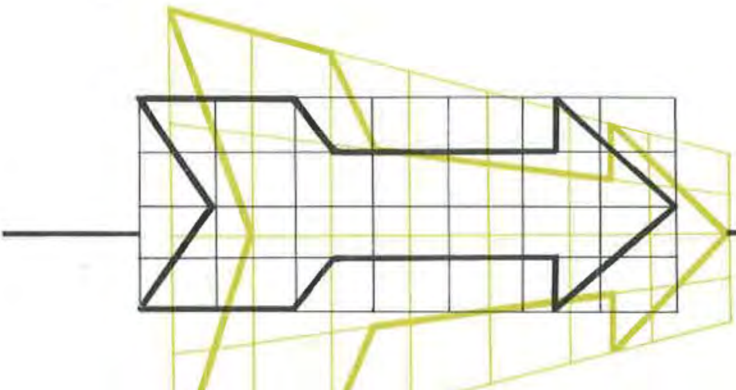
79



MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1977

16e ANNEE

MATH ECOLE 79

16e ANNEE Paraît cinq fois par an SEPTEMBRE 1977

Editorial

Esprit, es-tu là ?

Voilà bien longtemps que chacun se réjouit de recevoir une méthodologie et un programme romands qui mettent enfin au net l'enseignement de la mathématique à l'école primaire et qui serviront de base aux recyclages, aux formations des collègues romands. C'est donc avec intérêt qui j'ai pris connaissance de ces documents. La présentation en est remarquable, la méthodologie riche et variée; les thèmes proposés ne devraient pas manquer d'intéresser vivement ceux qui s'efforcent d'introduire la vie en mathématique.
Alors, de quoi nous plaignons-nous ?
Je me permets de répéter ma question: Esprit, es-tu là ?
Esprit de recherche, d'hypothèse, de tâtonnements, de raisonnement, de logique...
Pour ma part, je me sens contraint de répondre qu'il s'estompe et que bientôt il n'apparaîtra dans nos classes que sous forme de jeu, d'amusette, de devinette à l'intention des élèves bien doués ou pour occuper des veilles de vacances...
En effet, **la surcharge des programmes proposés** sera un handicap certain à la conservation de cet esprit. En accumulant les notions, on imposera ou le temps imparti imposera obligatoirement un choix. Ce dernier se portera inévitablement sur les activités opératoires, faciles à «exercer», faciles à «évaluer» et que restera-t-il de l'aspect essentiel de la mathématique, de douze ans d'efforts pour la rénovation de la pédagogie de cette matière ?
J'ai le sentiment que l'**on n'a pas sélectionné un programme** (en reprenant les travaux les plus intéressants effectués dans les cantons romands), mais que l'**on a résolument programmé la sélection** des élèves.
Si une telle attitude peut sembler nécessaire à certains, elle ne doit pas entraîner l'ensemble des collègues dans ce fâcheux travers. La sélection se fait déjà bien suffisamment... sans qu'on l'amplifie par des «programmes-couperets».
A Genève, dès ce mois de septembre, nous avons une heure de mathématique de plus par semaine.
Qu'en ferons-nous ?
Les tenants de la TRADITION, les soupirants de la NU, les activistes OP connaissent déjà leur réponse...
Quant aux autres, ils pourront (ils devront) conserver l'esprit, en renforçant deux activités essentielles: la logique et la recherche. Ils justifieront du même coup la vraie mission de l'enseignement primaire :

«apprendre à apprendre».

J.-J. Walder

L'addition et la soustraction à 6 ans

par Ninon Guignard et M.-L. Comte

L'apprentissage de la soustraction est lié à celui de l'addition puisque chacune de ces deux opérations est l'inverse de l'autre et que par conséquent elles font appel toutes deux aux mêmes notions, aux mêmes «ingrédients» en quelque sorte. Bien des difficultés rencontrées dans l'apprentissage de la soustraction tiennent à ce que l'apprentissage de l'addition n'a pas été assez poussé et qu'on a négligé des constructions telles que celle de «tout», de «partie(s) à tout» et de «réunion».

Il est bien évident que l'enseignement dans les petits degrés ne peut pas épuiser toute l'élaboration de ces différentes notions car l'enfant n'en est pas encore capable logiquement. Il y a différents niveaux dans l'élaboration d'une notion. Le premier niveau est très important et concerne l'enseignement dans les petits degrés: c'est celui de l'activité matérielle (l'activité «en pensée» étant d'un niveau plus complexe). L'enfant doit donc être placé devant une activité concrète, où il manipule, fait des constatations, écrit et représente ce qu'il a fait en action.

Un des problèmes difficiles de l'enseignement de l'addition et de la soustraction est celui de la construction du «tout» comme ensemble de toutes les parties. L'enfant doit construire le lien qui existe entre la réunion et le tout (ou la somme) et *le simple comptage ne suffit pas*. Aussi, la centration sur le résultat est importante et une des façons de ne pas l'escamoter consiste par exemple, dans une activité de construction ou autre, à cacher la collection totale.

Un autre point est important également: l'observation des enfants, de ce qu'ils font et de ce qu'ils discutent. On s'aperçoit alors que ce qui paraît pertinent à l'adulte lorsqu'on opère une addition ou une soustraction, c'est la réunion (ou l'exclusion), la somme, l'égalité, etc. L'enfant, lui, va d'abord se fixer sur ce qui lui semble très important mais qui n'est pas pertinent et qui empêche de résoudre le problème posé. C'est souvent des données telles que l'ordre ou l'espace ou encore la grandeur des nombres (par exemple, 2 doit nécessairement venir avant 4 même indépendamment de la situation). Il ne s'agit pas d'éviter cette difficulté ni de la détourner en essayant d'attirer l'attention de l'enfant sur ce qui semble pertinent à l'adulte et qui l'est pour la mathématique. Il conviendrait de faire prendre conscience aux enfants, en les faisant discuter entre eux et en essayant différentes démarches, de ce qui va leur permettre de résoudre le problème posé, de sorte qu'ils découvrent eux-mêmes ce qui est important et ce qui ne l'est pas.

Nous avons essayé de trouver des activités qui tiennent compte de ces différents problèmes.Voici donc la situation proposée pour représenter une action de réunion et arriver à son écriture symbolique.

Addition

Leçon avec huit enfants, partagés en deux groupes autour d'une table.

Premier jeu

Les enfants du premier groupe reçoivent des cubes distribués de la manière suivante:

Paul	3 cubes
Pierre	1 cube
Marc	3 cubes
Claire	2 cubes

Chaque enfant construit une tour.
Le deuxième groupe effectue verbalement des comparaisons sur les tours.

Ex.: les tours de Paul et de Marc sont les plus hautes, elles ont 3 étages.

Tous les enfants remarquent que ces tours sont petites et que pour en faire de plus hautes, il faudrait encore d'autres cubes.
Un élève (ou la maîtresse) propose de réunir toutes les tours pour en construire une plus grande.
Ce qui est fait.
La grande tour une fois achevée est rapidement cachée pour éviter le comptage.

Peut-on trouver combien d'étages a cette grande tour ?

Les enfants racontent ce qui s'est passé.
Ils proposent aussi de dessiner la tour et de compter tous les étages ensembles.
Ils essaient d'écrire, le plus souvent de cette manière

3 1 3 2

Il s'en suit une discussion intéressante et des constatations telles que:

— Les chiffres écrits trop rapprochés forment d'autres nombres !
— L'ordre des chiffres n'a pas d'importance ! Etc.

Si aucun enfant n'a écrit le signe «plus», il leur est proposé, en insistant sur le fait que ce signe traduit l'action de mettre ensemble, de réunir.

Les enfants écrivent $3 + 1 + 3 + 2$

Il faut encore les amener à résoudre l'équation (but de la leçon) et écrire ainsi

$$3 + 1 + 3 + 2 = 9$$

On dévoile la tour pour observer si elle correspond à ce qui a été écrit, puis on la cache de nouveau.

Deuxième jeu

Le deuxième groupe reçoit des cubes, distribués différemment:

4 cubes, 1 cube, 3 cubes et 2 cubes.

Même déroulement de leçon jusqu'à la construction d'une nouvelle tour. Chaque enfant écrit un calcul, quelques-uns ont encore besoin de dessiner les cubes.
En général le signe «plus» est utilisé.
La résolution de cette nouvelle équation déclenchera la comparaison entre les 2 tours.
On vérifiera toujours concrètement après chaque opération.
Il faudra exercer l'action de réunir avec d'autres motivations et matériels, par exemple, des jouets réunis dans une boîte, dans un sac, des animaux entrant dans leur ferme.
On ne peut passer à la soustraction que lorsque l'enfant aura acquis une connaissance intuitive suffisante de l'addition: relation de parties à tout, commutativité, associativité.

Soustraction

La soustraction est présentée ici comme l'inverse de la réunion.
Leçon avec huit enfants, deux groupes de quatre autour d'une table.
On construit une tour (même démarche que celle décrite plus haut).

On arrive à l'écriture $4 + 1 + 3 + 2 = 10$

Soit 10 étages, la hauteur de la tour qui est le «tout».
La tour est ébranlée, 2 étages tombent. La tour restante est cachée, on voit les 2 étages tombés.
Comment trouver le nombre d'étages qui restent ? Les enfants discutent, ils déduisent que la tour sera plus petite que celle des 10 étages. Ils proposent plus rapidement d'écrire ce calcul. Le signe «moins» est peu ou pas connu.
Il doit être présenté comme le signe représentant l'action de séparation (d'exclusion).

Echanges et discussions suivent jusqu'à l'écriture

$$10 - 2 = 8$$

Les 8 étages restants sont vérifiés !

Puis la tour est reconstruite; l'action est symbolisée par $8 + 2 = 10$.

On démolit une seconde fois la tour, de trois étages par exemple.
Les élèves discutent, échangent, cherchent et écrivent.
Ils veulent reconstruirent ou redémolir et ils prennent conscience de ces actions inverses.
Comme pour l'addition, d'autres motivations se prêtent à ces manipulations. Par exemple, un vendeur d'autos qui complète son parc à autos après chaque vente, un vendeur au marché qui reconstitue des caisses de légumes ou de fruits, etc.

Remarque: le signe «égal» ne semble pas être bien compris. Les enfants l'utilisent sans expliquer sa signification. Nous en reparlerons une prochaine fois.

En marge d'une exposition:

Pestalozzi et son temps
L'enfant à l'aube du XIXe siècle, à Yverdon

A la lecture d'un livre intitulé: «Exposé de la Méthode élémentaire de H. Pestalozzi» par Dan. Alex. Chavannes, édité à Vevey en 1805, nous avons été surpris de découvrir un texte qui définit la notion de nombre et d'y trouver la même démarche que dans les expérimentations de Piaget, dans le livre de Dienes «Les premiers pas en mathématique — Ensembles — Nombres et puissances» (Ed. OCDL) pp. 27 à 29 et dans les jeux ER-31-32-33 de la Méthodologie romande de première année.
En voici le texte original:

La notion de nombre...

Pestalozzi va plus loin: il veut que la Mère ne se borne pas à des unités isolées; il veut qu'elle commence à donner à son enfant l'idée du nombre, en lui enseignant comment il doit appeler l'assemblage de plusieurs objets qui s'offrent à lui comme autant d'unités distinctes.

Cette première opération, pour suivre la marche de la nature, doit être **intuitive.** Il faut, avant de séparer de l'objet l'idée de son nombre, que l'enfant puisse voir ce nombre étroitement lié à l'objet. Sa mère employera donc ici, non seulement les parties de son corps qui peuvent être réunies et former des quantités, telles que les doigts, les ongles, les jointures, elle recourra encore à d'autres moyens extérieurs. Elle prendra de petites pierres, des noix, des tablettes, etc., elle dira à l'enfant en posant un de ces objets sur la table, non pas: voilà un; mais: voilà une pierre, une noix, une tablette; puis, après en avoir ajouté un second: voilà deux fois une pierre, c'est-à-dire deux pierres; deux fois une noix, c'est-à-dire, deux noix; et ainsi de suite en augmentant le nombre des objets. Quel sera, maintenant, l'effet de ce procédé sur l'esprit de l'enfant ? Ici je crois pouvoir répondre: lorsque l'enfant aura été exercé à distinguer et à nommer ainsi un, deux, trois, les différents assemblages d'objets qu'on lui présente, il ne tardera pas à observer, que les mots un, deux, trois, demeurent toujours les mêmes; tandis que, ceux de pierre, de noix, avec lesquels il les lie changent suivant qu'on lui montre les uns ou les autres de ces objets; dès-là, il en viendra bientôt à séparer l'idée du nombre de celle de la chose, et, par là même, à l'élever à l'idée abstraite de la quantité, ou au sentiment net et précis du **plus** ou du **moins,** indépendant de la nature des objets qu'il a sous les yeux.

On dira peut-être que tout ceci va de soi-même; que, sans employer des moyens aussi minutieux, les enfants apprennent naturellement à se former l'idée de la quantité. Je conviens qu'en répétant souvent, comme on le fait communément, à un enfant: qu'après un vient deux, après deux, trois, etc., on l'amènera facilement à pouvoir lorsqu'il voit plusieurs choses rassemblées, en déterminer le nombre. Mais comment s'opérera chez lui cette détermination ? Uniquement par l'application qu'il fera de la série numérique, qu'il a mémorisée, aux divers objets qu'il a sous les yeux. Qu'on lui fasse prononcer un nombre quelconque, celui de neuf, par exemple, sans lui mettre en même temps sous les yeux neuf choses auxquelles il puisse le rapporter, tout ce que le mot neuf lui rappellera, c'est: qu'il est placé après celui de huit ou avant celui de dix dans la série des nombres qui lui est familière. La **méthode** a donc ici le grand avantage de poser un fondement sûr dans l'esprit de l'enfant, et de donner à la première idée qu'il se forme de la **quantité,** une clarté à laquelle un grand nombre d'arithméticiens, même, ne parviennent de leur vie.

Extrait de «*Exposé de la Méthode élémentaire de H. Pestalozzi*», par D. Alex. Chavannes, édité à Vevey en 1805.

Mathématique 5e année

Note liminaire

Quand paraîtra ce numéro de MATH-ECOLE, on aura commencé à utiliser dans toutes les classes de cinquième année de scolarité en Suisse francophone, et cela malgré des différences de structure encore existantes, les manuels et fiches éditées pour ce degré par l'Office romand des éditions et du matériel scolaires. Comme pour les éditions précédentes, MATH-ECOLE salue à sa façon la parution de ces ouvrages: les auteurs présentent chacun ci-après un thème de leur choix issu des chapitres du programme.
Une remarque initiale s'impose: chaque lecteur de MATH-ECOLE connaît les sigles ER (Ensembles et Relations), NU (Numération), OP (Opérations) et DE (Découverte de l'espace), qui désignent les grandes divisions du programme Math 1P à 4P. Pour les degrés 5 et 6, sans qu'il y ait pour autant solution de continuité ni dans le contenu ni dans le mode d'enseignement, le Comité de rédaction et la Commission d'examen ont adopté les sigles et chapitres suivants:

— *NN : Nombres Naturels,*
— *NR : Nombres Réels,*
— *ER : Entiers Relatifs,*
— *EF : Ensembles Finis,*
— *GE :Géométrie.*

D'autre part, et c'est aussi nouveau par rapport aux documents précédents, la publication pour cinquième année comprend trois volets:

— *un recueil de 120 Fiches;*
— *un Manuel pour l'élève, utilisable pendant plusieurs années, transmissible;*
— *une Méthodologie.*

Ce dernier document est un «pavé» de 300 pages; citons, pour l'exemple, ce passage de l'Introduction:

«La méthodologie doit être considérée comme une suite ordonnée d'indications montrant des cheminements possibles mais non obligatoires. Libre à l'enseignant de choisir la présentation qui lui convient et le déroulement qui correspond aux aptitudes de ses élèves.»

F. B.

CHAPITRE EF: Ensembles finis

Dénombrements – Probabilités

par M. Ferrario

ER, NU, OP et DE sont les sigles qui désignent les grandes divisions (les avenues) du programme de mathématique de CIRCE I. Ceux qui figurent en tête des chapitres du programme de CIRCE II sont NN, NR, ER, EF et GE. Doit-on en conclure qu'il existe une rupture entre le contenu de la quatrième année scolaire et celui de la cinquième ? Certainement non: plusieurs

objets d'étude des quatre premières années sont devenus des outils qui, au cours des deux années suivantes, servent d'auxiliaires dans de nouveaux secteurs d'investigation. L'un de ces nouveaux domaines est celui des dénombrements; les thèmes qui s'y rapportent sont décrits dans l'activité 2 du chapitre EF (cf. Méthodologie de cinquième année, pages 169 à 202).
Les buts visés dans ce type d'activités sont essentiellement la recherche de stratégies et une première initiation à quelques phénomènes aléatoires. Le fait qu'aucun savoir-faire technique ne soit exigé doit encourager les enseignants à laisser la plus grande autonomie possible aux élèves dans l'orientation de leurs recherches. Les enfants auront ainsi l'occasion de procéder à d'authentiques découvertes en affûtant eux-mêmes leurs instruments d'investigation et en les adaptant aux situations proposées: la découverte d'une méthode adéquate a souvent plus d'importance que l'objet auquel elle se rapporte.
Au niveau qui nous préoccupe ici, les activités proposées doivent conserver un caractère empirique et le rôle de l'enseignement est essentiellement celui d'un animateur qui sait s'effacer, renoncer à imposer des procédés efficaces et fournit occasionnellement certaines indications permettant aux élèves de sortir d'une impasse. L'emploi des formules habituelles de la combinatoire (permutations, arrangements, combinaisons) doit être systématiquement écarté et la place la plus large doit être faite aux tableaux et aux arbres qui constituent de puissants outils d'investigation et de vérification.

L'activité 2 de EF se compose de trois parties:

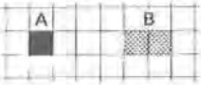
A. Dénombrements d'objets.
B. Dénombrements d'itinéraires.
C. Dénombrements dans des jeux.

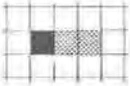
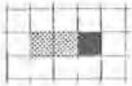
L'ordre choisi correspond à une gradation des difficultés: on travaille d'abord avec des objets que l'enfant manipule et construit (blocs, «tours», «trains», collections de jetons, etc.), puis avec des «objets» que l'enfant dessine (itinéraires, chemins, déplacements, etc.) et enfin avec des événements aléatoires (lancers de pièces, de dés, tirages de boules, etc.) que l'enfant observe et à propos desquels il émet parfois des prévisions.

Les trois fiches reproduites ci-dessous illustrent chacune des parties mentionnées:

EF-6

On forme des *trains* avec des wagons A (de longueur 1) et des wagons B (de longueur 2).



 est différent de 

Forme tous les *trains* possibles de longueur 1 :

Forme tous les *trains* possibles de longueur 2 :

Forme tous les *trains* possibles de longueur 3 :

Forme tous les *trains* possibles de longueur 4 :

Forme tous les *trains* possibles de longueur 5 :

Forme tous les *trains* possibles de longueur 6 :

Combien peut-on former de *trains* de longueur 7 ? __________

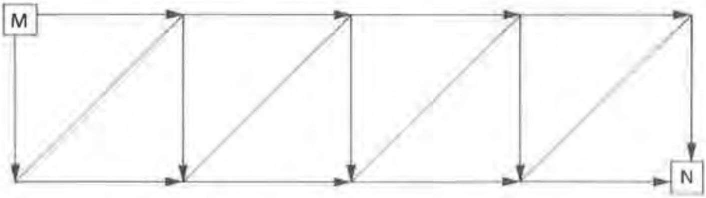
Combien peut-on former de *trains* de longueur 8 ? __________

EF-7

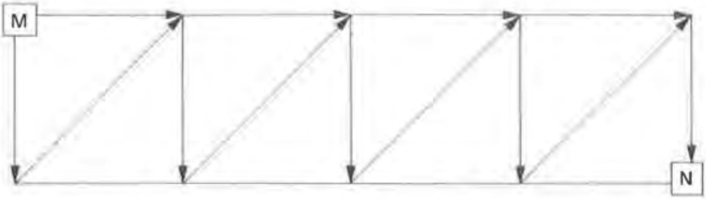
On se rend de M à N en suivant les flèches.

Indique, dans chaque cas, le nombre d'itinéraires possibles.

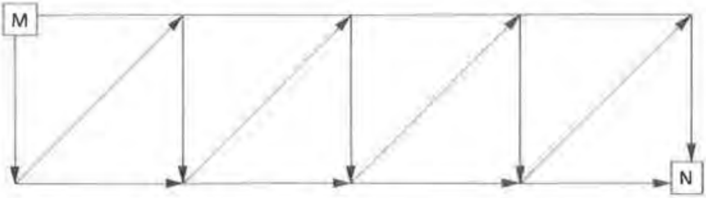
A



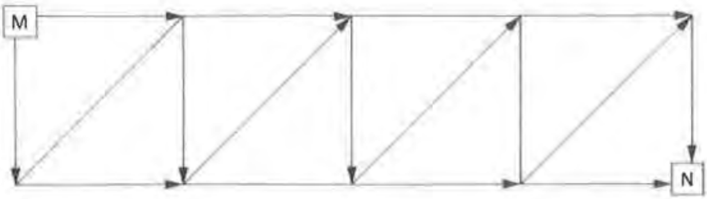
B



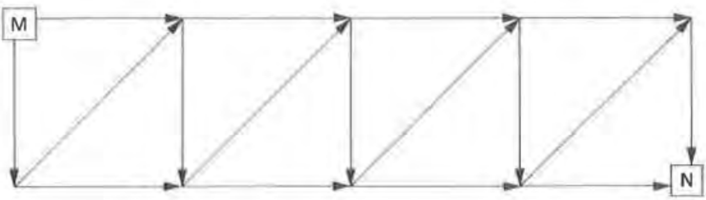
C



D



E



EF-8

A. On lance deux dés, l'un vert et l'autre rouge, dont les faces portent les nombres de 1 à 6.

Le plus petit nombre de points possible est _____

Le plus grand nombre de points possible est ____

Complète le tableau en indiquant toutes les possibilités:

somme des points des deux dés	Points indiqués par chacun des deux dés

B. On lance trois dés, un vert, un rouge et un blanc, dont les faces portent les nombres de 1 à 6.

Le plus petit nombre de points possible est _____

Le plus grand nombre de points possible est _____

Dessine toutes les possibilités lorsque la somme est de:

- 3 points: | 1 | 1 | 1 |
- 4 points:
- 5 points:
- 16 points:
- 17 points:
- 18 points:

Pour atteindre les objectifs pédagogiques cités, la démarche didactique suivante semble être la plus fructueuse:

1. Présentation, à l'état brut, d'une situation nécessitant l'emploi de procédés de dénombrements.
2. Pratique de dénombrements effectifs par les élèves.
3. Modification de la situation initiale afin de contraindre les élèves à rechercher des méthodes permettant de rendre les dénombrements plus aisés.
4. Adaptation par les élèves de moyens d'investigation connus tels que listes, tableaux, arbres et découverte de méthodes nouvelles.
5. Vérification des résultats obtenus.
6. Analyse des méthodes utilisées.
7. Tentative de généralisation.

Les points ci-dessus ne doivent pas constituer un schéma rigide et il appartient à l'enseignant de l'adapter aux particularités de la situation étudiée.
Du point de vue de l'apprentissage à la recherche, le stade le plus intéressant est incontestablement celui au cours duquel l'enfant prend conscience de la nécessité de forger des outils adaptés à l'objet de sa recherche: s'il est capable d'élaborer lui-même une stratégie, il devient autonome et créatif.
Terminons par quelques considérations à propos de l'initiation à des modes de raisonnement probabilistes.
Les notions logiques élémentaires (négation et conjonction) enseignées dès le début de la scolarité contribuent indiscutablement à une excellente structuration mentale de l'enfant; elles le conditionnent toutefois à un type de logique uniquement binaire en l'habituant à raisonner en termes de **«vrai»** et de **«faux»**. Une prise de contact assez précoce avec le **«peut-être»** est indispensable pour assurer une bonne perception de l'univers mathématique: le **possible** (mais non **certain**) comble ainsi le vide compris entre le **certain** et **l'impossible.**
Les enfants (et beaucoup d'adultes) interprètent souvent incorrectement les phénomènes aléatoires parce qu'ils n'ont pas pris conscience de certaines différences fondamentales qui existent entre un raisonnement déterministe et une pensée probabiliste. Cette dernière a fréquemment été écartée des programmes scolaires alors qu'elle joue un rôle très important dans la vie courante.
A ce niveau scolaire il ne s'agit évidemment pas d'enseigner une théorie des probabilités (pas plus d'ailleurs qu'une théorie des ensembles aux degrés qui précèdent) mais de sensibiliser l'enfant à certains phénomènes aléatoires faciles à reproduire et à observer. Pour y parvenir l'enseignant renoncera à donner des leçons et organisera des «laboratoires» dans lesquels les élèves manipuleront, expérimenteront, observeront et, occasionnellement, simuleront des mécanismes probabilistes.
Ainsi, quelques moyens propres à la combinatoire et certaines méthodes élémentaires de statistique descriptive constituent les bases de cette première

approche du domaine des probabilités, approche au cours de laquelle la déduction ne joue pas un rôle prépondérant.
Mentionnons enfin le gain pédagogique évident qu'il y a à conduire de telles activités parallèlement à celles qui visent l'acquisition de techniques de calcul ou la perception de concepts géométriques: cela permet une diversification des thèmes d'étude et favorise un intérêt accru des élèves. Toutefois, l'étude inductive de la combinatoire ne constitue pas une fin en soi et il faut veiller à conserver une certaine mesure, afin d'éviter que les problèmes de dénombrements prennent la place des trop célèbres problèmes de robinets !

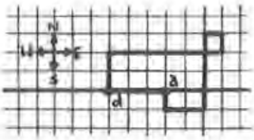
CHAPITRE ER: Entiers relatifs

par Claire-Lise Conod, professeur de mathématique, Payerne

Diverses approches des entiers relatifs sont envisagées dans ce chapitre; elles constituent un prolongement aux recherches menées dans les degrés précédents à propos de déplacements, de machines et d'échanges.
C'est grâce à la pluralité des thèmes d'étude et des modèles «concrets» proposés que les élèves pourront passer à l'abstraction et assimiler la notion d'entier relatif, ainsi que celle de l'addition de tels nombres, avec toutes les propriétés qui lui sont propres.

1. Déplacements sur une droite graduée

Dans un réseau quadrillé, on considère des chemins dont les points de départ et d'arrivée appartiennent à une même droite:



Chemin codé par la chaîne:
2N, 6E, 1N, 1W, 4S, 2W, 1N.

En recherchant des chemins équivalents (c'est-à-dire des chemins ayant respectivement mêmes points de départ et d'arrivée), on peut constater que les indications N et S s'annulent, et que le chemin équivalent le plus court possible est codé par une seule lettre (3E). On se limite dès lors à des chemins qui ne quittent pas la droite da, donc à des chaînes ne comportant que deux

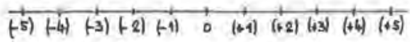
indications de directions de sens opposés: E et W (est et ouest), ou D et G (droite et gauche), ou encore «+» et «—».
Les entiers relatifs apparaissent ainsi comme codes de déplacements; on convient en effet des notations et des équivalences:

$$3E = 3D = (+3)$$
$$5W = 5G = (-5) \text{ etc.}$$

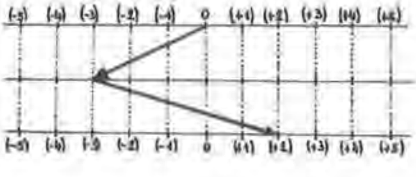
Après avoir travaillé sur des schémas tels que:

ou:

on introduit la droite graduée en codant par 0 le point de départ, par (+2) le point d'arrivée du déplacement (+2), par (—4) le point d'arrivée du déplacement (—4), etc.:



La recherche de chaînes équivalentes débouche sur l'addition des entiers relatifs.
Ainsi par exemple, la chaîne 3G, 5D est équivalente à 2D. On décide de noter 3G + 5D = 2D, ou encore (—3) + (+5) = (+2). Cette addition peut être illustrée en utilisant plusieurs droites graduées parallèles:



2. Machines additives, machines soustractives

On considère des machines et des chaînes de machines, telles que (+2) et (—5) (+7), et on examine l'effet qu'elles ont sur des entiers naturels:

(+2)

4	6
12	14
6	8
20	22
47	49

Ensemble des nombres qui ne bloquent pas la machine:

E = IN

(−5) (+7)

4 △		
12	7	14
6	1	8
20	15	22
47	42	49

Ensemble des nombres qui ne bloquent pas la chaîne:

E = {5, 6, 7, 8, ...}

Dans E: (−5) (+7) = (+2)

L'examen de différents exemples amène les élèves à constater que, pour autant que l'ensemble des nombres placés à l'entrée soit bien choisi, une chaîne de machines peut toujours être remplacée par une machine unique équivalente. Ils découvrent également les propriétés de la composition des machines: commutativité, associativité, existence d'une machine neutre, existence de machines symétriques.

Le maître pose alors le problème:

— Au lieu de composer des machines, on désire additionner des nombres; quelle est l'addition qui rappelle (+12) (+15) ?
— 12 + 15.
— Et celle qui rappelle (−8) (−20) ?
— ...

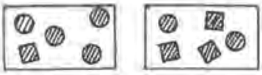
On décide qu'il faut inventer de nouveaux nombres, et on les note (—8) et (—20).
On écrit finalement (—8) + (—20) = (—28), et, par analogie, on note aussi (+12) + (+15) = (+27).
De même, l'égalité (+25) (−18) = (+7) débouche sur l'écriture
(+25) + (—18) = (+7).
Ainsi les machines additives, les machines soustractives et la composition de ces machines permettent, par analogie, de construire l'ensemble ℤ des entiers relatifs muni de l'addition.

3. Collections comprenant deux sortes de jetons

Les élèves sont chargés de constituer des collections de jetons (ronds ou carrés) dont le nombre est fixé à l'avance, par exemple:

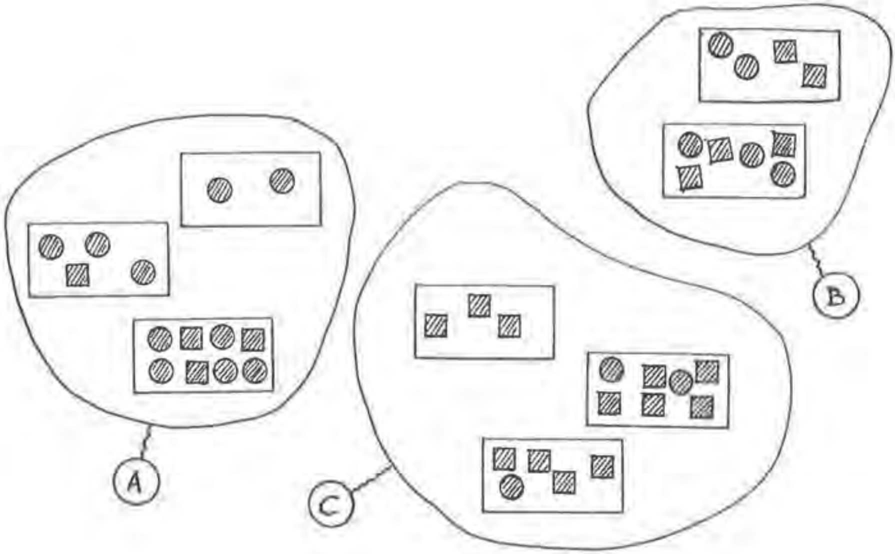
Collections de quatre jetons

Collections de cinq jetons



Il s'agit ensuite de classer les collections trouvées. On retient pour ce faire le critère suivant:
deux collections sont équivalentes si elles ont autant de jetons ronds de plus que de jetons carrés, ou si elles ont autant de jetons ronds de moins que de jetons carrés, ou si elles ont autant de jetons ronds que de jetons carrés.

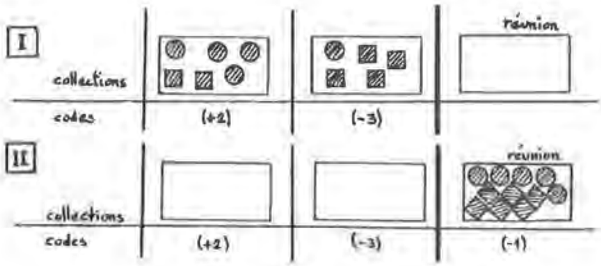
On obtient alors un classement tel que:



On décide que:

— les collections de la classe A, qui ont toutes deux jetons ronds de plus que de jetons carrés, seront codées par (+2);
— les collections de la classe B seront codées par 0;
— les collections de la classe C seront codées par (—3).

La réunion de deux ou plusieurs collections fait apparaître l'addition des entiers relatifs; par exemple:



On note: (+2) + (—3) = (—1).

La première de ces approches, dont le caractère est plus géométrique, permet une introduction très naturelle de la relation d'ordre dans l'ensemble des entiers relatifs.
La deuxième met en jeu le processus analogique utilisé dans maintes activités mathématiques. Elle est identique dans son essence à celle utilisée pour introduire les nombres rationnels au moyen de machines multiplicatives et de machines divisives.
La troisième enfin est liée aux activités de dénombrements: il n'est en effet pas inutile, pour atteindre le but visé, de dénombrer et d'écrire toutes les collections possibles de types donnés.

Systèmes de coordonnées et transformations géométriques

par Georges-André Kohly, professeur de mathématique, Le Locle

En géométrie, il s'agit essentiellement de permettre aux élèves d'acquérir de l'expérience personnelle et d'affronter leur intuition de l'espace à deux et à trois dimensions.

(Programme romand, p. 19)

Activité 1: Déplacement dans un réseau, systèmes de coordonnées

En première année, les enfants distinguent les réseaux ouverts des réseaux fermés. Ils effectuent des déplacements.

En deuxième année, les enfants remarquent que certains réseaux comprennent des points d'intersection (réseaux non simples) tandis que d'autres n'en ont pas (réseaux simples). Ils effectuent des déplacements et les codent au moyen de flèches.

En troisième année, les enfants observent que si, entre deux points quelconques d'un réseau et en suivant son tracé, on peut cheminer d'un point à l'autre sans lever le crayon, le réseau est connexe. Si, au contraire, on peut trouver sur le réseau deux points tels que ce cheminement soit impossible, alors le réseau est non connexe. Ils effectuent des déplacements sur un quadrillage, ils les codent et approchent la notion de couple.

En quatrième année, les élèves découvrent une terminologie précise: nœud d'ordre pair, nœud d'ordre impair, branche. Ils effectuent des déplacements sur un quadrillage et situent un point à l'aide d'un couple.

En cinquième année, on établit la correspondance entre un point et un couple de nombres. On observe la position particulière de certains points et la propriété des couples qui leur correspondent.

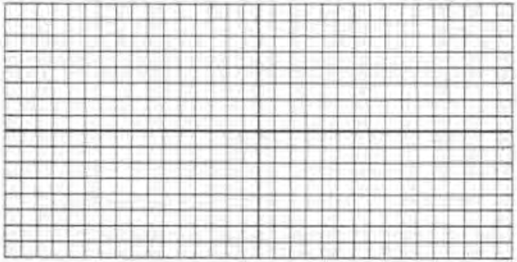
En début d'activité, l'emploi des directions géographiques pour le repérage présente un caractère facultatif, car cette approche constitue une répétition du travail de 4 P. Il est possible de commencer la recherche dans un réseau dont les axes sont déjà gradués à l'aide des entiers relatifs (cf. Méthodologie de cinquième année, ER Activité 1).

Peu à peu, les enfants acquièrent une terminologie précise: origine, axes, quadrants, coordonnées (première coordonnée et deuxième coordonnée d'un point). Les fiches GE-3, GE-4 et les premiers exercices du manuel illustrent ce type d'activités:

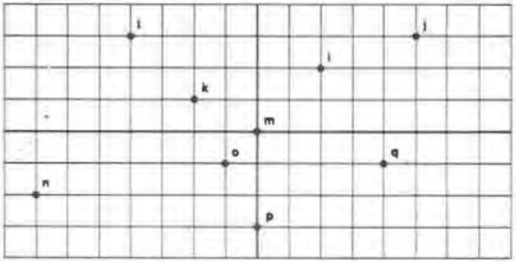
GE-3

A. Gradue l'axe 1 et l'axe 2, puis place les points suivants :

a (7 ; 7)	c (0 ; –7)	e (–1 ; 8)	g (5 ; 0)
b (–6 ; 4)	d (–3 ; –4)	f (3 ; –6)	h (6 ; 5)



B. Gradue l'axe 1 et l'axe 2, puis écris les codes des points situés sur le quadrillage.

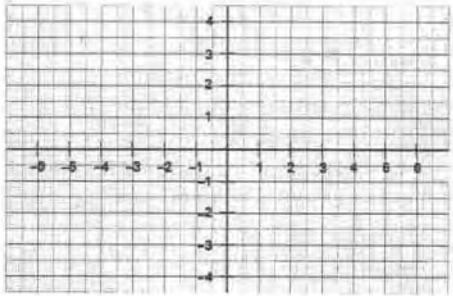


i (______;______)	l (______;______)	o (______;______)
j (______;______)	m (______;______)	p (______;______)
k (______;______)	n (______;______)	q (______;______)

GE-4

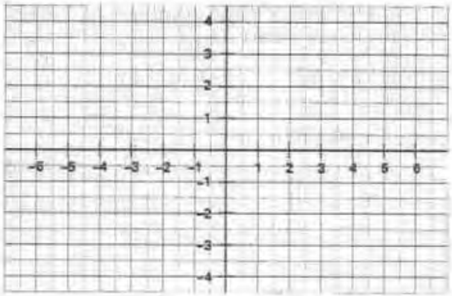
A. Place les points suivants :

a (0,5 ; 1)	c (–5,5 ; –2,5)	e (0 ; 2,5)	g (0 ; –3,5)
b (–3 ; 4,5)	d (6,5 ; –1,5)	f (2,5 ; 0)	h (–4 ; 2)



B. Place les points suivants :

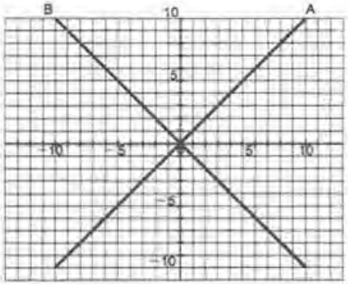
i (0,3 ; 1,6)	l (5,7 ; –3,9)	o (–5,1 ; –0,1)
j (–4,7 ; –2,2)	m (2,6 ; 4,1)	p (3,4 ; –1,2)
k (–3,8 ; 0,8)	n (–1,5 ; 2,2)	q (–0,7 ; 0)



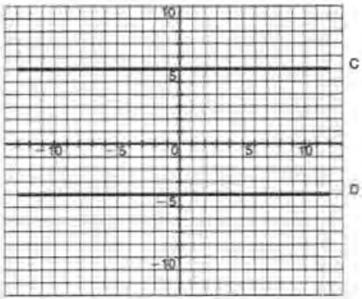
GE

1 Pour chacune des droites A; B; C; D; E; F; G; H, écris les codes de cinq points qui se trouvent sur un nœud du quadrillage.

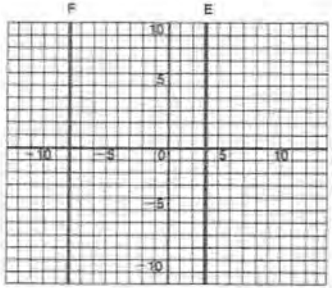
a)



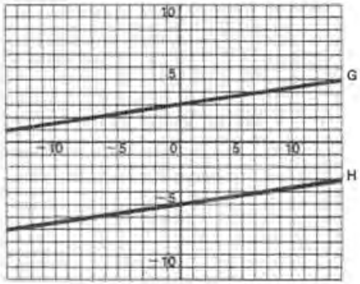
b)



c)



d)



2 Dessine l'axe 1 et l'axe 2 sur du papier millimétrique et gradue-les.
Place ensuite les points suivants:

a (0 ; 5,5)	e (6,5 ; 8)	i (1 ; 1)
b (−4,5 ; 2)	f (−7 ; 0)	j (−10,5 ; 4)
c (−7,5 ; −4)	g (−1,5 ; −10)	k (0 ; −3,5)
d (9 ; −2,5)	h (3 ; −15)	l (5 ; 0)

Les élèves font de nombreuses constatations:
— Les points situés sur l'axe 1 ont tous zéro pour deuxième coordonnée.
— Pour les points situés sur l'axe 2, la première coordonnée est zéro.
— La première coordonnée des points situés sur la bissectrice des quadrants I et III est la même que la deuxième coordonnée.
— La première coordonnée des points situés sur la bissectrice des quadrants II et IV est l'opposé de la deuxième coordonnée.

Une observation analogue peut être faite à propos des points situés au-dessus et au-dessous des bissectrices. Les réponses des élèves sont vérifiées sur un quadrillage.

Activité 2: Transformations géométriques

Dans cette activité, on étudie les transformations géométriques (translations, rotations, symétries) de figures du plan.
On constate qu'elles sont des isométries, car elles ne modifient pas les mesures des angles et des segments.
On observe la correspondance entre les codes d'un ensemble de points et ceux de leurs images obtenues par une translation. La page reproduite ci-après rappelle les observations qui peuvent être faites.

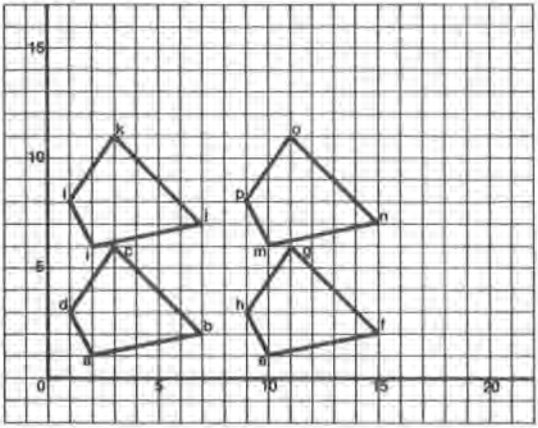
480 nouvelles abonnées à Math-Ecole

Dès la création de Math-Ecole, le département de l'Instruction publique genevois a apporté un soutien substantiel à la revue. Depuis plusieurs années, les enseignants primaires reçoivent notre revue gratuitement, l'abonnement étant payé par la direction de l'enseignement primaire.
Or, dans un souci d'information plus large et de continuité, celle-ci a décidé d'offrir aussi, dès septembre 1977, un abonnement à Math-Ecole aux titulaires des classes préscolaires et des classes de première année qui reçoivent les enfants de 4 à 6 ans. C'est donc près de 500 nouvelles abonnées qui vont rejoindre les rangs des lecteurs de Math-Ecole.
La rédaction leur souhaite la plus cordiale bienvenue et s'efforcera de mériter la confiance qui leur est ainsi renouvelée, en augmentant le nombre des articles destinés à ce niveau de scolarité, si important pour l'avenir de l'enfant.
Nous profitons de cette occasion pour rappeler que nos lecteurs apprécient tout particulièrement les relations d'expériences vécues dans les classes et les articles de pédagogie pratique. Qui mieux que les enseignants en prise avec la réalité scolaire quotidienne pourrait répondre à cette demande ?
Lecteurs, pas de fausse modestie, vous avez certainement des choses à dire et à montrer à vos collègues ! Math-Ecole accueillera avec intérêt toutes vos suggestions.

La rédaction

On échange encore deux fois les tableaux de coordonnées afin que chaque équipe puisse tracer les quatre figures sur son quadrillage et possède le tableau complet des coordonnées :

Notes personnelles



a (2 ; 1)	i (2 ; 6)	m (10 ; 6)	e (10 ; 1)
b (7 ; 2)	j (7 ; 7)	n (15 ; 7)	f (15 ; 2)
c (3 ; 6)	k (3 ; 11)	o (11 ; 11)	g (11 ; 6)
d (1 ; 3)	l (1 ; 8)	p (9 ; 8)	h (9 ; 3)

- Que remarque-t-on au sujet des quatre figures obtenues ? (Il y a quatre fois la même figure, mais pas au même endroit ; on dirait que le dessin a glissé ; les points sont disposés de la même manière dans les quatre figures ; les quatre figures ont la même grandeur et la même forme ; etc.).
- Et à propos des coordonnées ?

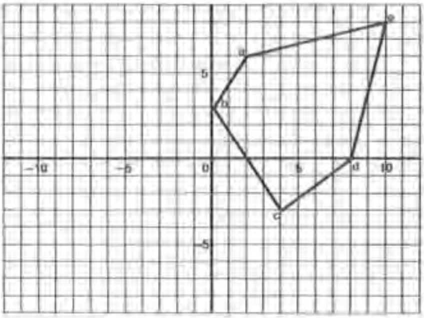
Les constatations sont nombreuses et variées :

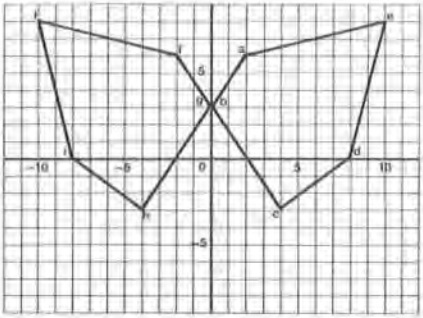
- les points **a**, **b**, **c** et **d** ont respectivement les mêmes premières coordonnées que les points **i**, **j**, **k** et **l** ;
- les points **a**, **b**, **c** et **d** ont respectivement les mêmes deuxièmes coordonnées que les points **e**, **f**, **g** et **h** ;
  etc. ;
- les premières coordonnées des points **e**, **f**, **g** et **h** sont chacune de huit supérieures aux premières coordonnées des points **a**, **b**, **c** et **d** ;
- les deuxièmes coordonnées des points **i**, **j**, **k** et **l** sont chacune de cinq supérieures aux deuxièmes coordonnées des points **a**, **b**, **c** et **d** ;
  etc. ;
- les premières coordonnées des points **m**, **n**, **o** et **p** ont chacune huit de plus, et les deuxièmes coordonnées chacune cinq de plus, que les coordonnées correspondantes des points **a**, **b**, **c** et **d** ; etc.

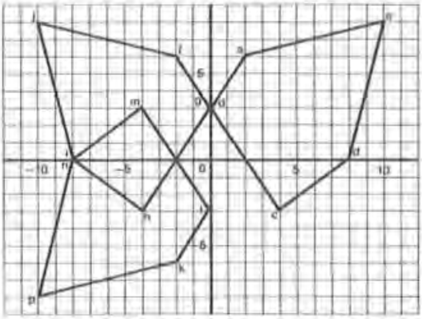
En choisissant judicieusement l'axe de symétrie, une observation analogue peut être faite à propos d'une symétrie axiale.

2. Les élèves dessinent chacun un polygone sur un quadrillage muni d'un système d'axes de manière que tous les sommets se trouvent sur des nœuds du quadrillage, appartiennent aux quadrants I et IV et dont aucun côté ne se trouve sur un axe. Ils construisent ensuite la figure symétrique de la première par rapport à l'axe 2 qui est choisi comme axe de symétrie. Ils tracent enfin la figure symétrique de la deuxième par rapport à l'axe 1 qui est choisi à son tour comme axe de symétrie.

Un élève peut obtenir successivement :







Les élèves dressent le tableau des coordonnées des trois figures.

Dans le cas ci-dessus on obtient :

première figure	deuxième figure	troisième figure
a (2 ; 6)	f (−2 ; 6)	k (−2 ; −6)
b (0 ; 3)	g (0 ; 3)	l (0 ; −3)
c (4 ; −3)	h (−4 ; −3)	m (−4 ; 3)
d (8 ; 0)	i (−8 ; 0)	n (−8 ; 0)
e (10 ; 8)	j (−10 ; 8)	p (−10 ; −8)

On observe les coordonnées des deux premières figures :

– Que remarque-t-on ? (la deuxième coordonnée des points **a** et **f** est 6, celle des points **b** et **g** est 3, etc. ; les premières coordonnées de **a** et de **f** sont 2 et −2 ; celles de **b** et de **g** sont toutes deux zéro, celles de **c** et de **h** sont 4 et −4, etc.).

On peut donc dire que :

– les deuxièmes coordonnées des points **f**, **g**, **h**, **i** et **j** sont respectivement égales aux deuxièmes coordonnées des points **a**, **b**, **c**, **d** et **e** ;
– que les premières coordonnées des points **f**, **g**, **h**, **i** et **j** sont respectivement les opposées des premières coordonnées des points **a**, **b**, **c**, **d** et **e**.

On examine de manière analogue les coordonnées des deux dernières figures, puis celles de la première figure et de la troisième.
Il est possible de constater ici que deux symétries effectuées successivement ne peuvent pas être remplacées par une seule symétrie.

Le travail débouche en partie sur les notions de parallélisme, de perpendicularité et sur l'étude des axes de symétrie d'une figure.
Ces observations permettront ensuite de faire ressortir les caractéristiques d'une famille de figures géométriques.

(A suivre)

Savoirs et savoir-faire à l'issue de la scolarité obligatoire

«Le Courrier de l'Education» (Bulletin d'information du ministère de l'éducation nationale française) publie dans son numéro 49 d'avril 1977 la liste des objectifs assignés aux différentes disciplines.
Voici ce qui est prévu pour la mathématique:

Connaissances et techniques

Savoir calculer mentalement dans l'ensemble des entiers naturels et dans l'ensemble des décimaux: ceci afin d'obtenir spontanément le résultat d'une opération ou une valeur approchée de ce résultat (distance entre deux villes sur la carte routière, durée estimée d'un parcours, aire d'un terrain, coût de l'achat d'articles différents ou d'un nombre déterminé d'articles identiques, intérêt annuel d'un dépôt à la caisse d'épargne...).
Savoir calculer aisément avec des nombres positifs et négatifs, entiers et décimaux; passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire et choisir l'écriture qui convient le mieux au calcul; être à même d'appliquer une formule simple (calcul d'un volume, détermination du revenu imposable et calcul de l'impôt...).
Savoir donner un encadrement raisonnable d'un résultat en conformité avec la précision des données.

Faire un usage habituel des puissances de dix:

a) Dans l'appréciation ou la comparaison de nombres très grands (production pétrolière annuelle d'un pays, coût de la construction d'un tronçon d'autoroute, budget d'un département ministériel, distances interplanétaires...) ou de nombres très petits (dimensions de l'atome, capacité d'un condensateur...).
b) Dans l'application intelligente d'une formule (résistance d'une ligne électrique).
c) Pour choisir l'unité appropriée à l'énoncé d'un résultat (l'hectare, le microampère, l'angström...).

Savoir lire un tableau de nombres et construire un tableau à double entrée pour la présentation «économique» de certains résultats ou de certaines informations.
Savoir repérer un point sur la droite ou dans le plan et utiliser différents repères: (lecture d'un plan urbain muni d'un quadrillage ou muni d'une aiguille indicatrice graduée, usage d'une carte d'état-major).

Bien maîtriser la fonction linéaire pour la reconnaître dans la vie courante (prix d'une marchandise en fonction de son poids, intérêt annuel en fonction du capital...); avoir bien assimilé la notion de proportionnalité.
Savoir lire, utiliser, et si possible construire, une représentation graphique permettant de calculer, par exemple, la variation de l'impôt par paliers en fonction du revenu imposable.

Etre capable de:

— reproduire un dessin géométrique donné (coupe d'un appareil très simple);
— réaliser un tracé géométrique simple à partir de données (plan d'un complexe sportif, plan d'une pièce meublée d'un appartement...).

A cet effet, les notions de parallélisme, d'orthogonalité, seront bien acquises. L'élève sera rompu à discerner et à utiliser une translation, des symétries; il manipulera familièrement la règle, l'équerre et le compas. Il saura s'aider des lignes trigonométriques d'un écart angulaire.

Formation de l'esprit

Durant toute sa scolarité, l'élève se sera progressivement habitué à une démarche correcte de la pensée:

a) Prise de conscience des éléments d'un problème: lecture attentive de l'énoncé, construction d'une figure exacte (en géométrie): Quelles sont les données du problème ? Quel est l'objectif à atteindre ? Quelles sont les inconnues ?
b) Observation et interprétation de ces éléments: l'élève devra savoir:
   — interpréter la forme d'un calcul avant de l'entreprendre et noter l'ensemble de nombres dans lequel on l'effectue;
   — mettre en forme un problème; déterminer les relations entre les inconnues; noter éventuellement les conditions imposées par la nature des inconnues;
   — classer les propriétés de la figure suggérées par les hypothèses (en géométrie).
c) Articulation logique des diverses étapes de la démonstration. L'élève aura été entraîné à:
   — confronter les résultats de l'observation aux connaissances conservées en mémoire;
   — essayer de ramener le problème à un problème plus simple;
   — utiliser une éventuelle solution évidente;
   — contrôler continuellement ses résultats partiels.
d) Formulation claire de la conclusion: il aura été habitué à comparer les diverses méthodes possibles et à s'inquiéter de la vraisemblance des résultats.

Dès lors, l'élève devrait pouvoir être capable de:

a) comprendre les éléments constitutifs d'un exposé ou d'un article technologique simple et d'en donner une appréciation sensée et motivée.
b) comprendre et éventuellement concevoir l'organisation et la réalisation d'un travail:
   — les facteurs qui entrent en jeu: matériel nécessaire, nombre de participants, considérations de distance ou de durée...
   — l'imbrication logique des diverses phases du déroulement;
   — la rentabilité du résultat obtenu.
c) apporter lui-même la meilleure solution à des petits problèmes concrets familiaux ou personnels:
   — organisation d'une excursion;
   — la voiture familiale a-t-elle avantage à emprunter l'autoroute à péage sur un trajet précis ?
d) d'une façon générale, observer, analyser, réfléchir, prévoir et contrôler le bien fondé d'une décision avant d'agir.

Un commentaire de ce texte est-il nécessaire ? Faut-il parler de régulation ? d'effet de balancier ? de retour de manivelle ?
Le caractère utilitaire de ce texte est évident. Est-ce là ce que l'on attend de l'enseignement de la mathématique ? Quels élèves devront se limiter à cet enseignement-là ? Où sont les vraies dimensions de la formation de l'esprit ? Selon ses positions personnelles, le lecteur trouvera dans ce texte matière à réconfort ou matière à irritation. Nous publierons volontiers les réactions de nos abonnés dans un prochain numéro.

RH

Le boulier chinois

par François Jaquet

Bien avant l'apparition des calculatrices élecroniques, l'homme a utilisé des dispositifs de calcul ou des machines simples pour effectuer les opérations qu'il rencontrait le plus fréquemment. Parmi ces machines à calculer mécaniques, la plus répandue, la plus efficace et la plus sûre, est incontestablement le «suan pan» ou boulier chinois.
Dans la Chine ancienne du VIIIe siècle avant J.-C., à l'époque des «Printemps et Automnes», on calculait couramment avec un système de petits jetons de bambou, le «chou suan». Des traités complets d'arithmétique de la dynastie des Hans, au Ier siècle avant J.-C. faisaient appel à cet ancêtre du boulier pour les quatre opérations élémentaires, les calculs de surface et de

volume. Au cours des siècles, ce système de petits jetons s'améliora progressivement pour aboutir, sous la dynastie des Ming au XIVe siècle, au boulier actuel à éléments mobiles, dont l'usage s'étendit alors au Japon et à toute l'Asie du Sud-Est.
Dans la Chine d'aujourd'hui, sur chaque comptoir de magasin, à la poste comme à la banque, dans les bureaux et les ateliers, dans chaque foyer, il y a un boulier. L'écolier a le sien, qu'il utilise régulièrement en leçon de mathématique, qu'il emporte à la maison pour ses devoirs, dans sa musette ou parfois en bandoulière.
Le «suan pan» ordinaire est fait d'un solide cadre de bois et d'une barre transversale «poutre», dans lesquels sont serties 11, 13 ou 17 tiges de bambou. Sur chaque tige, séparée de façon asymétrique par la poutre, on trouve deux groupes de 5 et 2 boules mobiles. En activité, le boulier est posé sur une table ou tout autre plan horizontal. On qualifiera toutefois les deux boules de «supérieures» et les cinq d'«inférieures», car l'utilisateur oriente son boulier de façon à avoir les cinq boules contre lui.

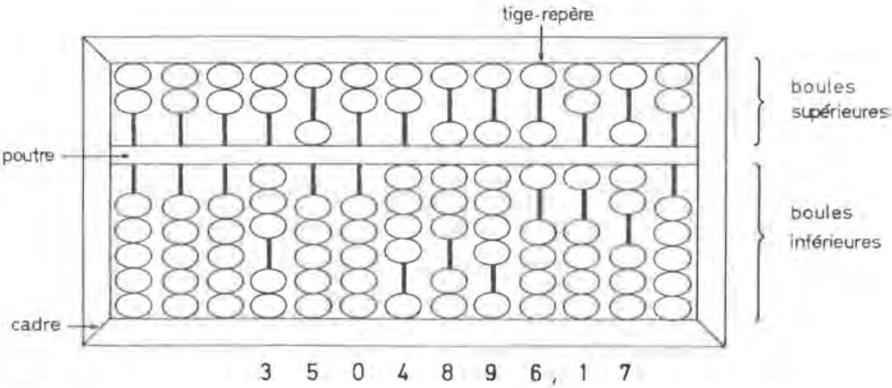


Figure 1

Sur une même tige, chacune des deux boules supérieures vaut cinq boules inférieures. Une boule inférieure vaut, à son tour, dix boules inférieures — ou deux boules supérieures — de la tige se trouvant immédiatement à sa droite, etc. Le système est donc décimal, comme dans le boulier «classique» à dix boules par tige, utilisé en Europe de l'Est et parfois encore dans nos classes. La réduction du nombre des boules sur le boulier chinois permet une vision globale et instantanée des différents groupes sur une tige et évite ainsi tout comptage.
L'utilisateur peut choisir arbitrairement une tige-repère; l'usage général veut pourtant que ce soit la quatrième depuis la droite, car il est extrêmement rare, dans la pratique, qu'un calcul nécessite une précision supérieure aux millièmes. Sur la tige-repère on trouve donc les unités, en bas, et les «cinq»

en haut; sur la tige suivante, en se déplaçant vers la gauche, on trouve les dizaines et les «cinquantaines», ainsi de suite. Vers la droite, on rencontre les dixièmes, les centièmes et les millièmes.
Avant l'emploi, toutes les boules sont repoussées contre le cadre, vers l'extérieur. En activité, on ne tient compte que des boules rapprochées de la poutre.

Exemple: Le boulier de la figure 1 représente le nombre 350 4896,17 [1].

Quelques renseignements encore, avant d'aborder la technique des opérations: Un boulier coûte, en Chine, de 1 à 2 yuans (1 yuan = Fr. S. 1.30) mais, compte tenu du pouvoir d'achat d'un ouvrier ou d'un paysan chinois, cette dépense est relativement élevée et représente le gain d'une demi-journée de travail.
En revanche, pour autant que l'on s'en serve pour calculer, et non comme projectile ou jouet durant les récréations, le boulier peut durer plusieurs dizaines d'années.
Cet instrument est parfaitement adapté à un pays du Tiers Monde, sa construction ne nécessite pas d'investissement ni d'aide étrangère, il couvre tous les besoins de l'enseignement, du commerce et de la comptabilité simple.
Sur le plan écologique même, il est intéressant d'utiliser un boulier qui ne consomme pas d'énergie électrique ni chimique (piles) et dont l'usage remplace les calculs écrits et le gaspillage de papier correspondant.
La sûreté et la rapidité des calculs reposent sur un entraînement systématique et régulier. Dès les premières années de sa scolarité, l'écolier chinois manie chaque jour son boulier, en leçons de calcul, selon des règles strictes. Il n'utilise que trois doigts pour déplacer les boules: le pouce pour rapprocher de la poutre celles du bas, l'index pour les redescendre, le majeur pour déplacer les boules supérieures, dans les deux sens. Les deux doigts inactifs restent repliés. Dans tous les calculs on déplace au minimum les boules les plus éloignée de la poutre. Le maniement du boulier devient vite un art et, pour le non-initié, s'il est assez impressionnant de voir l'agilité avec laquelle les doigts courent sur les boules, il est encore plus étonnant de constater que le résultat apparu en un temps record est à coup sûr correct.

L'addition

Cette opération s'effectue de la façon la plus élémentaire, par regroupement de boules et échanges:
A partir du boulier à zéro (toutes les boules sont éloignées de la poutre) on place, chiffre par chiffre, selon l'ordre habituel de lecture du nombre, le

[1] Les chiffres des grands nombres se groupent par quatre en chinois, où il y a un mot différent pour dix, cent, mille et «dix-mille». En traduction littérale, ce nombre se lit: trois cent cinquante «dix-mille» quatre mille huit cent nonante-six virgule dix-sept.

premier terme de la somme. Dans le même ordre, on ajoute successivement sur chaque tige les différentes composantes du second terme, puis du troisième, etc.

Exemple: 1347 + 681 ou 1347 + 600 + 80 + 1

a) Boulier à zéro

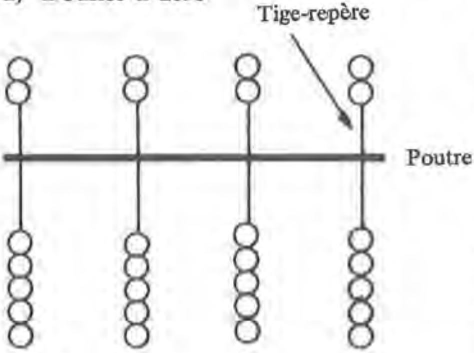


Fig. 2

b) 1347

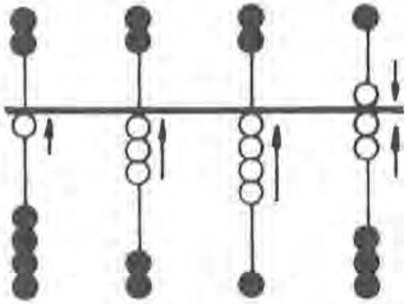


Fig. 3
3 mouvements du pouce pour 134, un mouvement combiné pouce-majeur pour 7.

On ne dessinera plus, désormais, que les boules «en activité»: en noir celles qui sont restées immobiles, en blanc celles qu'on vient de déplacer.

c) 1347 + 600 = 1947

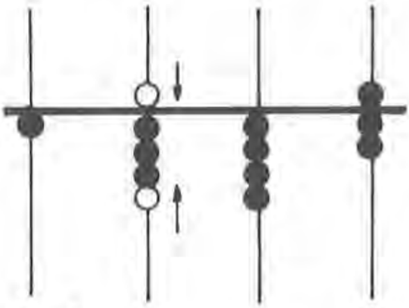


Fig. 4
Un mouvement combiné pouce-majeur.

d) 1947 + 80 = 1947 + (100 — 20)
Phase I

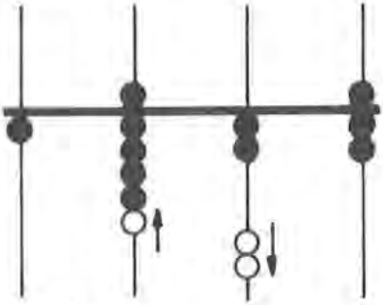


Fig. 5
Un mouvement combiné pouce-index

d)
Phase II

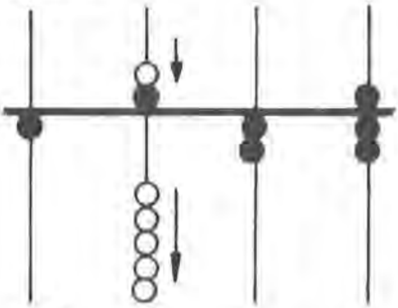


Fig. 6
Un mouvement combiné index-majeur.

d) 2027
Phase III

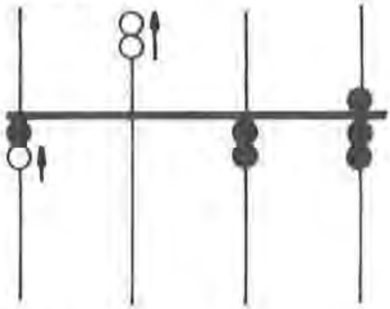


Fig. 7
Un mouvement combiné pouce-majeur.

e) 2027 + 1 = 2028

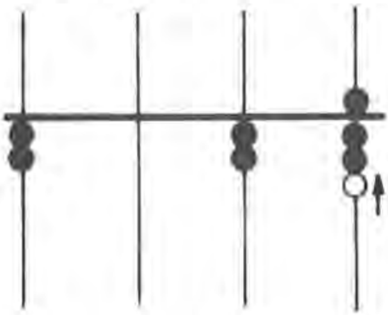


Fig. 8
Un mouvement du pouce.

Au total 9 mouvements.

L'utilisateur entraîné n'emploi pas les deux boules les plus proches du cadre: la cinquième unité et le deuxième «cinq». Pour l'addition ci-dessus, par exemple, on peut éviter les phases I et II de 1947 + 80 (fig. 5 et 6) en procédant ainsi: après avoir effectué le —20 de 1947 — 20 — 100, il reste à ajouter 100, mais la tige des centaines est saturée. On éloigne ces 9 boules et on ajoute seulement une boule de la tige des milliers. 1947 + 80 devient
(1947 — 20) + 100 = (1947 — 20) + 1000 — 500 — 400.
On voit qu'il est donc possible de se passer des deux boules les plus proches du cadre. Il existe, en effet, des bouliers à quatre boules-unité et une seule boule «cinq».
Comme l'a montré l'exemple précédent, avant d'ajouter des boules il faut examiner l'état initial de la tige concernée. Pour chaque nombre à ajouter, plusieurs cas peuvent se présenter selon l'occupation des parties inférieure et

supérieure de la tige. L'utilisateur du boulier doit maîtriser parfaitement sa «table de manipulation pour l'addition» en fonction de l'état initial et de l'opérateur additif (voir tableau 1).

état initial opérateur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+1	+1	+1	+1	+1	+1 -4	+1	+1	+1	+1	-5 +10-4
+2	+2	+2	+2	+5 -3	+5 -3	+2	+2	+2	-5 +10-3	-5 +10-3
+3	+3	+3	+5 -2	+5 -2	+5 -2	+3	+3	-5 +10-2	-5 +10-2	-5 +10-2
+4	+4	+5 -1	+5 -1	+5 -1	+5 -1	+4	-5 +10-1	-5 +10-1	-5 +10-1	-5 +10-1
+5	+5	+5	+5	+5	+5	-5 +10	- 5 +10	- 5 +10	- 5 +10	- 5 +10
+6	+5 +1	+5 +1	+5 +1	+5 +1	+10-4	-5 +10+1	-5 +10+1	-5 +10+1	-5 +10+1	+10-4
+7	+5 +2	+5 +2	+5 +2	+10-3	+10-3	-5 +10+2	-5 +10+2	-5 +10+2	+10-3	+10-3
+8	+5 +3	+5 +3	+10-2	+10-2	+10-2	-5 +10+3	-5 +10+3	+10-2	+10-2	+10-2
+9	+5 +4	+10-1	+10-1	+10-1	+10-1	-5 +10+4	+10-1	+10-1	+10-1	+10-1

Tableau 1: «Table d'addition»

Par exemple, ajouter 6 ou effectuer +6 peut se réaliser de trois façons selon l'état initial de la tige:

état initial	opérateur		manipulation
0, 1, 2, 3	+6	+5+1	approcher une unité et un «cinq»
4, 9	+6	+10—4	approcher une dizaine, éloigner quatre unités
5, 6, 7, 8	+6	+10+1—5	approcher une dizaine et une unité, éloigner un «cinq»

La soustraction

Ici encore, on effectue les opérations par tranches: milliers, centaines, dizaines, unités, etc. Sur le même principe que la table d'addition, on construit ses règles de soustraction qu'on entraîne ensuite jusqu'à la maîtrise.
Par exemple, soustraire 4 ou opérer avec —4 se réalise des trois façons suivantes:

opérateur	état initial		
4, 9	—4	—4	éloigner quatre unités
5, 6, 7, 8	—4	—5+1	éloigner un «cinq» et approcher une unité
0, 1, 2, 3	—4	—10+5+1	éloigner une dizaine, approcher un «cinq» et une unité

Exemple: 570,8 — 484,4

570,8

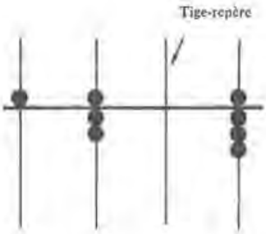


Fig. 9

570,8 — 400 = 570,8 — 500 + 100 = 170,8

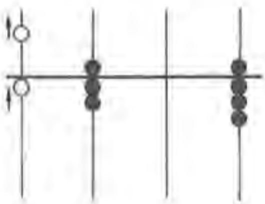


Fig. 10

170,8 — 80 = 170,8 — 100 + 20 = 90,8

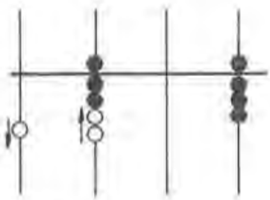


Fig. 11

90,8 — 4 = 90,8 — 10 + 5 + 1 = 86,8

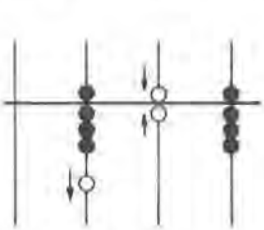


Fig. 12

86,8 — 0,4 = 86,8 — 0,5 + 0,1 = 86,4

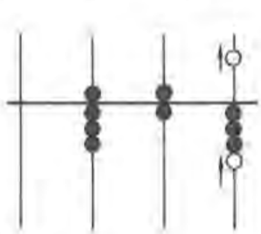


Fig. 13

(A suivre)

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIERES

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion