrt{\quad}$ pour vérifier)

JM : – ouah (je m'exclame encore) ben tu pourras peut-être montrer ça à tes copains d'école

Na : (elle sourit en hochant la tête pour dire non)

C'est alors que ma fille vient interrompre

notre conversation, en me demandant de venir m'asseoir sur le canapé du salon pour lui lire une histoire; nous allons donc nous y installer, tandis que Na reste à sa place, la calculette toujours entre ses mains; je viens de débiter ma lecture, quand j'entends soudain l'un des adultes assis près de Na lui dire :

X : – t'as pas vu ce qu'il voulait te faire faire; t'as qu'à faire deux fois deux, et ça fait quatre; trois fois trois, et ça fait neuf, quatre fois quatre, et ça fait seize

Na : – (Na court alors vers moi) eh, j'ai compris, pourquoi tu m'as pas dit que c'étaient des fois (x) et pas des plus (+), c'est des fois, c'est des livrets, c'est facile

JM : – (je souris et interromps ma lecture) ben alors tu arriverais peut-être pour onze ?

Na : – oui, euh onze, onze fois onze, ça fait combien onze fois onze ? cent vingt ?

JM : – ben, va vérifier (je reprends et poursuis ma lecture)

Na : – (elle retourne vers la table, tipe (j'imagine, car je n'ai pu le voir) 120, puis $\sqrt{\quad}$ sur la calculette, puis revient vers moi avec la calculette) non, ça va pas

JM : – (j'interromps encore ma lecture) écoute, c'est sans doute parce que onze fois onze ça fait pas cent vingt (je prends la calculette et tipe, en lui montrant, $11 \times 11 =$ qui donnent 121, puis $\sqrt{\quad}$ qui donne 11) tu vois, ça devait être ça

Na : – (elle prend la calculette, tipe 121, puis $\sqrt{\quad}$ et trouve 11) ah ouais

JM : – alors peut-être que maintenant tu arriverais pour trente-cinq ?

Na : – ben non

JM : – alors attends je vais te montrer (je prends la calculette et tipe, en lui montrant, $35 \times 35 =$ qui donnent 1225, puis $\sqrt{\quad}$ qui donne 35), voilà

Na : – ah ouais, c'est facile, c'était quoi déjà? mille deux cent vingt-cinq? (elle tipe 12225, en prononçant mille - deux - cent - vingt - cinq, puis $\sqrt{\quad}$ et encore une fois à sa grande surprise, elle ne trouve pas le nombre prévu)

JM : (je lui remontre une fois 1225, puis $\sqrt{\quad}$ qui donne 35)

Na : (elle tipe à nouveau 12225, puis $\sqrt{\quad}$)

JM : (je lui remontre une fois 1225, puis $\sqrt{\quad}$ qui donne 35)

Na : (elle tipe à nouveau 12225, puis $\sqrt{\quad}$)

JM : (je lui remontre une fois 1225, puis $\sqrt{\quad}$ qui donne 35)

Na : – ah je crois que j'ai mis un petit deux en trop (elle tipe 1225, puis $\sqrt{\quad}$ et trouve 35) voilà (elle s'en va avec la calculette)

JM : (je reprends ma lecture)

Un peu plus tard dans l'après-midi, Na revient vers moi et me demande :

Na : eh, c'était pour des quelles années ce qu'on a fait sur la calculette?

JM : oh je ne sais pas trop, pour des 6 ou 7ème peut-être, pourquoi?

Na : oh pour rien

FIN

Quelques commentaires.

Je ne vais bien évidemment pas procéder maintenant à une analyse détaillée de l'échange que j'ai pu entretenir avec Na à partir d'une calculette, mais plutôt essayer

d'en extraire certains éléments qui, à mon sens, fondent le fait que cet échange ait non seulement pu avoir lieu, mais surtout pu durer, alors qu'il y avait tant d'autres choses bien plus passionnantes à faire en cet après-midi de début d'automne.

En premier lieu, il est intéressant de constater que notre interaction débute à partir de quelque chose qui pourrait être a priori considéré comme très abstrait (a fortiori pour une enfant de dix ans) : un simple signe $\sqrt{\quad}$ dessiné sur une touche de la calculette que Na a certes peut-être déjà manipulée, mais dont manifestement elle ne connaît pas la signification exacte. Cependant, l'on voit très bien que ce point de départ abstrait ne va pas empêcher Na, au moment où je lui montre que 4 et $\sqrt{\quad}$ donnent 2, d'attribuer instantanément une fonction à cette touche méconnue, à savoir celle de "partager des nombres en deux". Cette attribution sera pourtant vite démentie par la calculette, lorsque 6 et $\sqrt{\quad}$ ne donneront pas 3. Et l'on peut penser que c'est bien cet écart entre la prévision effectuée par Na et un résultat inattendu qui, en créant une ignorance, va amorcer notre interaction en venant chatouiller la curiosité de Na : comment opère cette touche $\sqrt{\quad}$ ou, plus modestement, comment lui donner un nombre pour qu'elle produise celui que l'on désire voir apparaître devient un enjeu, pour ne pas dire un défi, auquel Na va maintenant chercher à s'affronter.

Secondement, on peut observer comme la calculette s'affiche, tout au long de cet échange, comme un terrain d'expérimentation fécond pour Na en ce sens qu'elle va lui permettre de procéder à un nombre considérable d'essais. Or il est indéniable que cette prolifération d'essais a été rendue possible par la fonction première de la calculette qui est de prendre en charge des calculs pour les résoudre : le coût de chaque essai tenté par Na sur la calculette est ainsi fort peu élevé, puisqu'il est déchargé du besoin d'être accompagné d'une procé-

dure de calcul (relativement compliquée au demeurant), ce qui, en retour, permet à Na de multiplier les essais.

De plus, il est manifestement possible de regrouper les essais éprouvés par Na sur la calcullette selon deux types :

– tantôt les essais sont le fruit d'une stratégie clairement identifiable : comme lorsque Na tente 25, après avoir additionné neuf et seize, puis 34 après avoir additionné neuf et vingt-cinq, ou quand elle propose 47, parce que cela s'inscrit dans la suite "logique" de 25 et 36 (2-3-4 pour les dizaines et 5-6-7 pour les unités), ou encore quand elle élimine le 1 du champ des possibles, parce que l'on ne l'avait jamais utilisé comme chiffre des unités auparavant;

– tantôt, et ce sont quantitativement les plus nombreux, les essais relèvent plus du hasard (quoique le terme hasard ne soit pas tout à fait approprié, tant il est vrai que Na n'essaie jamais n'importe quel nombre, mais bien des nombres qui sont compris dans un espace numérique limité).

Cette conjugaison entre deux types d'essais apparaît alors elle aussi comme un facteur qui concourt à la dynamique de l'interaction en ce sens que quand un essai du premier type a échoué, Na peut néanmoins poursuivre son expérimentation, en tentant d'autres nombres qui ne relèvent pas d'une stratégie bien définie; de même, et réciproquement, lorsqu'elle tourne un peu en rond avec des essais du second type, il lui est alors possible d'inventer une nouvelle stratégie pour tenter de prévoir le nombre qu'elle recherche (ou alors c'était à moi d'intervenir, comme je l'ai fait à plusieurs reprises, en lui donnant la solution et en lui demandant de chercher à en faire apparaître un autre, j'y reviendrai peu après).

Troisièmement, on voit comme les sanctions (ou rétroactions) apportées par la calcullette

aux essais de Na sont immédiates et sans appel : immédiates, parce que le résultat apparaît instantanément après avoir appuyé sur la touche $\sqrt{}$; et sans appel, d'abord parce qu'il y a fort peu de chances de s'être trompé dans le maniement des touches, ensuite parce que la différence de grandeur entre le nombre attendu (un ou deux chiffres) et les nombres inattendus (huit chiffres) est très évidente et finalement, parce que Na n'en vient jamais à suspecter la calcullette de pouvoir se fourvoyer. Or il est vraisemblable que cette immédiateté et cette forme d'autorité dont la calcullette se révèle être la dépositaire contribuent elles aussi à la dynamique de l'échange : on est en effet vite renseigné si l'essai effectué est bon ou mauvais et la sanction n'est pas contestable, ce qui, là encore, va contribuer à relancer le problème et engendrer la possibilité d'aligner de nouveaux essais (toujours sans que cela ne coûte trop cher).

Quatrièmement, il est également important de s'intéresser au rôle que j'ai pu tenir ou plutôt pu jouer tout au long de cet échange. Après avoir lancé le problème en appuyant sur deux touches de la calcullette, j'ai en effet constamment pu éviter d'avoir à dévoiler la façon dont je m'y prenais pour trouver les nombres que je proposais à Na de rechercher. De ce fait, j'ai ainsi pu contribuer à faire perdurer la position d'ignorance dans laquelle elle s'est retrouvée vis-à-vis de la touche $\sqrt{}$, gage incontournable de la poursuite de l'échange. Pourtant l'on voit bien que Na va chercher à plusieurs reprises – quand elle fait mine de se décourager ou quand, avec insistance, elle me demande comment je fais – à se rebeller contre cette position et avec raison d'ailleurs : elle savait que je savais et le plus simple à faire pour savoir, était bien évidemment de me le demander. Elle aurait donc fort bien pu, face à mon refus de lui livrer la clé de la touche, peu à peu se lasser pour finalement abandonner la calcullette. Or, il semble bien que si la rupture de l'échange a pu être évitée, c'est parce qu'à

chaque fois que Na se décourageait ou se montrait trop pressante envers moi, j'ai été à même de lui donner la solution qu'elle recherchait, en lui montrant quel nombre afficher sur la calculette pour faire apparaître celui qu'elle attendait. Il faut en effet souligner que, dans ce cas particulier, le fait de donner une solution ne contribuait nullement à résoudre le problème : ce n'est parce que l'on sait que $36 \sqrt{\quad}$ donnent 6 que l'on sait après coup comment trouver 49. En revanche, cela m'a permis à chaque fois de montrer à Na qu'une solution existait bel et bien (elle pouvait penser que je cherchais à la piéger), qu'elle s'en était la plupart du temps approchée d'assez près et que cette solution était donc trouvable par elle-même, que ce soit par un essai du premier type ou, avec un peu de chance, à l'aide de plusieurs essais du second. Et c'est donc bien, un peu paradoxalement d'ailleurs (tout au moins en regard de certaines représentations affirmées quant à ce que devrait être la «bonne» attitude d'un poseur de problèmes), en donnant des solutions à Na que le problème pouvait alors constamment rebondir et notre échange par là même se maintenir. Tant, évidemment, qu'aucun adulte de notre entourage n'intervienne pour venir dire à Na comment elle devait s'y prendre⁹.

En guise de conclusion provisoire...

A la suite de ce récit, la question qui vient assez naturellement à l'esprit (qui plus est pour les lecteurs de *Math-Ecole* dont je peux présumer que bon nombre sont des ensei-

gnants), est de savoir si un tel échange est possible ou autrement dit reproductible en classe. Une façon assez triviale d'y répondre serait évidemment de dire : il n'y a qu'à essayer et regarder ce que cela donne.

Sans pour autant l'avoir encore personnellement expérimenté, ce que l'on peut dire en tous les cas, c'est qu'une telle utilisation de la calculette permet de dépasser la question controversée de la concurrence entre outils de calcul et calculette : dans une telle perspective en effet, la calculette ne vient pas s'ajouter, en plus, aux autres outils de calcul habituellement enseignés aux élèves, puisqu'elle constitue par elle-même un terrain d'expérimentation indépendant. En se référant aux commentaires qui précèdent, c'est du reste précisément parce que la calculette sait calculer, qu'elle peut consister en un milieu d'investigation favorable au tâtonnement et à l'émergence d'hypothèses. De plus, on voit également, toujours selon les commentaires qui précèdent, comment une telle utilisation permet de dépasser la (fausse) opposition de l'abstrait-concret, puisque même en partant de quelque chose de très abstrait, il a été possible de générer chez Na des sortes d'«effets de sens» issus des contradictions entre les prévisions qu'elle a été en mesure d'effectuer et les réponses qui lui ont été données en retour par la calculette.

Il reste toutefois à savoir si, d'un tel point de vue, la calculette peut parvenir à trouver une

⁹ Dans les conditions où s'est déroulé notre échange, il est évident que cette retenue était nécessaire (heureusement, comme je l'ai dit précédemment, que la discussion autour de la table était très animée) sous peine de venir tuer le problème et donc de tuer l'échange. A ce titre, il est du reste intéressant de remarquer, à propos de la réaction de Na à la seule intervention adulte qui a eu lieu et qui l'incite à renoncer à (+) au profit de (x) que la

découverte des nombres carrés est également possible à partir d'une procédure additive, à savoir l'addition successive des nombres impairs : $0 + 1 = 1$; $1 + 3 = 4$; $4 + 5 = 9$; $9 + 7 = 16$; $16 + 9 = 25$; $25 + 11 = 36$; etc. C'est d'ailleurs précisément cette propriété (Singh, 1997, pp.330-331) des nombres carrés qui permit jadis à Euclide, de démontrer qu'il existait un nombre infini de triplets pythagoriciens (des triplets de nombres entiers qui répondent à la propriété $a^2 + b^2 = c^2$).

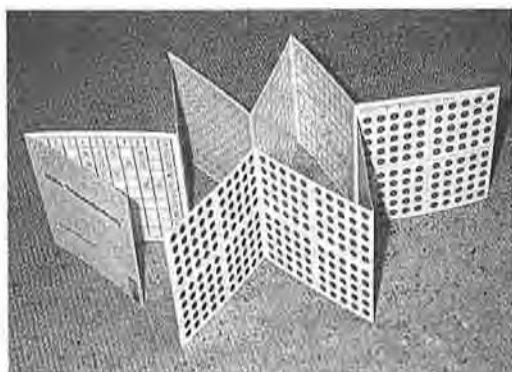
niche quelque peu stable à l'école primaire. L'invention, puis l'expérimentation de diverses activités du même type que celle évoquée ici pourraient peut-être y contribuer. Il est en effet possible de penser que, si la touche $\sqrt{}$ a pu éveiller la curiosité de Na, il pourrait en être de même de la touche $+$ ou de la touche $-$ pour des élèves plus jeunes (comme les touches log ou sin sur des calculettes plus élaborées peuvent parfois don-

ner lieu, chez des adultes, à des formes de «tapotages» inavoués). Par ailleurs, que peut-on penser de la touche $:$ (divisé par) qui, comme la touche $\sqrt{}$, génère tantôt des nombres de un ou deux chiffres et tantôt des nombres de huit chiffres ? Et qu'en est-il encore de la touche $\%$ (pourcentage) qui produit parfois des résultats étranges : si $200 - 50 \%$ donnent 100, de même que $200 \times 50 \%$, par contre $200 + 50 \%$ donnent 300, quand $200 : 50 \%$ donnent 400 ?

Références bibliographiques.

- BRUILLARD, E. (1993). Quelques obstacles à l'usage des calculettes à l'école : une analyse. *Grand N* n°53, pp.67-78.
- CHARNAY, R. (1994). Un exemple d'utilisation des calculatrices au CE1. *Grand N* n°54, pp.27-30.
- CHARNAY, R. (1996). *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* ESF éditeur. Paris.
- FAVRE, J.-M. (1993). Utilisation de la calculette dans la formation du concept de multiplication dans l'enseignement spécialisé. *Math-Ecole* n°156, pp.27-29.
- GAGNEBIN, A., GUIGNARD, N. & JAQUET, F. (1997). *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. COROME, Neuchâtel.
- GING, E., SAUTHIER, M.-H. & STIERLI E. (1996). *Mathématiques livre du maître* (1ère année). COROME, Neuchâtel.
- GING, E., SAUTHIER, M.-H. & STIERLI E. (1997). *Mathématiques livre du maître* (2ème année). COROME, Neuchâtel.
- GUILLET, N. & CHARRIÈRE, G. (1979). Calculatrices de poche. *Math-Ecole* n°89, pp.27-28.
- GUILLET, N. (1980). Calculatrices de poche. *Math-Ecole* n°93, pp.14-27.
- GUGGISBERG, V. (1990). *Usage de la calculatrice de poche avec des enfants handicapés*. Recherches 90.103, IRDP, Neuchâtel.
- POCHON, L.-O. & PERRET, J.-F. (1988). *Une expérience d'utilisation d'une calculatrice en classe de cinquième année*. Recherches 88.110, IRDP, Neuchâtel.
- SINGH, S. (1997). *Le dernier théorème de Fermat*. J.-C. Latès éditions, Paris.
- VALENTIN, D. & GUILLERAULT, M. (1995). Calculette et numération en CE1 *Grand N* n°55, pp.17-23.
- VERGNAUD, G. (1991). *La théorie des champs conceptuels*. Recherche en didactiques des mathématiques, 10 (2/3) pp.133-170. Republié in *Didactique des mathématiques*. Sous la direction de Jean BRUN, (1996). Delachaux et Niestlé, Lausanne, pp.197-242.
- VESIN, J. (1987). *La calculatrice, outil pédagogique, opérations*. Mémoire, SCES, Lausanne.

J'aimerais présenter un petit dépliant que j'apprécie beaucoup pour travailler la numération au-delà de 100. Simple et efficace.



Chaque page présente une centaine : d'un côté 100 cases où sont inscrits les nombres de 1 à 100, puis de 101 à 200, etc. jusqu'à 1000.

Au dos, autant de points rouges ou bleus.
Arrangés aussi en 10 lignes de 10 points
sur chaque page.

[illegible]

500			504				
	512		514				
		522	524			528	
			534				540
			544	545			
			554	555			560
			564		567		
			574	576		578	
			584				588
			594				600

[illegible][illegible]

On a l'équivalent du tableau des nombres de 1 à 100 comme proposé dans le livre de 3P, sur lequel les élèves auront déjà travaillé :

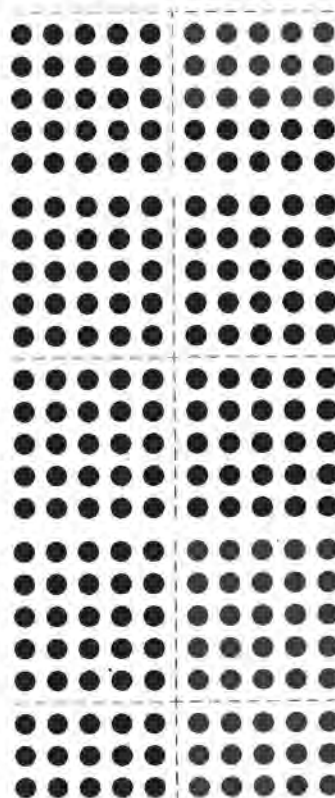
- pointer rapidement un nombre annoncé ;
- etc.

On pourra donc reprendre ces mêmes activités sur d'autres pages (par exemple de 201 à 300) pour bien faire prendre conscience de la structure de 1000, structure de 100 répétée 10 fois.

L'originalité du dépliant :

Les pages ont certains nombres inscrits et des cases vides, mais sur chaque page de manière différente, ce qui permet de varier les exercices.

Verso



Les 1000 points rouges et bleus permettent :

- de visualiser 1000 objets, présentés de manière structurée ;
- de faire le lien entre

1 page	-	1 centaine
1 ligne	-	1 dizaine
1 case	-	1 unité

- de dénombrer des collections proposées (une partie de droite étant cachée par des caches)
765 points pour 7 pages + 6 lignes + 5 points visibles ;
- de visualiser les compléments à 100, à 1000.

On peut aussi lire la brochure didactique qui accompagne les dépliants et qui donne plein d'autres idées (en allemand !).

Prolongement : ce cahier peut devenir le cahier du "million" ou du "milliard" puisque la même structure centaines - dizaines - unités se retrouve à chaque niveau : comme il faut 1000 unités pour faire un millier, il faut 1000 milliers pour un million et 1000 millions pour un milliard ...

Ces petits dépliants peuvent s'obtenir par emballages de 10 pièces. Il existe aussi une version de travail collectif de 25cm/25cm.

Référence :

Klett 199030
(1 paquet de 10 petits exemplaires) fr. 28.-

199039 (1 exemplaire de 25/25 cm)

Adresse :

Bücher Balmer, Neugasse 12, CH 6310 ZUG

[ndlr] Après les problèmes de la première épreuve, publiés dans le numéro précédent (190) - dont certaines solutions paraissent en pages 4 à 48 - voici ceux de la deuxième épreuve, de mars 2000. Les lecteurs intéressés peuvent les résoudre, les proposer à leurs élèves (s'ils ne sont pas déjà inscrits) et, surtout, envoyer leurs commentaires ou résultats à la rédaction de *Math-Ecole*. Ils participeront ainsi à l'imposant recueil de données constitué par le Rallye mathématique transalpin sur la résolution de problèmes.

Rappel : chaque classe doit résoudre les problèmes de sa catégorie en 50 minutes et ne rendre qu'une seule solution, développée, par problème. Les catégories indiquées correspondent aux degrés scolaires, de la 3^e année primaire au degré 8 de la scolarité obligatoire.

1. A BICYCLETTE (Cat. 3)

Christophe, Hervé, Alfio, Jacky et Giancarlo font une course à vélo et passent la ligne d'arrivée l'un après l'autre.

Christophe arrive après Hervé mais avant Alfio. Giancarlo n'est pas le premier. Jacky arrive avant Alfio et après Giancarlo.

Dans quel ordre ont-ils pu passer la ligne ?

Indiquez toutes les solutions que vous avez trouvées.

2. LA TIRELIRE (Cat. 3, 4)

Mathilde a 42 Euros dans sa tirelire. Elle achète les deux derniers CD des Spice Girls et il lui reste 16 Euros. Mais il lui manque 5 Euros pour s'acheter l'affiche des Spice Girls dont elle a envie.

Combien coûte un CD ?

Combien coûte l'affiche des Spice Girls ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

3. YOGI L'OURS (Cat. 3, 4, 5)

Dans la forêt de Yogi, il y a cinq sentiers qui relient ses trois réserves de miel, A, B et C.

Yogi désire parcourir les cinq sentiers, dans le sens indiqué par les flèches, en suivant une seule fois chaque sentier.

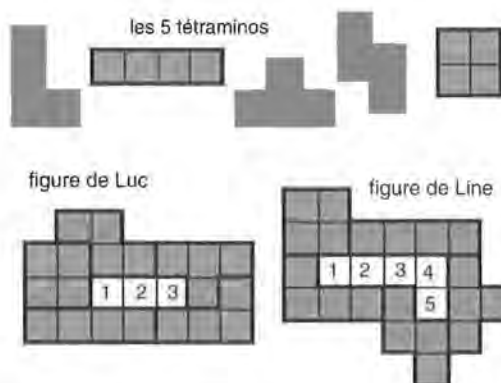
Quels sont les différents parcours que Yogi pourra suivre ?

Décrivez-les précisément.



4. TÉTRAMINOS (Cat. 3, 4, 5)

A l'aide de ses 5 tétraminos gris (composés chacun de 4 petits carrés), Luc a entouré une figure blanche composée de 3 petits carrés.



Avec les mêmes pièces, Line arrive à entourer une figure blanche plus grande, composée de 5 petits carrés.

Essayez de placer les cinq tétraminos de manière à entourer une figure blanche composée du plus grand nombre possible de petits carrés.

Dessinez votre solution.

Attention : pour que votre solution soit valable, il faut que chaque tétramino touche ses voisins par un côté de petit carré au moins.

5. GRILLES (Cat. 3, 4, 5)

D'une grille à l'autre, on ajoute une ligne et une colonne de carrés.



En continuant ainsi, va-t-on trouver une grille de 120 carrés ?

Et une grille de 240 carrés ?

Expliquez votre raisonnement.

6. ESPACE COULEUR (Cat. 3, 4, 5)

La galerie de peinture «Espace Couleur» a décidé d'adopter un nouveau logo (voir dessin). Il est prévu de colorier la partie supérieure du logo de la façon suivante : 1 carré jaune, 2 carrés bleus et 2 carrés rouges. Deux carrés qui se touchent ne doivent pas être de la même couleur.



Combien y a-t-il de façons différentes de colorier ce logo ?

Dessinez ou décrivez tous les logos possibles.

7. L'ASCENSEUR (Cat. 4, 5, 6)

Dans l'ascenseur de l'immeuble, un petit panneau indique

**Charge maximale
4 personnes, 290 kg**

Au rez-de-chaussée, il y a 11 amis qui attendent pour monter au vingtième étage avec l'ascenseur :

Alain, 105 kg	Berthe, 58 kg
Caroline, 46 kg	Daniel, 76 kg
Éric, 73 kg	François, 90 kg
Ginette, 31 kg	Léo, 125 kg
Mario, 87 kg	Nathalie, 81 kg
Robert, 95 kg	

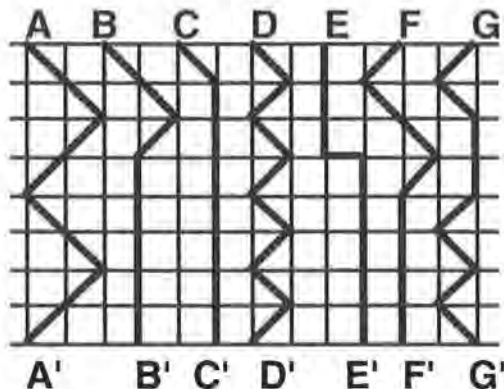
Quels sont les amis qui doivent monter ensemble pour faire le moins de voyages possible ?

Expliquez votre solution.

8. LA TRAVERSÉE DU QUADRILLAGE (Cat. 5, 6, 7)

André, Berthe, Carlo, Denise, Émile, François et Géraldine ont chacun choisi un chemin pour traverser le quadrillage.

André est parti de **A** pour arriver à **A'**, Berthe de **B** à **B'**, etc.



Classez ces chemins du plus court au plus long.

Indiquez comment vous avez établi votre classement et justifiez votre raisonnement.

9. DATES MAGIQUES (Cat. 5, 6, 7, 8)

Le 11 septembre 1999 était une date magique car, en l'écrivant sous la forme «11.9.99», le produit des deux premiers nombres est égal au troisième nombre :

$$11 \times 9 = 99.$$

Indiquez les autres dates magiques depuis la première épreuve du premier Rallye mathématique transalpin, le 6 février 1993, jusqu'à aujourd'hui ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver toutes les dates possibles.

10. DIVISIBILITÉ (Cat. 6, 7, 8)

Dans un tableau des nombres naturels de trois chiffres (de 100 à 999), Michela a effacé tous les nombres divisibles par 10, tous les nombres divisibles par 5 et tous les nombres divisibles par 11.

Combien reste-t-il de nombres dans ce tableau ? Expliquez votre raisonnement.

11. LES HÉRITIERS D'ALI BABA (Cat. 6, 7, 8)

Les héritiers d'Ali Baba sont ses trois neveux. Dans le testament de leur oncle, il est écrit qu'ils doivent se rendre devant la fameuse caverne où ils trouveront 33 vases de même taille :

- 11 pleins de pièces d'or
- 11 à moitié pleins de pièces d'or
- 11 vides

Chacun devra recevoir le même nombre de vases et la même quantité de pièces, sans effectuer de transvasements, mais ils ne pourront rien toucher avant de s'être mis d'accord, à haute voix, sur la manière de se

répartir les vases. Sinon la porte de la caverne ne s'ouvrira pas.

De combien de manières les trois neveux pourront-ils se répartir équitablement l'héritage d'Ali Baba ?

Notez chacune d'elles précisément et expliquez comment vous les avez trouvées.

12. LE RAPT DE JASMINE (Cat. 6, 7, 8)

Le terrible Jafar a enlevé la princesse Jasmine et la retient prisonnière dans une des trois cellules de son palais. Aladin, accouru pour libérer Jasmine, se trouve devant les trois portes des cellules, portant chacune une indication, dont une seule est vraie.

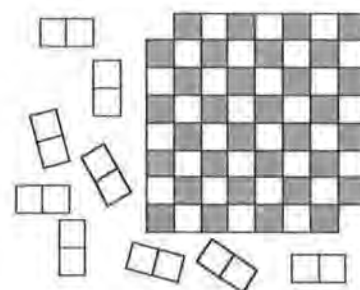


Aladin sait qu'il ne pourra ouvrir qu'une seule cellule avant que les gardes n'arrivent.

Quelle porte Aladin va-t-il ouvrir pour trouver Jasmine? Expliquez votre raisonnement.

13. L'ÉCHIQUIER (Cat. 6, 7, 8)

On a découpé deux cases d'un échiquier situées en deux sommets opposés. Anne cherche à recouvrir ce qui reste de l'échiquier avec des dominos, composés de deux carrés de même taille que les cases de l'échiquier. **Anne ne réussit pas à recouvrir exactement cet échiquier mutilé. Expliquez pourquoi elle n'y arrive pas.**



14. PAVÉS AU CHOCOLAT (Cat. 7, 8)

La confiserie «Douceurs» produit deux types de pavés au chocolat, certains sont en chocolat noir, d'autres sont à la liqueur, avec un espace libre à l'intérieur.

Tous les pavés ont exactement les mêmes dimensions extérieures. Ils sont empilés dans des boîtes identiques qu'ils remplissent entièrement. Une boîte pleine de pavés à la liqueur pèse 220 grammes et une boîte pleine de pavés noirs pèse 270 grammes. Une boîte pleine, contenant des pavés noirs et des pavés à la liqueur, pèse 235 grammes. Il y a une différence de 16 entre les nombres des deux sortes de pavés.

Combien y a-t-il de pavés de chaque sorte dans cette boîte ? Expliquez votre raisonnement

15. HISTOIRE DE RECTANGLES (Cat. 8)

Dans une feuille de carton, on découpe deux rectangles. Le premier pèse 48 grammes et le second 30 grammes. La longueur du second vaut les $\frac{3}{4}$ de la longueur du premier. La largeur du second mesure 10 cm.

Quelle est la largeur du grand rectangle ?

Justifiez votre réponse.

LA SCOPA

Découverte d'un jeu de cartes italien dans une classe de 3e

Yolanda Campa, étudiante, E.N. NE

[ndlr] Dans le cadre de leur formation initiale en mathématiques, les étudiants de l'École normale de Neuchâtel se risquent parfois à écrire un « article » en lieu et place d'un rapport de stage. Cet exercice n'est aisé pour personne, même après vingt ou trente ans d'enseignement. Nous sommes toujours heureux, au sein du Comité de rédaction de notre revue, d'accueillir ce type d'écrits, comme nous l'avons déjà fait dans des numéros précédents. -Le stagiaire a des degrés de libertés que le maître responsable de la classe ne s'accorde pas toujours, dans le choix des activités. Ici, Mme Campa présente un jeu de son pays d'origine qui se révèle riche sur les plans de la culture et du calcul. Nous l'en remercions et souhaitons que les lecteurs de Math-Ecole y trouvent aussi de l'intérêt.

C'est en m'inspirant des bons souvenirs de mon enfance que j'ai voulu transmettre mon plaisir et faire découvrir à une classe de Bevaix un jeu de cartes de mon pays. Il existe plusieurs façons de balayer. En Italie du Sud on le fait avec des cartes. En effet, «scopa» signifie «balai» mais désigne dans ce cas-ci, un jeu de cartes très répandu sur les places des petits villages d'Italie.

Afin de présenter ce jeu à des enfants, je me suis basée sur ma propre expérience en essayant de décomposer les étapes d'apprentissage des règles afin que chacun ait le temps de les assimiler¹.

¹ Voir : Math-Ecole no 183, p.32-33. Jeux, LA SCOPA

Première étape : Prendre contact avec les cartes ...

J'ai distribué à chaque groupe de 4 enfants un jeu de 40 cartes de 4 couleurs différentes allant de 1 à 10. J'ai ensuite demandé aux enfants d'atteindre le nombre 10 en additionnant plusieurs cartes.

J'ai alors vu les enfants inventer une multitude de calculs différents, à la suite, comme si c'était une activité tout à fait naturelle, sans référence à une tâche scolaire.

Deuxième étape : Préciser les règles du jeu ...

J'ai réuni les enfants en cercle et leur ai décrit les règles de la façon suivante :

Toujours par groupe de quatre, chacun de vous reçoit trois cartes qu'il prend dans ses mains. Elles constituent votre jeu. Le donneur (choisi au hasard) pose quatre cartes au milieu, c'est le tapis.

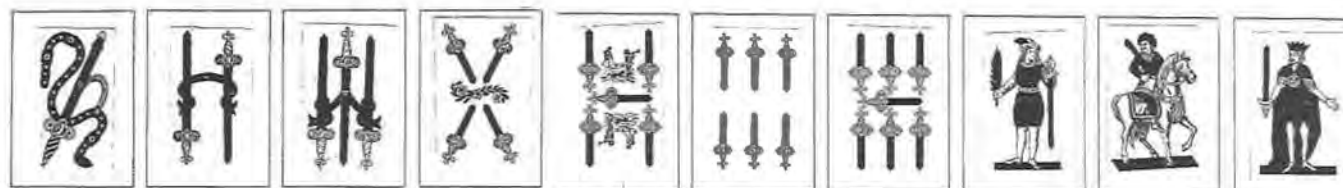
Le reste des cartes (le talon) est mis de côté et sera distribué plus tard.

A tour de rôle, chacun doit sortir une carte de son jeu.

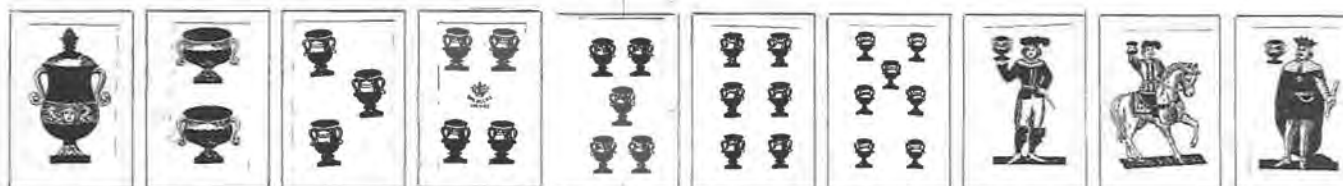
S'il y a, sur le tapis, une carte équivalente à la sienne, ou plusieurs cartes dont la somme est équivalente à la sienne, il peut les ramasser et les déposer près de lui afin de constituer un petit tas. Ce sont ses cartes gagnées.

Par contre, s'il n'a pas la possibilité de prendre des cartes, il doit, de toute façon, poser une carte de son jeu, qui vient s'ajouter à celles qui sont déjà sur le tapis.

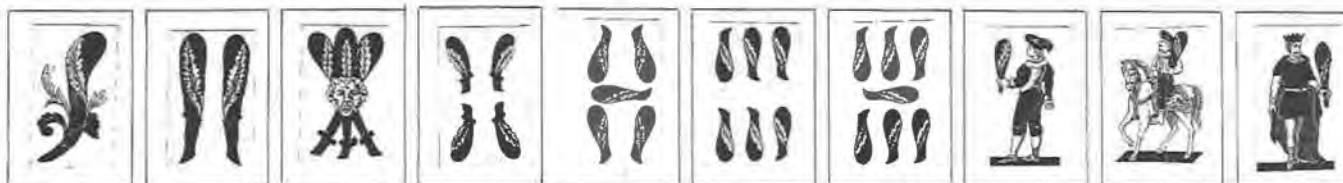
LES ÉPÉES



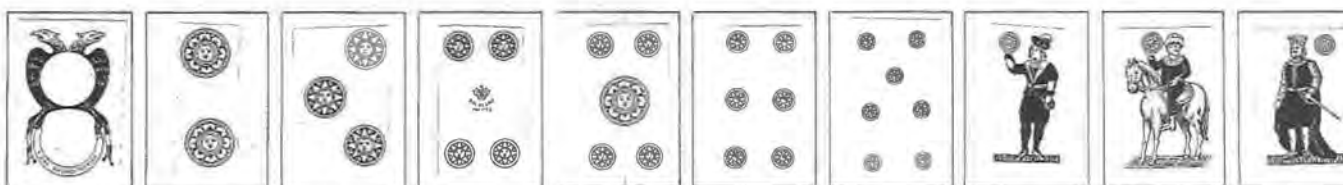
LES COUPES



LES BÂTONS



LES SOLEILS



1

2

3

4

5

6

7

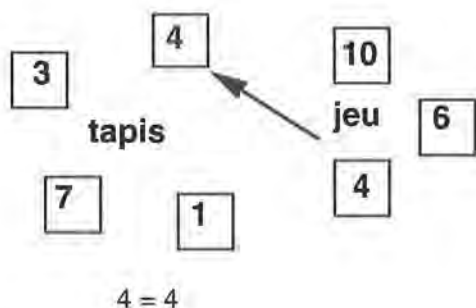
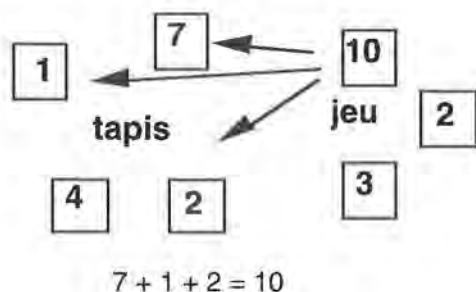
8

9

10

Après trois tours, les joueurs n'ayant plus de carte en main, on procède à une nouvelle distribution de cartes (trois à chacun) et ceci, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de cartes dans le talon (fin de la partie).

Naturellement, j'ai expliqué cela en l'illustrant par des exemples, avec des cartes (figure suivante) :



Troisième étape : Découvrir l'aspect culturel du jeu ...

J'ai montré aux enfants pour la première fois le vrai jeu de cartes de la scopa composé de divers symboles représentant des soleils, des épées, des bâtons ou des coupes.

Afin de donner un point de repère aux enfants, j'ai préparé un plan représentant l'ensemble des cartes du jeu regroupées par familles et de 1 à 10. Ainsi, les enfants ont pu s'y référer lors du jeu. (Voir page 28). J'ai bien expliqué aux enfants que chaque famille était caractérisée par des éléments

communs (épées, soleils, bâtons et coupes). De 1 à 7, pas de problèmes pour les reconnaître, il suffisait de compter le nombre d'éléments sur chaque carte. Puis de 8 à 10, les nombres étaient représentés par des figures : une dame pour le 8, un chevalier pour le 9 et un roi pour le 10.

- Mais attention les enfants, la famille des soleils est la plus riche. Elle est très importante car elle possède la carte numéro 7 qui est aussi la plus belle du jeu. Elle se nomme «SETTE BELLO».

Là, j'ai vu les étoiles briller dans les yeux des enfants qui étaient déjà impatients de jouer.



Quatrième étape : Compter les points ...

J'ai introduit le système des points en dernière étape car celui-ci était, à mon avis, un peu compliqué. Pour cela, j'ai simulé une fin de partie :

Lorsqu'il n'y a plus de cartes dans les mains, le jeu se termine. Les cartes qui sont restées sur le tapis sont ramassées par le joueur qui a fait la dernière action, c'est-à-dire celui qui a pu ramasser des cartes en dernier avant la fin de la partie.

Il y a 4 points à distribuer :

- 1 point pour le joueur qui possède le plus grand nombre de cartes.
- 1 point pour le joueur qui possède le «7» de la famille des soleils (*SETTE BELLO*).
- 1 point pour le joueur qui possède le plus grand nombre de cartes appartenant à la famille des soleils.
- 1 point pour le joueur qui possède les quatre cartes de «7» du jeu (le «7» de chaque famille).

Chaque joueur sépare ses cartes et compte ses points. Pour chaque point, il reçoit un jeton (1 point = 1 jeton). S'il y a égalité entre deux joueurs, le point n'est pas distribué.

Mais attendez, vous pouvez encore gagner des points bonus pendant la partie. Lorsque un joueur sort une carte de son jeu et qu'il réussit à prendre toutes les cartes du tapis grâce à celle-ci, il fait une «SCOPA», c'est-à-dire qu'il balaye le tapis. Alors, il crie «SCOPA» et il reçoit directement un jeton. Celui qui joue après une «SCOPA» doit poser sa carte sur le tapis pour qu'il y ait de nouveau quelque chose au centre.

Les enfants semblaient avoir plus ou moins bien assimilé ce que je venais de leur raconter mais cela faisait beaucoup de «blabla» et je me suis rendu compte qu'ils avaient envie d'essayer. Alors quoi de plus adéquat pour observer s'ils avaient saisi que de les faire jouer ?

Pour cette phase d'introduction, le jeu s'est terminé lorsque les enfants ont pu expérimenter une ou deux parties ou lorsque je les rappelais pour faire une mise en commun et discuter des stratégies trouvées. La richesse de celles-ci prolongeait toujours la discussion et encourageait les élèves.

(Il est possible d'interrompre le jeu à la fin

de chaque partie ou d'attendre que l'un des joueurs obtienne onze points comme le font les vrais joueurs de SCOPA).



Gestion de la classe

J'ai introduit les règles et expliqué les détails du jeu en demi groupe, ce qui m'a permis une gestion optimale de la classe. Puis, une fois les règles assimilées, la classe s'est divisée en quatre groupes et s'est plongée dans le jeu et ses multiples facettes. J'ai pu profiter, lors de l'expérimentation, de la collaboration d'un élève qui connaissait bien le jeu afin de rappeler ou de préciser certaines règles.

Observations

Les enfants ont très rapidement assimilé les règles du jeu, puis ont cherché des stratégies pour gagner le maximum de points. Lors des premières parties, les joueurs s'aidaient entre eux pour les calculs, il y avait une grande collaboration. Puis, lorsqu'ils ont bien pris goût au jeu, cela s'est transformé en compétition.

Le contenu mathématique du jeu correspond aux objectifs du programme de deuxième année. C'est la complexité des règles qui, à mon avis, en fait plutôt un jeu pour la troisième année. C'est la raison pour laquelle, en deuxième année, je laisserais de côté l'aspect culturel du jeu en prenant des car-

tes numérotées de 1 à 10. L'objectif poursuivi serait alors d'entraîner la décomposition de nombres inférieurs ou égaux à 10 en sommes de plusieurs termes.

Mes objectifs, dans cette classe de troisième, étaient de permettre aux enfants de développer des démarches personnelles et de donner un sens à un apprentissage antérieur au travers d'une mise en situation. La diversité des stratégies mises en place s'est en effet révélée très intéressante. Certains enfants se fixaient comme but d'avoir tous les soleils à la fin de la partie et procédaient dans ce sens. Ils n'hésitaient pas à poser toutes les autres cartes avant d'être contraints de sortir la carte de cette famille de leur jeu. D'autres, voulaient avoir le maximum de cartes et recherchaient une stratégie

pour réussir à ramasser le plus de cartes possibles. Il y avait vraiment un vaste choix de démarches et de possibilités et chaque élève pouvait les développer à sa façon. C'était justement ce qui était fort intéressant à observer.

La motivation des enfants était très grande. Ils ont apprécié l'aspect culturel du jeu et aimaient entendre les termes italiens qui désignaient les cartes importantes.

En quatre leçons, le jeu était mis en place, les règles assimilées et le système de points acquis. Dès ce moment, les enfants ont joué par plaisir en éprouvant les frissons des vrais joueurs de SCOPA mais surtout après avoir appris que pour «balayer» il faut savoir «compter» !!!

Tout augmente

Malgré la relative stabilité de l'indice des prix à la consommation, le prix de l'abonnement annuel à *Math-Ecole* fait une progression remarquable et s'inscrit à 30 francs contre les 25 francs auxquels les lecteurs s'étaient habitués depuis 1995. (35 francs contre 30 pour les abonnements à l'étranger).

La raison de cette hausse n'est à rechercher ni dans le prix du papier, ni dans les tarifs de l'imprimeur, ni dans une augmentation des droits d'auteurs - au niveau «zéro» depuis toujours - ni dans les prétentions du comité de rédaction - plutôt dans les valeurs négatives - ni encore dans les récentes fluctuations du Nasdaq. Elle est due tout simplement à la hausse importante des tarifs postaux et aux défections de ceux qui, pour une raison ou une autre, renoncent à leur abonnement.

Nous espérons que les lecteurs comprendront que, malgré l'augmentation, le prix de l'abonnement à *Math-Ecole* reste tout à fait raisonnable et qu'il est important de préserver l'existence d'une revue romande en prise directe sur les problématiques de l'enseignement des mathématiques.

Nous allons même jusqu'à espérer que les lecteurs conscients des problèmes financiers d'une revue de «milice» vont chercher à recruter de nouveaux abonnés pour soutenir leur publication préférée.

La rédaction de Math-Ecole

Introduction

Des nouveaux moyens d'enseignement des mathématiques 1P - 4P sont actuellement introduits dans l'ensemble des cantons romands et, simultanément, on recommande aux enseignants de privilégier l'évaluation formative des apprentissages des élèves.

Quelle évaluation formative concevoir dans le cadre des activités de mathématiques, qui prenne en compte les principes didactiques et les conceptions d'apprentissage prônés par les nouveaux moyens d'enseignement ?

Dans le cadre d'un mémoire de licence¹, j'ai conduit une recherche sur ce thème qui s'articule en plusieurs étapes :

- Analyse a priori de quatre activités dans les moyens d'enseignement 3P sur différents plans : les procédures pouvant être développées par les élèves, les obstacles potentiels, les origines des difficultés et des erreurs, les modalités d'évaluation formative envisageables ;
- Mise en œuvre dans plusieurs classes des activités sélectionnées ;
- Expérimentation de la « mise en commun » en tant que modalité d'évaluation formative dans deux activités.

¹ Le mémoire de licence est disponible à l'IRDP et à la bibliothèque de la faculté de psychologie et des sciences de l'éducation à Genève.

L'expérimentation finale a eu lieu au cours des mois d'octobre et novembre 98 dans une classe de 3P. Deux activités retenues parmi les quatre analysées ont été réalisées avec chaque fois une demi classe, ce qui représente en tout quatre « séquences didactiques » (deux séquences didactiques par activité). J'assume à la fois le rôle de chercheur et d'enseignant².

L'objectif de cet article n'est pas d'exposer en détail les questions de recherche et les résultats obtenus, mais de mettre en évidence les liens existant entre l'analyse a priori d'une des activités expérimentées, son déroulement effectif et les mises en commun correspondantes.

Analyse a priori et évaluation formative

Les didacticiens des mathématiques encouragent la pratique de l'analyse a priori, afin de déterminer le niveau de l'activité et les objectifs visés, de dégager les principales variables didactiques de l'activité, et repérer les erreurs et difficultés possibles des élèves (Chamay & Mante, 1995). Le but est de réfléchir à chaque activité avant de la mettre en œuvre dans une classe, promouvant ainsi une pratique pédagogique réflexive.

Reprenant quelques-uns des éléments énoncés ci-dessus, les analyses a priori que j'ai faites cherchent, en outre, à penser différentes modalités d'évaluation formative coordonnées à l'activité didactique (Pelgrims Ducret et Genet, 1997).

² Je choisis de ne pas m'exprimer à la première personne quand je désigne l'enseignant, afin de garder une certaine distance avec la description et l'analyse des gestes d'enseignement.

Pour ce faire, j'ai tenté de mettre en perspective :

- Les différentes phases de la résolution du problème qui sont à la charge de l'élève : appropriation, action, formulation, validation (colonne 1 de la grille en pages 34 à 36).

J'ai imaginé des exemples d'indicateurs, afin de guider l'observation des activités de résolution de problèmes des élèves.

Les indicateurs sont compris comme étant « des aspects de l'objet évalué, des éléments recueillis dans sa réalité, et sur lesquels on va s'appuyer pour se prononcer sur la façon dont les attentes sont satisfaites » (Hadj, 1997, pp. 43-44).

- Les conduites et les difficultés éventuelles des élèves, avec un essai d'analyse de l'origine des erreurs (colonnes 2 et 3 de la grille).
- Les différentes modalités de régulation interactive constitutives de l'évaluation formative (Allal, 1988, 1993) qui sont envisageables au vu des difficultés des élèves (colonne 4 de la grille).

Analyse a priori de l'activité « Recherche 70 »³

Les interventions de l'enseignant directes ou indirectes

L'évaluation formative cherche à favoriser la régulation continue des apprentissages,

³ Précisons d'emblée que la grille d'analyse a priori élaborée n'a pas pour but de donner un « modèle à suivre » pour la mise en œuvre de chaque activité mathématique. Conçue en fonction des besoins de la recherche, elle a pour fonction d'explicitier les éléments constitutifs d'une démarche d'analyse et de prise de décision de régulation.

en prenant en compte les caractéristiques et les besoins propres de l'élève.

Différentes modalités d'évaluation formative peuvent être envisagées, induisant :

- soit des interventions directes de l'enseignant (en fonction de l'interprétation de ce qu'il observe, l'enseignant intervient directement auprès de l'élève, pour des régulations interactives maître-élève) ;
- soit des interventions indirectes (toujours en fonction de ce qu'il observe, l'enseignant décide de modifier les consignes, le matériel, l'organisation sociale de l'activité, etc. pour des régulations interactives élève-matériel et/ou élève-élève).

Cherchant à ne pas seulement évaluer la solution du problème, mais aussi le processus amenant à sa résolution, j'ai choisi d'expérimenter plus particulièrement une modalité qui implique une intervention immédiate de l'enseignant pendant le déroulement de l'activité mathématique. En effet, dans la mesure où l'enseignant veut tenter de prendre en compte le fonctionnement personnel de l'élève, ses représentations, son ressenti, ses éventuelles erreurs, l'évaluation formative intégrée à la situation d'apprentissage me paraît être une approche à privilégier.

La « mise en commun », dispositif déjà identifié par les auteurs des moyens d'enseignement des mathématiques, m'a semblé pouvoir répondre à cette exigence.

La mise en commun : une modalité de régulation interactive entre le maître et plusieurs élèves

Il n'existe pas une forme unique de mise en commun, des fonctions différentes peuvent lui être attribuées. Si l'on se réfère au livre du maître 3P (1998, p. 20), la mise en commun peut servir :

Titre de l'activité : « Recherche 70 » (livre du maître, mathématiques 3P, 1998, p. 55)			
Énoncé du problème : « Avec des timbres de 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70 centimes, de combien de manières différentes peut-on affranchir une lettre à 70 centimes ? » — Tâche identifiée (p. 5) : « Rechercher systématiquement les décompositions de 70 à l'aide de multiples de 10 » — Compétences mathématiques (p. 4) : « Planifier une recherche. Rechercher un arrangement optimal. Déduire. Anticiper » — Notions mathématiques (p. 4) : (pas de précisions dans le livre du maître) Combinatoire et champ de l'addition			
Attitudes de résolution de problèmes attendues et indicateurs possibles	Conduites et difficultés possibles des élèves	Analyse " Cette erreur est-elle bien une erreur ? "	Modalités de régulation
APPROPRIATION DU PROBLEME Comprend le problème, en identifiant la question de recherche et les données à disposition — Prend en compte les données du problème : les types de timbre à disposition (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70) et la lettre à affranchir à 70 centimes. — Identifie la question de recherche : " De combien de manières différentes peux-tu affranchir une lettre à 70 centimes ? " — Emet des hypothèses pour résoudre le problème : l'élève commence à dessiner des timbres. ... SITUATION D'ACTION	<u>Représentation du problème :</u> - L'élève ne tient pas compte des timbres à disposition et invente des nombres. - Il ne comprend pas le mot " affranchir " et ne sait pas ce qu'il faut faire. - L'élève ne saisit pas l'enjeu du problème : associer des timbres pour obtenir 70. ... <u>Procédures:</u> - L'élève dresse une liste sans structure et se déclare très rapidement " satisfait " de ses résultats. - L'élève ne procède pas à des décompositions de plus de 2 termes, de plus de 3 termes,... - L'élève n'utilise pas tous les types de timbres à disposition. - L'élève fait des erreurs dans les décompositions : la somme n'est pas équivalente à 70. - L'élève prend en compte la permutation des termes dans les	<u>Surcharge cognitive :</u> — <u>Contextualisation:</u> - Certains élèves peuvent être dérangés par des timbres qu'ils ne connaissent pas. Dès lors, ils les éliminent de leurs décompositions. - Un élève peut ne pas vouloir décomposer à plus de deux ou trois termes, car il n'a jamais vu des lettres affranchies avec de nombreux timbres. ... <u>Consignes:</u> — <u>Matériel:</u> - Il n'y a pas d'objets " timbres " qui permettent une manipulation plus aisée que le dessin. ...	APPROPRIATION DU PROBLEME <u>Régulations interactives maître - élève(s).</u> pour faire reformuler la consigne : - " Est-ce que tu peux nous dire ce que tu as compris du problème ? " - " Peux-tu relire à haute voix / avec ton camarade / avec moi le problème ? " ... Expliciter les données à disposition : - " Quels sont les timbres à ta disposition ? " - " La lettre doit être affranchie à combien de centimes ? " (faire relire si nécessaire le problème ou réunir plusieurs élèves pour débattre du problème. Pour cet énoncé court et simple, a priori cela ne paraît pas nécessaire) Demander à l'élève de reformuler la question du problème : - " Qu'est-ce que tu dois chercher ? " (repandre si nécessaire l'énoncé du problème pour identifier la question formulée) SITUATIONS D'ACTION - FORMULATION - VALIDATION

Développe une procédure de résolution et l'adapte après une période de tâtonnement - Développe des procédures de résolution qui l'amènent à formuler des décompositions de 70 à l'aide des multiples de 10. - Adapte et règle ses procédures après une période de tâtonnement : * l'élève pense à structurer sa liste pour s'assurer de ne pas oublier une décomposition. * s'approche de la procédure "experte", en ordonnant par exemple les solutions, en les organisant par termes, etc.	décompositions. - L'élève effectue une opération non pertinente, telle que des soustractions. ... <u>Coopération dans le groupe :</u> - L'élève travaille seul, sans coordonner sa recherche avec celle de son camarade. ... <u>Autorégulation:</u> - L'élève persiste dans une procédure erronée (permutation des termes) ou peu efficace (aucune structuration de la liste). - Le groupe n'anticipe pas un procédure efficace garantissant le recensement de toutes les décompositions possibles. ...	<u>Organisation sociale :</u> - Trop grande hétérogénéité du groupe: un des deux élèves entreprend seul la recherche et travaille sans coopérer avec son camarade. - Trop grande homogénéité du groupe: les deux élèves se confortent dans une même stratégie peu performante. Les interactions entre élèves n'engagent pas une régulation de la procédure. - Mésentente relationnelle entre les deux élèves. <u>Procédures:</u> L'élève n'a pas encore intégré les décompositions de plus de 2 termes. ... <u>Contrat didactique :</u> - L'élève ne prend pas à sa charge la résolution du problème (dévolution qui ne se fait pas). - L'élève répond au contrat « scolaire », selon la représentation qu'il en a et selon les activités du moment. Par exemple, si les dernières activités de mathématiques touchaient la soustraction, l'élève va développer des soustractions pour répondre à la question du problème. ...	<u>Régulations interactives immédiates entre pairs</u> Réunir 2 groupes d'élèves (ou plus), afin qu'ils confrontent leurs procédures, pour favoriser des prises de conscience et l'émergence de conflits sociocognitifs. <u>Régulations interactives immédiates maître - élève(s) en favorisant des interventions de type ouvert plutôt que fermé.</u> Questions de l'enseignant, contre-exemples, .. - " Comment as-tu fait pour trouver toutes les solutions possibles ? " - " Quelles sont les timbres à ta disposition ? " - " Peux-tu prouver qu'il n'y a pas d'autres solutions possibles ? " - " Comment se fait-il que le groupe X en a trouvé davantage ? " - " Comment vous êtes-vous assurés de ne pas avoir écrit deux fois la même décomposition ? " ...
SITUATION DE FORMULATION Communique la procédure déployée et les résultats obtenus - Explicite sa démarche en montrant comment il a fait pour s'assurer d'avoir trouvé toutes les décompositions de 70 à l'aide des multiples de 10. - Evalue et justifie la pertinence et l'efficacité de sa procédure. - Anticipe et formule de nouvelles	<u>Communication des résultats :</u> - Le groupe n'a pas développé une trace écrite qui soit suffisamment explicite pour communiquer ses résultats : dessins de timbres les uns sur les autres, décompositions qui se chevauchent, etc. - Il n'utilise pas l'écriture mathématique. - Il ne parvient pas à expliciter la procédure de résolution déployée. ... <u>Validation:</u> - L'élève ne parvient pas à prouver qu'il a trouvé toutes les décompositions possibles de 70. - Le groupe ne cherche pas à		Une mise en commun gérée par l'enseignant pour des régulations interactives maître - élève - élève(s) <u>Régulations différées :</u> en fonction des informations recueillies, agir sur la structure de l'activité didactique. 1. Modification des groupes : - Associer 2 groupes de 2 élèves pour une confrontation des procédures et des résultats. 2. Consignes :

procédures si nécessaire. *** SITUATION DE VALIDATION Prouve la pertinence de la procédure et la validité des résultats obtenus - Contrôle la procédure déployée et les résultats obtenus. - Vérifie les procédures des autres élèves. - Confronte sa procédure avec celles de ses camarades. - Argumente pour démontrer la validité de sa procédure. *** SITUATIONS D'INSTITUTIONNALISATION ET DE STRUCTURATION non considérées dans la recherche menée.	comparer les résultats obtenus par les différents groupes, pour une validation des décompositions trouvées. - L'élève estime que le contrôle des solutions est du ressort du maître et pas du sien.		- Demander un système de preuve. 3. Variable numérique : - Proposer d'affranchir la lettre à 50 centimes ou 90 centimes (+ timbres de 80 et 90). 4. Matériel : - Mettre à disposition du matériel " timbres " pour favoriser des manipulations. 5. Contextualisation : - Pour les élèves qui sont bloqués par le contexte " lettre à affranchir ", décontextualiser et proposer un problème purement mathématique, tel que : " Avec les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70, de combien de façons différentes peux-tu obtenir la somme 70 ? "
---	--	--	---

- à la confrontation de stratégies ou de difficultés et servir de relance pour de nouveaux essais et de nouvelles procédures ;
- à valider des solutions, à dresser un inventaire exhaustif, à mettre en évidence certaines découvertes, ...
- A mettre en évidence les connaissances construites ou utilisées lors de l'activité et d'en préciser certaines particularités.

Dans la perspective d'une évaluation formative intégrée à l'activité mathématique, j'ai défini la mise en commun comme une modalité de régulation interactive entre le maître et quelques élèves, se déroulant entre deux temps d'action.

Elle vise à encourager des activités d'explicitation, afin d'inciter les élèves à parler de leur compréhension du problème, des procédures déployées, des difficultés rencontrées. Elle donne une occasion aux élèves de s'interroger sur leur façon d'anticiper, de contrôler et d'ajuster leurs conduites dans la réalisation de la tâche (réflexions métacognitives). Les élèves sont amenés à évaluer la pertinence et l'efficacité de leurs stratégies et à imaginer de nouvelles démarches plus performantes. Ils peuvent prendre conscience de la diversité des démarches de résolution possibles et en débattre, contribuant ainsi à l'évolution des représentations et des procédures initiales.

Ainsi conçues, les mises en commun devraient renforcer la dévolution du problème à l'élève, car celles-ci n'ont pas pour fonction de « donner la bonne façon de faire » pour ensuite la « reproduire » lors de la reprise de la phase de recherche, mais le but est d'offrir un temps d'échanges et de confrontations, afin de favoriser l'autorégulation des procédures et des difficultés rencontrées.

Afin de constater si les mises en commun ont effectivement répondu aux intentions initiales, chacune d'entre elles a été analysée selon :

- la nature des prises de parole des élèves (explicitation, réflexion métacognitive, confrontation de points de vue) ;
- les objets abordés (énoncé du problème, procédures, objet des difficultés, résultats, stratégies de validation, etc.) ;
- les effets sur les procédures de résolution de problèmes lors de la phase de reprise de l'activité (analyse de l'évolution des traces écrites de chaque élève).

Déroulement de l'activité

« Recherche 70 »

Les élèves ont travaillé par groupe de deux. Trois séances de quarante-cinq minutes environ ont été nécessaires pour répondre à la question du problème, sans toutefois qu'une « procédure experte » ait été forcément développée.

Quatre mises en commun ont eu lieu lors de chaque séquence didactique, regroupant une partie des élèves ou tous les enfants présents. La plupart ont répondu à la demande des élèves de pouvoir communiquer les résultats obtenus. Trois mises en commun sur huit ont fait suite à l'expression de difficultés ou à un désinvestissement de la tâche.

Difficultés identifiées dans l'analyse a priori et mises en commun

- Représentation du problème et procédures

D'une façon générale, les élèves n'ont pas éprouvé de grandes difficultés à développer une procédure de résolution. Très vite, des

décompositions de 70 avec les multiples de 10 ont été notées, soit en énumérant les termes, soit en notant des additions.

Un seul groupe (Dim et Yan) n'a pas immédiatement décomposé en plus de deux termes. Observons comment la régulation interactive s'est déroulée à ce propos. Dans un premier temps, les élèves explicitent leurs procédures et constatent les différences :

E⁴ *L'idée maintenant, c'est de montrer aux autres ce que vous avez fait. Tu es d'accord Dav de montrer aux camarades ce que vous avez fait ?*

Dav *Nous avec Nai, on a cherché en premier chacune nos calculs et puis chaque fois qu'on avait une idée et bien on se la disait et puis on écrivait les mêmes calculs.*

E *Vous êtes d'accord de nous dire quels sont les calculs que vous avez trouvés ? Nai ?*

Nai *Ben on a essayé de faire euh des chiffres par deux, des calculs par deux et après on a cherché de plus.*

E *Qu'est-ce que ça veut dire de plus ?*

Nai *ça veut dire on a cherché quelques calculs par exemple par trois ou par plus.*

Dim *Ah !*

E *Qu'est-ce que tu penses Dim là, tout à coup ?*

Dim *Je lui ai dit qu'on avait fait à peu près la même chose, les mêmes calculs.*

E *Vous avez les mêmes calculs ? Yan, tu es d'accord avec ça ?*

⁴ E : enseignant.

Yan *Non, je ne suis pas d'accord, parce qu'ils en ont fait plus. Mais nous, on a fait qu'avec un chiffre parce qu'on savait pas s'il fallait faire avec deux chiffres, ou bien avec un chiffre, alors nous, on a préféré faire qu'avec un chiffre.*

Peu après, les élèves sont amenés à discuter de la pertinence de décomposer en plus de deux termes et d'utiliser plusieurs fois le même terme :

E *Qu'est-ce que vous aimeriez faire maintenant ?*

Dim *J'sais pas.*

Yan *Moi, j'aimerais bien savoir si on peut utiliser une fois les chiffres ou bien plusieurs fois dans un calcul, j'aimerais bien savoir.*

E *Dim, qu'est-ce que tu en penses ? On a le droit d'utiliser plusieurs fois un même timbre ?*

Dim *Ouais*

E *Et toi tu en penses quoi Dav ?*

Dav *Oui, tout à fait, puisque dans la vie, il n'y a pas qu'un timbre de chaque, il y en a plusieurs.*

E *Qu'est-ce que tu en penses Yan ?*

Yan *Ouais, il y a plusieurs timbres à la poste.*

E *Il y a plusieurs timbres à la poste. Dim ?*

Dim *Il y en a pas plusieurs sur une lettre, mais moi ma maman normalement elle en met qu'un.*

Dav *Moi, ma maman, elle en met plusieurs.*

Nai *Nous, quand on reçoit des paquets, il y en a toujours plusieurs.*

E *Mmm ... bien suite à ça, je vous propose de poursuivre votre travail.*

Suite à ce temps de confrontation de points de vue, le groupe de Yan et Dim va écrire des décompositions de plus de deux termes.

La difficulté majeure rencontrée par les élèves dans les deux séquences didactiques est la problématique de la permutation des termes dans les décompositions de 70. En effet, l'énoncé « manière différente d'affranchir la lettre » a suscité des compréhensions fort différentes entre les élèves :

Dav *Nous, on a aussi fait le contraire.*

Aud *Ah ben non, si on les a à double, c'est la même chose, voyez. (...) c'est les mêmes réponses qu'on les mette dans un ordre ou l'autre, c'est la même manière. Donc, nous on en a treize sans les recopier. (...)*

Dav *Mais c'est pas les mêmes calculs ! Euh mais peut-être avec les mêmes nombres, mais ils sont inversés quoi, ils sont pas dans le même ordre !*

Cette question de la permutation des termes est revenue tout au long de l'activité. Certains élèves vont modifier leur point de vue, soit pour considérer la permutation des termes, soit au contraire pour ne plus la prendre en compte. Les difficultés liées à l'écriture des décompositions avec les permutations vont décourager quelques élèves, voire même les désinvestir de la tâche :

E *Vous avez aussi un problème ?*

Aud *Ben ouais, parce que nous, on les*

écrit et puis bon, après, quand on doit les inverser, on voit qu'on a déjà celui-là et celui-là. On les a déjà faits en avant. On va sans faire exprès les réécrire une fois et puis après, on doit tout refaire. Et puis ça prend du temps et c'est énervant.

Lau *Moi je trouve que c'est embêtant.*

E *Pourquoi ?*

Lau *Parce qu'on a tout ça à écrire et ça prend du temps.*

Nas *Si on veut réécrire deux fois les mêmes, il faut biffer et puis refaire.*

Mar *Nous notre problème, c'est que chaque fois qu'on avance avec les calculs, chaque fois qu'on met toujours plus de calculs, on voit qu'on en a toujours plus à marquer et puis on arrive plus à tous les marquer.*

Ces constats ne vont néanmoins pas suffire pour convaincre certains élèves de renoncer à la permutation des termes. L'enseignant est contraint, plus tard, de les déstabiliser avec la question suivante :

E *Quand je vais à la poste acheter des timbres, est-ce que c'est différent d'acheter un timbre de 50 centimes et 20 centimes ou bien de 20 centimes ou de 50 centimes ?*

– Coopération

Les régulations interactives à propos de la pertinence de la permutation des termes a parfois perturbé la coopération au sein de certains groupes. Les partenaires ne partageant pas le même point de vue et ne parvenant pas à se mettre d'accord choisissent de travailler chacun pour soi. La phase de validation des résultats en fin de séquence didactique les incite à collaborer à nouveau.

– Communication et validation des résultats

Très tôt, les enfants affirment être en mesure de communiquer les résultats obtenus. Mais comme l'énoncé de l'activité « Recherche 70 » n'engage pas une validation des résultats de la part des élèves et que la structure de l'activité n'est pas autocorrective, l'enseignant décide d'introduire une nouvelle consigne : « Vous devez pouvoir prouver que toutes les solutions possibles ont été trouvées ».

Cette nouvelle contrainte va pousser les élèves à réfléchir à l'organisation de la liste des décompositions :

Yan *Nous, on a trouvé quatorze, on a décidé de les écrire au propre, avec un ordre. (...)*

Lar *Nous deux, on a essayé avec tous les 10, tous les 10 et puis après tous les 20, et puis après tous les 30, après tous les 40, après tous les 50, comme ça. (...)*

Mel *On a mis des OK, mais on a pris le plus de 10 possibles et puis c'était les sept 10 et puis ensuite on a fait le plus de 10 possibles avec un 20, ensuite le plus de 10 possibles avec un 30 et comme ça. (...)*

Arb *Alors moi, j'ai fait un peu la même chose que vous, moi j'ai fait 40 plus 10 plus 10 plus 10 égal 70. Après j'ai fait 50 plus 10 plus 10 égal 70. 20 plus 10 plus 10 plus 10 plus 10 plus 10 égal 70. 10 plus 10 plus 10 plus 10 plus 10 plus 10 plus 10 égal 70.*

Dans la plupart des groupes, la structuration de la liste n'a pas été suffisante pour garantir la réponse correcte à la question du problème. Les élèves en ont pris conscience en comparant le nombre de solutions obtenues et en constatant la diversité des

réponses annoncées. C'est l'occasion de réfléchir à la nécessité de valider les résultats. Les groupes vont se réunir par deux, avec la consigne d'élaborer une stratégie de validation, sans interventions ou étayage de la part de l'enseignant.

Lors de la dernière mise en commun des deux séquences didactiques, les élèves sont amenés à expliquer comment ils s'y sont pris :

Ele *On a regardé si on avait presque tous les calculs, euh on en avait quinze et puis on se les est dictés.*

E *Vous vous êtes dicté les calculs. Tout le monde dès le départ en avait quinze ?*

Mel *Non !*

Ele *Non !*

Nat *Moi, j'en avais dix-sept.*

Mel *Moi, j'en avais euh aussi quinze.*

E *Quinze. Et toi Loi tu te souviens ?*

Loi *Euh, moi j'en avais quatorze.*

E *Donc vous n'aviez pas les mêmes solutions. Comment vous avez fait pour arriver à une réponse commune ?*

Ele *On se les est dictés.*

Mel *On a un petit peu calculé tout ça et puis comme à un moment Ele en avait trop, ben on a refait, et puis on a vu qu'elle avait deux fois le même.*

Suite à la comparaison des différentes listes pendant la phase de validation et compte tenu des difficultés parfois rencontrées, les élèves ont pris conscience de l'importance de l'organisation du recensement. La mise en commun permet de l'exprimer et d'énon-

cer différentes manières de structurer les listes.

Remarques conclusives

Anticiper les régulations

Comme le témoignent les échanges pendant les mises en commun, un certain nombre de difficultés ont été observées dans la résolution du problème « Recherche 70 ». Le travail d'analyse a priori a permis non seulement de les identifier préalablement, mais également d'anticiper différentes modalités de régulation, induisant des interventions directes ou indirectes de l'enseignant. Dans la mesure où ce dernier connaît les difficultés et les erreurs que les élèves sont susceptibles de rencontrer, il peut choisir d'intervenir immédiatement ou de façon différée, mais sans se laisser surprendre lorsque celles-ci se présentent.

Parfois, malgré la constatation d'une difficulté ou d'une erreur particulière, aucune intervention formelle n'a été décidée, par exemple, lorsque la somme n'était pas équivalente à 70 ou lors de l'utilisation de plusieurs codages dans une même liste. L'explicitation et la confrontation des procédures pendant les mises en commun ont suffi pour engager une régulation, sans que ne soit explicitement abordé ces différents objets.

Le travail d'analyse a priori a été encore complété par une observation des traces écrites des élèves entre les différentes séances constitutives de la séquence didactique, ceci afin de :

- relancer l'activité au début de la séance suivante, avec de nouvelles consignes si nécessaire ;
- concevoir une différenciation de la relance selon l'avancement de la recherche de chaque groupe ;

- observer les démarches déjà développées par les élèves, afin d'anticiper certaines interventions enseignantes pendant les mises en commun.

Importance de l'énoncé du problème

Il est intéressant de relever que la problématique de l'interprétation des mots « manières différentes d'affranchir la lettre » n'a pas été identifiée dans l'analyse a priori. Cette formulation a été pourtant l'objet de nombreux échanges entre les élèves :

- Est-ce que le fait de coller les mêmes types de timbres, mais à des places différentes sur l'enveloppe, représente une « manière différente d'affranchir la lettre » ?
- Si non, comment argumenter que la permutation des termes (des timbres) ne soit pas une « manière différente d'affranchir la lettre » ?
- Si oui, comment gérer l'écriture des listes ? Comment contrôler que les décompositions n'aient pas été déjà écrites ? Comment s'assurer de les avoir toutes recensées ?

On observe que les élèves qui ont choisi de prendre en compte la permutation des termes se sont rapidement démobilisés face à l'ampleur de la tâche. Mais cela ne signifie pas pour autant qu'ils ont modifié leur compréhension du problème. Dans leur esprit, $[60 + 10]$ et $[10 + 60]$ restent une « manière différente d'affranchir la lettre à 70 centimes »⁵. Par contre, ils ont décrété qu'il était très difficile, voire impossible, de recenser toutes les possibilités.

⁵ Observons que cette interprétation de l'énoncé est tout à fait pertinente ! En effet, on aurait pu concevoir le problème du point de vue de la disposition des timbres sur l'enveloppe.

Ce constat illustre l'importance de l'habillage didactique et de l'énoncé du problème. Dans le cadre de l'activité « Recherche 70 », l'interprétation des mots « manières différentes » est à l'origine de certaines procédures développées, avec pour corollaire des difficultés de gestion du recensement des différentes possibilités, ainsi que des difficultés de validation des résultats obtenus.

Effets des mises en commun

L'analyse de l'évolution des traces écrites de chaque élève tout au long de la séquence didactique montre que les régulations interactives pendant les mises en commun ont produit des effets bénéfiques. Non seulement l'activité de recherche a été relancée dans une grande majorité des cas, mais une progression dans les procédures de résolution a également été constatée.

Quatre enfants ont été plus particulièrement observés, deux de niveau scolaire élevé et deux de niveau scolaire faible, afin d'examiner si les régulations interactives des mises en commun ont davantage profité à certains élèves. Il apparaît que les explicitations et les confrontations de points de vue ont aidé à plusieurs reprises les deux enfants de niveau scolaire faible à reconsidérer leur démarche. Le fait d'entrer en interaction avec des camarades qui sont capables d'explicitier les procédures de résolution déployées, d'exposer les questions qu'ils se posent, de se donner mutuellement des explications, de confronter leurs points de vue, semble avoir provoqué des prises de conscience favorables à la régulation des apprentissages des élèves de niveau scolaire faible, même si ceux-ci ont parfois éprouvé des difficultés à développer les activités de verbalisation recherchées.

Dans la recherche menée, les paroles de l'enseignant pendant les mises en commun n'ont pas été étudiées. On ne peut cependant pas ignorer le rôle qu'il a joué pour in-

citer les enfants à développer des activités d'explicitation et de confrontation de points de vue. Au vu des effets positifs engendrés par les régulations interactives des mises en commun expérimentées, il paraît maintenant indispensable de saisir la fonction des interventions de l'enseignant, telle que gérer les prises de parole, reformuler, questionner, inciter les élèves à détailler, faire reformuler, déstabiliser, suggérer, expliquer, etc. Une analyse que je projette de faire dans un prochain temps.

Références bibliographiques

ALLAL, L. (1988). Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. In M. Huberman (Ed), *Assurer la réussite des apprentissages scolaires ? Les propositions de la pédagogie de maîtrise* (pp. 86-126). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

ALLAL, L. (1993). Régulations métacognitives. In L. Allal, D. Bain & P. Perrenoud (Eds), *Évaluation formative et didactique du français* (pp. 81-98). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

CHARNAY, R. & MANTE, M. (1995). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*. Paris : Hatier Pédagogie.

HADJI, C. (1997). *L'évaluation démystifiée*. Paris : ESF éditeur.

MOTTIER LOPEZ, L. (1999). *Évaluation formative des apprentissages en mathématiques à l'école primaire*. Mémoire de licence, université de Genève, FAPSE.

PELGRIMS DUCRET G. & GENET, P. (1997). Une démarche d'évaluation formative intégrée aux moyens d'enseignement des mathématiques 1P-4P. *Résonances*, 4, (12-13).

[ndlr] Nous publions avec plaisir cette lettre de M. Samuel Roller, fondateur de *Math-Ecole*, rédacteur responsable durant les quinze premières années d'existence de notre revue (no 1 à 75, de 1961 à 1976) puis lecteur attentif et actif, comme en témoignent ses lignes. Nous le remercions et, par la même occasion, encourageons tous les lecteurs à nous envoyer leurs remarques et réflexions pour faire vivre leur revue.

Au rédacteur de "Math-Ecole"

Mon cher François,

Ton édito du numéro 188 est un appel aux lecteurs.

Voici la réponse que je tiens à te donner et qui me permet de préciser un désir qui ne m'a jamais quitté eu égard à l'utilité de notre bulletin. Cela concerne ce que j'appelle, un peu sommairement, le nombre et avec lui l'arithmétique.

Pour m'expliquer, je te fais part d'un jeu auquel je me suis livré mentalement et qui m'a procuré un petit bonheur.

J'ai joué avec des nombres de deux chiffres. Prenons 32. Que se passe-t-il si j'invertis les deux chiffres ? Je trouve 23 et je constate qu'entre les deux nombres 23 et 32, il y a 9. Prenant un autre nombre, disons 17, je trouve 71 et entre 17 et 71, 54 qui est un multiple de 9.

Poussant ma réflexion, je constate, en pre-

nant les deux exemples ci-dessus, la chose suivante : les deux chiffres de 23 ou de 32 offrent entre eux une différence de 1. Celle-ci m'informe que, entre 23 et 32, il y aura une fois 9.

Semblablement, les deux chiffres composant les nombres 17 et 71 offrent une différence de 6. Cela signifie qu'entre 17 et 71, la différence sera de six fois 9, 54.

On pourrait poursuivre l'investigation.

Que faire quand les deux chiffres du nombre sont pareils, comme c'est le cas pour 44. L'inversion des deux chiffres ne donne rien. J'ai pensé alors, pour justifier la position du 4 des dizaines, à mettre devant le nombre 44 un zéro. 44 n'est pas modifié mais je peux grâce à ce zéro "de position" procéder à l'inversion. Je place le 4 final à gauche du 04. Quelle différence entre 44 et 404 ? Je trouve 360 qui est un multiple de 9. La petite "loi" que je viens de découvrir me procure une douce satisfaction.

J'ai "joué" comme tu aimes tant le faire, ô mon cher François, et je l'ai fait avec des nombres de la bonne vieille arithmétique. Ce pourrait-il que Math-Ecole offre certaines de ses pages à de semblables jeux ? J'ose penser que cela intéresserait bon nombre de nos chers instits.

Amicalement,

Samuel

LES LIENS ENTRE LA PRATIQUE DE LA CLASSE ET LA RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ¹

(Relationships between classroom practice and research in mathematics education)

Actes (Proceedings) de la rencontre CIEAEM 50, Neuchâtel, août 1998

F. Jaquet Ed. 1999. IRDP, (CP 54. CH-2007 Neuchâtel 7)

90 articles (50 en français, 40 en anglais), 520 pages (format 24 x 17)

L'ouvrage contient les textes des conférences plénières, présentations en parallèle, ateliers, sessions spéciales, posters et expositions de la 50e rencontre de la CIEAEM, regroupés en cinq sous-thèmes :

- les finalités de l'enseignement des mathématiques,
- la communication et collaboration entre praticiens et chercheurs,
- la recherche en didactique des mathématiques et formation des maîtres,
- les spécificités de la recherche en didactique des mathématiques,
- la prise en compte de résultats de la recherche dans les moyens et les outils pour l'enseignement.

¹ Commandes, v. p. 3 de couverture

On y trouve aussi des textes sur les aspects historiques de la CIEAEM.

La Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM) fondée en 1951, a tenu à faire figurer explicitement, parmi ses buts, le *développement des échanges* et le *dialogue entre chercheurs et enseignants*. Le thème de sa 50e rencontre reprend cette finalité essentielle de la Commission.

Comment développer les liens entre la pratique de la classe et la recherche en didactique des mathématiques ? Les réponses et propositions d'action sont multiples et diverses, mais, globalement - et les textes de ces actes en font foi - on constate que les rôles des divers partenaires de l'enseignement des mathématiques sont de mieux en mieux définis, qu'on s'intéresse aux tâches des uns et des autres et qu'on apprécie les apports mutuels qui découlent des échanges entre le praticien et le chercheur.

On ne lit pas des «Actes» comme un roman de la première à la dernière page. On choisit les articles, qui sont indépendants les uns des autres. Pour faciliter ce choix, la lecture de la «description du thème», avec ses sous-thèmes et les questions correspondantes, peut se révéler fort utile. La table des matières est aussi organisée en fonction des sous-thèmes.

Mots-clés : recherche, didactique des mathématiques.

Destinataires : praticiens et chercheurs en didactique des mathématiques.

APPRENTISSAGES NUMERIQUES ET RESOLUTION DE PROBLEMES ERMEL CM2

Equipe de didactique, des mathématiques
de l'INRP, Hatier, 1999

Le nouvel ERMEL est arrivé ! Comme tous les autres livres de la collection, c'est un ouvrage important dans lequel on trouve des idées d'activités à mettre en place dans les classes mais aussi des réflexions théoriques sur l'enseignement des mathématiques.

Dans la première partie intitulée «Nos conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement», on retrouve l'énoncé des fondements théoriques des auteurs qui justifient leurs choix. Ainsi est affirmé le rôle important voire primordial de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques. Cette partie reprend les idées développées dans ERMEL CM 1 : j'en citerais quelques unes.

- Le rôle de l'entraînement : de même que dans le manuel de CM1, les auteurs ont conservé un chapitre sur les activités d'entraînement dans lequel ils proposent des exercices qui permettent de travailler la mémorisation des tables, le calcul réfléchi, les techniques opératoires, etc.
- Les fonctions de l'écrit qui sont différentes suivant que l'on est en phase de recherche ou en phase de rédaction. Ce point me paraît important à souligner. En effet, il me semble que l'on exige trop souvent que les élèves produisent un écrit parfait ce qui a pour conséquence de masquer à leurs yeux les nécessaires plumes de recherche.
- Le rôle des mises en commun : moment de correction mais aussi de mise en évidence de différentes procédures ou moment d'échange, de débat.

- Un travail sur l'argumentation et les débats.

Les thèmes mathématiques sont ensuite abordés :

- Des problèmes pour apprendre à chercher. Les auteurs précisent qu'ils font le choix de privilégier d'une part le développement de stratégies de recherche originales et d'autre part la sélection d'informations. Pour cette dernière partie, il me semble que les auteurs ont su proposer de vrais problèmes avec de vraies questions qui nécessitent bien sûr de prélever des informations mais aussi de faire un traitement mathématique. Les auteurs ne sont donc pas tombés dans l'écueil du «tout information».
- Connaître les nombres et les calculs. Dans cette partie, pas beaucoup de nouveautés au CM2, on travaille sur les nombres entiers, leurs désignations, l'ordre et les opérations. On trouve des idées d'activités qui peuvent être proposées à plusieurs reprises en faisant évoluer les nombres en jeu.
- Le champ multiplicatif. Dans cette partie, on retrouve des problèmes de multiplication et de division ainsi que de proportionnalité. Notons que la technique opératoire de la division évolue vers la technique usuelle. En ce qui concerne la proportionnalité, on trouve des problèmes faisant intervenir des graphiques, des tableaux ainsi que des problèmes de pourcentage.
- Mesures, fractions et décimaux. Ce chapitre était déjà présent dans ERMEL CM1 sous cette forme c'est-à-dire en liant ces trois notions. Le lien avec les programmes de collège est fait et les choix sont explicités.

En résumé je voudrais signaler l'intérêt de cet ouvrage pour la pratique de la classe. Bien sûr, c'est un manuel dense, qui demande un travail important d'appropriation pour les manies mais qui permet de proposer aux élèves des situations riches et motivantes.

Sylvie COPPE

Destinataires: enseignants de mathématiques

ques de l'école primaire, formateurs, chercheurs en didactique.

Mots-clés: enseignement et didactique des mathématiques, école primaire, nombre naturel, opérations arithmétiques, résolution de problèmes.

[ndlr] Nous remercions la revue **Grand N** de nous permettre de reprendre ces notes de lecture, publiées dans son numéro 65.

Réponses aux problèmes de la première épreuve du 8e RMT (suite)

13. LE CAHIER DE QUINZE

Voici la liste des 73 nombres cherchés, établie par une classe de 7e année.

1) 69

2) 69; 78; 87; 96; 105; 114; 123; 132; 141; 150; 159; 168; 177; 186; 195; 204; 213; 222; 231; 240; 249; 258; 267; 276; 285; 294; 303; 312; 321; 330; 339; 348; 357; 366; 375; 384; 393; 402; 411; 420; 429; 438; 447; 456; 465; 474; 483; 492; 501; 510; 519; 528; 537; 546; 555; 564; 573; 582; 591; 600; 609; 618; 627; 636; 645; 654; 663; 672; 681; 690; 700; 710; 720; 730; 740; 750; 760; 770; 780; 790; 800; 810; 820; 830; 840; 850; 860; 870; 880; 890; 900; 910; 920; 930; 940; 950; 960; 970; 980; 990; 1000;

Il y en a donc 73 en tout.

explication: Il faut augmenter le chiffre des dizaines de "1" donc il faut diminuer celui des unités de "1".

14. REPÊCHAGE

Il faut 5 tours et 54 séries

15. UNE QUESTION D'AGE

Le plus vieux est Joseph et la plus jeune est Michèle.

Voici une solution, d'une classe de 8e, qui devrait convaincre chacun

Nous avons cherché par élimination :

si le n°1 ment :

l'ordre des âges avec les n° 2 et 4 donneraient :

$$\text{Michel} > \text{Joseph} > \text{Charles}$$

le n° 3 dit que Charles est le moyen.

Donc c'est faux.

si le n° 3 ment :

Avec les n° 1 et 2, l'ordre est :

$$\text{Charles} > \text{Michel} > \text{Joseph}$$

le n° 4 dit que Joseph est plus vieux que Charles.

Donc c'est faux.

si le n° 4 ment :

Avec les n° 1 et 2, l'ordre est :

$$\text{Charles} > \text{Michel} > \text{Joseph}$$

le n° 3 dit que Charles est le moyen.

Donc c'est faux.

Il reste donc que le n° 2 ment.

justification : Avec les n° 1 et 4, l'ordre est :

$$\text{Joseph} > \text{Charles} > \text{Michel}$$

le n° 3 dit que Charles est le moyen.

Donc c'est juste.

C. Q. F. D.

16. L'HÉRITAGE

Les deux parties ont la même aire. On peut l'expliquer par une décomposition du genre :

Problème n° 16

logiquement aucun calcul est nécessaires.

il suffit de tracer les perpendiculaires au côté du rectangle passant par le piquet placé au hasard par le voisin.

Dans chaque moitié du rectangle il y a la même aire en gris et en blanc donc si on les colle entre elles, on obtient une moitié de rectangle gris et blanche.

Donc les deux parties sont parfaitement égales.



Figure de départ

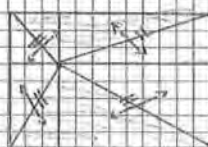


Figure avec la perpendiculaire

17. LA PLUS LONGUE SUITE

Avec 1236 comme deuxième nombre, on obtient la plus longue des suites possibles (12 termes) : 2000, 1236, 764, 472, 292, 180, 112, 68, 44, 24, 20, 4.

Pour le mathématicien qui connaît bien le nombre d'or ϕ et les suites de Fibonacci, le nombre 1236 est l'entier le plus proche de $2000/\phi$. Pour les élèves, une recherche organisée conduit rapidement à la solution optimale

Nous avons obtenu une suite de 12 nombres.
Pour trouver ce résultat en balant :

	suite n°1	suite n°2	suite n°3	suite n°4	suite n°5	suite n°6
1	2000	2000	2000	2000	2000	2000
2	1170	1232	1231	1233	1237	1236
3	820	718	769	767	763	764
4	340	554	462	466	474	472
5		184	307	301	289	292
6			155	165	185	180
7			152	136	104	112
8				29	81	68
9					23	44
						24
						20
						4

meilleur
notre résultat

18. VOISIN - VOISINE

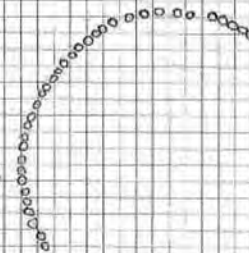
Il y a 35 personnes, 19 femmes et 16 hommes :

ils sont exactement : 35 16 hommes 19 femmes

Justification :

Si il y a 12 femmes qui ont un homme à leur
forcément il y aura au moins 12 hommes. Et comme nous
savons que 3 hommes sur 4 ont une femme à leur droite
on devra prendre les 4 de 12 = 16.
Maintenant nous savons qu'il y a 16 hommes et
19 femmes.

Croquis :



4 pts

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à : **Math-Ecole - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

☐ **Veillez m'abonner à Math-Ecole .** (Tarifs en page 2 de couverture.)

Veillez me faire parvenir :

<i>Faire de la géom. en jouant avec Cabri-géomètre (I/II)</i>	11003	(ens. à Fr. 30.-)
<i>Encyclopédie kangourou, ACL</i>	11004	(ex. à Fr. 28.-)
<i>Mathématiques du kangourou, ACL</i>	11005	(ex. à Fr. 28.-)
<i>Les annales du kangourou, ACL</i>	11006	(ex. à Fr. 29.-)
<i>Exos-malices, ACL</i>	11007	(ex. à Fr. 29.-)
<i>Histoire de Maths, ACL</i>	11008	(ex. à Fr. 19.-)
<i>La magie du calcul, ACL</i>	11009	(ex. à Fr. 19.-)
<i>Pythagore et Thalès, ACL</i>	11010	(ex. à Fr. 19.-)
<i>Le monde des pavages, ACL</i>	11011	(ex. à Fr. 19.-)
<i>Les maths & la plume, ACL</i>	11012	(ex. à Fr. 14.-)
<i>Jeux et découvertes mathématiques, ACL</i>	11013	(ex. à Fr. 14.-)
<i>Jeux mathématiques pour tous, ACL</i>	11014	(ex. à Fr. 16.-)
<i>Plages mathématiques, ACL</i>	11015	(ex. à Fr. 17.-)
<i>Apprivoiser l'infini, ACL</i>	11016	(ex. à Fr. 25.-)
<i>Le système métrique, hier et aujourd'hui, ADCS</i>	11017	(ex. à Fr. 38.-)
<i>Jeux mathématiques du «Scientific American», ADCS</i>	11018	(ex. à Fr. 38.-)
<i>Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, N. Rouche, CREM</i>	11019	(ex. à Fr. 26.-)
<i>La CIEAEM au travers de ses 50 premières rencontres</i>	11020	(ex. à Fr. 6.-)
<i>Actes de la CIEAEM 50</i>	11021	(ex. à Fr. 35.-)

PROBLEMES DE RALLYES ET CONCOURS :

<i>Actes des rencontres internationales de Brigue sur le RMT</i>	11022	(ex. à Fr. 18.-)
<i>Jeux IV : de l'intérêt des problèmes de Rallye, APMEP</i>	11023	(ex. à Fr. 28.-)
<i>Fichier Evariste APMEP</i>	11024	(ex. à Fr. 25.-)
<i>Panoramath 96, APMEP</i>	11025	(ex. à Fr. 12.-)
<i>Panoramath 2, CIJM, APMEP, ACL</i>	11026	(ex. à Fr. 18.-)
<i>Panoramath 96, Panoramath 2,</i>	11027	(ens. à Fr. 25.-)
<i>50 Enigmes mathématiques pour l'école</i>	11028	(ex. à Fr. 14.-)
<i>50 Enigmes mathématiques faciles</i>	11029	(ex. à Fr. 16.-)
<i>52 Nouvelles énigmes mathématiques faciles, POLE</i>	11030	(ex. à Fr. 16.-)
<i>50 Enigmes mathématiques pour tous</i>	11031	(ex. à Fr. 16.-)
<i>52 Nouvelles énigmes mathématiques pour tous, POLE</i>	11032	(ex. à Fr. 16.-)
<i>50 Enigmes mathématiques pour lycéens</i>	11033	(ex. à Fr. 16.-)
<i>Le Trésor du vieux Pirate (n°12)</i>	11034	(ex. à Fr. 5.-)*
<i>Le Pin's Tourneur (n° 11)</i>	11035	(ex. à Fr. 5.-)*

Les frais de port ne sont pas inclus dans les prix indiqués.

* En liquidation jusqu'à épuisement du stock.

Nom et prénom : ☐ Mme ☐ M

Adresse (rue et numéro) :

Localité (avec code postal) :

Date : Signature :

SOMMAIRE

EDITORIAL :

Luc-Olivier Pochon 2

Mettre en place une situation ludique d'apprentissages des mathématiques, une activité qui se prépare !

Pierre Stegen et Annick Sacré 5

Calcullette : coucou, la revoilà !

Jean-Michel Favre 10

Mein Tausenderbuch

Janine Cosandey 21

8e Rallye Mathématique Transalpin

Epreuve II 23

LA SCOPA

Découverte d'un jeu de cartes italien dans une classe de 3e

Yolanda Campa 27

De l'analyse a priori à la régulation

Lucie Mottier Lopez 32

Courrier des lecteurs 43

Notes de lecture 44