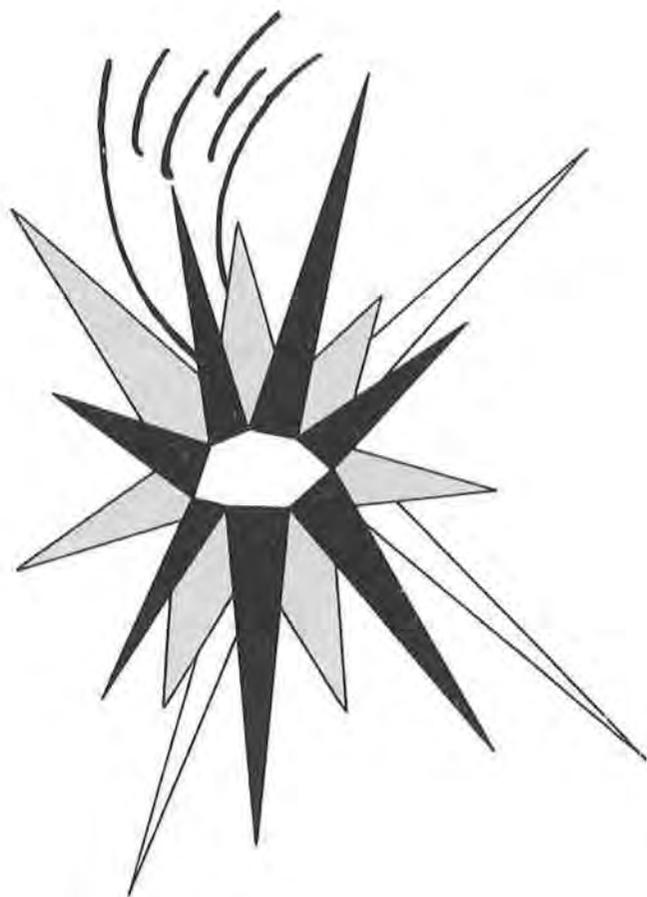


129



# MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1987  
26<sup>e</sup> ANNÉE



## Editorial

### Zéro pour le calcul

### Recrues: échec aux maths

*Banquiers, tenez-vous bien! Les jeunes Suisses ne savent plus compter... Un Helvète sur quatre se révèle incapable d'effectuer une simple addition! La fin d'une civilisation...*

Au matin du premier juillet, toute la presse romande se fait l'écho de la parution du 9<sup>e</sup> volume de la série «*Examens pédagogiques des recrues*». Dans ce rapport, publié sous le titre «*L'éventail des connaissances*», le Professeur Roger Girod présente une analyse comparative, menée en collaboration avec deux équipes universitaires (Genève/Lausanne), des résultats aux examens pédagogiques des recrues (période 1875 à 1913, 1975 à 1984).

Pour ce qui a trait aux mathématiques, l'écho de la presse se résume en ce «scoop» percutant:

«Les examens pédagogiques 1984 sont édifiants: 27 % *seulement des recrues (contre 53 % en 1975) savent calculer un pourcentage.*»

Le révélateur, le voici. Un petit problème de rien du tout faisant partie de l'enquête de 1975 et de celle de 1984.

3. Quelqu'un part faire des achats avec 225.- Frs. Il achète trois objets dont les prix sont les suivants:

Objet A	Fr. 17.35
Objet B	Fr. 67.40
Objet C	Fr. 23.25

Quel pourcentage de la somme de départ reste-t-il pour d'autres achats?

		Allemand	Français	Italien	Total
0	— Tout faux	20.4	19.8	29.9	20.6
1	— Opération 1 (addition) seule est juste.	24.1	28.3	32.3	25.2
2	— Marche à suivre juste à partir de là, mais résultat faux ou incomplet.	18.5	16.4	10.2	17.8
3	— Réponse juste, opérations indiquées.	27.1	24.5	12.6	26.1
7	— Non-réponse	2.6	2.6	3.0	2.6
8	— Réponse juste, mais opérations non indiquées.	1.2	1.8	1.2	1.3
9	— Je n'ai pas du tout pu traiter le problème.	6.2	6.5	10.8	6.4
Total	%	100.1	99.9	100.0	100.0
N		3'371	833	167	4'371

Se posant alors la question: «*Pourquoi l'échec?*», un journaliste avoue avoir quelque peine à accepter le blanc-seing délivré à l'enseignement par les auteurs du rapport. «Combien de générations d'élèves sacrifiés sur l'autel des maths modernes, sans base de calcul?... Qui ose encore faire réciter une table de multiplication, ...» Et, prenant sans doute en compte le progrès révélé en anglais et en matière de raisonnement logique, il termine en disant «Au seuil de l'an 2000, nous allons vers une génération de spécialistes. Logiques. Mais sans culture, sans mémoire, sans vue générale. Une génération d'idiots.»

*Première remarque:*

L'enquête 84 précise (page 288) qu'environ 96 % des recrues concernées ont 20 ans ou plus en 84. Or les premiers élèves romands (classes pilotes non-comprises) ayant assumé le programme renouvelé CIRCE I et II vivaient leur 7<sup>e</sup> année de scolarité en 78/79. Ils ne font donc pas partie de la population touchée par cette enquête.

*Deuxième remarque:*

Quant au blanc-seing donné à l'enseignement, les auteurs du rapport le justifient ainsi:

«C'est là le domaine (l'arithmétique) où le niveau de connaissances est en baisse, du moins d'après nos points de repère très partiels. A en juger sur cette base, la baisse paraît de grande ampleur.»

«Parler à ce propos d'une perte du point de vue du degré de développement intellectuel de la population ne serait justifié que dans la mesure où il aurait été démontré que l'exécution «à la main» des opérations en cause a une valeur culturelle. Cette démonstration reste à faire.»

«Le cas de l'anglais est un peu la contre-épreuve de celui du calcul. C'est sans doute l'évolution de leur degré d'utilité qui explique celle du degré de diffusion de chacun de ces deux savoirs. La vie moderne tend à rendre la connaissance de l'anglais de plus en plus nécessaire, alors qu'elle permet de plus en plus de se dispenser d'effectuer soi-même des multiplications, des divisions et d'autres calculs.»

*Troisième remarque:*

On pourrait en rester là en se disant que les deux remarques précédentes relativisent suffisamment les titres de la presse reproduits ci-dessus.

J'ai toutefois eu la curiosité de reprendre un document de travail de l'IRD P «Bilan mathématique 9<sup>e</sup> année / Premiers résultats comparatifs / Passations 1981-1985» et je suis tombé sur le problème suivant posé en 81 et en 85 [tout à droite, les pourcentages pour 1981 (avant CIRCE I et II) et pour 1985 (après CIRCE I et II)].

Sept personnes ont dîné au restaurant. Le sommelier établit la facture:

5 menus à 8,50 fr.  
 2 menus à 11,00 fr.  
 les boissons 26,10 fr.  
 les cafés 5,60 fr.  
 le service 15 %.

L'addition étant répartie également entre les sept personnes, calcule la part de chacune d'elle.

a) <u>Total sans le service</u>		c) <u>Total avec service</u>	
réponse juste (96,20)	62 42	réponse juste (110,63=110,65)	48 38
réponse 51,20 (8,5+11+26,10+5,60)	17 16	réponse 58,88 (erreur dans l'addition initiale)	13 16
autres réponses	13 37	autres réponses	25 39
non-réponse	8 5	non-réponse	14 7
b) <u>15 % du total sans le service</u>		d) <u>Division par 7</u>	
réponse juste (14,43=14,45)	52 38	réponse juste (VPR.15,80)	47 37
réponse 7,60 (calcul juste à partir d'un premier résultat faux:51,20)	14 16	réponse 8,40 (idem c)	13 16
autres réponses	21 39	autres réponses	33 40
non-réponse	13 13	non-réponse	6 6

On est bien obligé d'admettre qu'on y trouve les mêmes tendances.

Que conclure ?

Qu'on le veuille ou non, de si faibles pourcentages de réussite à des problèmes portant directement sur des savoir-faire aussi usuels interpellent tout de même sérieusement l'Ecole.

Pour ce qui est imputable à l'enseignement dans les dernières années de scolarité obligatoire, de tels résultats me paraissent liés fondamentalement à une sorte de démobilitation intellectuelle des élèves, encouragée à mon avis, si ce n'est provoquée par

- 1) un enseignement s'appuyant sur des ouvrages de conception ancienne, structurés linéairement (maître et élèves suivent page après page la progression proposée par le livre), offrant l'avantage de la simplicité d'utilisation mais l'inconvénient d'une totale inadéquation aux processus effectifs d'apprentissage et de construction des notions mathématiques par l'élève,
- 2) une réglementation de l'évaluation qui, par le recours systématique au calcul de la moyenne, donne l'illusion de l'objectivité alors qu'en fait ce calcul est le plus souvent sans signification puisque « moyenne » entre réussites (situations maîtrisées par l'élève) et échecs (situations non maîtrisées) – il ne viendrait à l'idée de personne de déclarer « bon » un bateau qui ne coulerait qu'une fois sur six; s'il coule, il y a lieu de savoir pourquoi et de tenter d'y remédier –.

Ces deux facteurs jouent de telle manière que l'élève qui n'appartient pas au tiers des meilleurs en math de la classe n'est que très rarement en mesure de

maîtriser totalement les «outils mathématiques» qui lui sont proposés, même dans le contexte de situations simples, liés aux savoir-faire du programme minimum. Alors qu'il se trouve encore à l'étage de la découverte d'un outil, la classe doit passer – PROGRAMME OBLIGE – à l'étude d'un autre outil.

Dans son projet de livre du maître, l'équipe de rédaction des nouveaux ouvrages neuchâtelois met en évidence:

*L'élève apprend les mathématiques lorsque:*

*I Le maître donne l'occasion à l'enfant, le plus souvent possible, de développer ses multiples facultés pour vivre toutes les phases d'une recherche et acquérir ainsi le caractère et les aptitudes que cela nécessite.*

*II Par cette activité essentiellement, le maître permet à l'enfant d'acquérir de manière solide quelques outils mathématiques reconnus de base.*

Un enseignement entravé par un programme annuel ne permettant pas de consacrer le temps nécessaire aux activités de type I donnera peut-être l'illusion de la réussite – la plupart des élèves, au terme de leur 9<sup>e</sup> année, sachant refaire ce qu'ils ont déjà fait –, mais ne peut prétendre à une formation durable et à une efficacité minimum en situations non rencontrées préalablement. De plus, chez les élèves les moins doués de la classe, un tel enseignement n'aboutit le plus souvent qu'au néant.

La coordination romande (CIRCE I et II) est parvenue à donner aux enseignants des ouvrages sur lesquels s'appuyer pour une telle action. Reste, sans aucun doute, un gros travail au niveau de l'évaluation. Aux degrés 7, 8 et 9, certaines tentatives actuelles de plusieurs cantons sont prometteuses. Gageons qu'en une étape ultérieure, pas trop lointaine, la collaboration intercantonale à ce niveau saura jouer à nouveau son rôle.

Peut-être alors les résultats des Examens pédagogiques des recrues seront-ils à nouveau en mesure de rassurer enseignants et... banquiers.

F. Oberson

### **Avez-vous besoin de données pour vos problèmes ?**

Voici un texte, paru dans le journal «Le Monde» du 6 mai 1987, qui pourrait vous donner des idées...

#### *Lascaux respire*

La grotte de Lascaux a été fermée au public le 17 avril 1963. L'énorme afflux de visiteurs – 1000 par jour pendant l'été – a été la cause de la prolifération de micro-organismes et du développement de dépôts de calcite.

M. Claude Andrieux, du laboratoire souterrain du CNRS à Moulis (Ariège), a voulu savoir ce que dégageaient les 125 personnes qui défilaient dans Lascaux en une heure. Fondant ses calculs sur des recherches faites par la marine nationale pour les sous-marins, il est arrivé à des résultats surprenants.

*Suite page 14*

# Les molécules d'Archimède

par Frédéric Oberson

Je connaissais les lunules d'Hippocrate <sup>1</sup> mais je n'avais jamais entendu parler des molécules d'Archimède. Donc, pour moi, une petite découverte, que je dois à l'amitié d'un collègue, Gregor Wieland. En effet, il y a un an environ, il me signalait l'article «Archimedische Moleküle» de M. Peters et R. J. K. Stowasser, publié dans l'excellente revue allemande «*Mathematiklehren*».

D'emblée, il me parut intéressant d'aborder ce sujet dans le contexte LOGO. J'avais la responsabilité d'un cours à option au Cycle d'Orientation de Pèrolles, à Fribourg (élèves de 15 ans environ). J'ai donc proposé ce sujet à l'un des groupes d'étudiants du cours.

L'analyse de leur travail révèle un sujet de recherche intégrant parfaitement les deux types d'objectifs dont il est question dans la récente publication de l'IRD P «*L'ajustement des programmes expérimentaux de mathématique en Suisse romande*» <sup>2</sup>:

## 1. Objectifs du premier type

Objectifs concernant l'acquisition de démarches de la pensée et d'attitudes. Démarrer, vouloir comprendre / Explorer / Traiter des informations / Induire / Imaginer / Modifier pour permettre la résolution / Utiliser ses connaissances / Vouloir se convaincre ou convaincre autrui.

## 2. Objectifs du deuxième type

Objectifs relevant des chapitres particuliers, concernant les connaissances (techniques ou notions) mises en œuvre dans une activité de résolution de problèmes en mathématique.

## Qu'est-ce qu'une molécule d'Archimède? <sup>3</sup>

Réaliser une molécule d'Archimède consiste à réaliser un «pavage local» dans le plan en plaçant, autour d'un point P, sans superposition, n polygones convexes réguliers de manière:

- 1) que P soit un sommet commun à tous les polygones placés,
- 2) que deux polygones adjacents aient un côté commun dont l'une des extrémités est P et
- 3) qu'il existe toujours un disque de centre P entièrement recouvert par le pavage local.

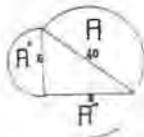
<sup>1</sup> Voir page 6 du présent numéro de Math-Ecole, tiré de *La mathématique dans la réalité* de E. Castelnuovo et Mario Barra, CEDIC 1908.

<sup>2</sup> Publication du Groupe pour l'Ajustement des Programmes de mathématique (réf. 87.401).

<sup>3</sup> Dénomination due à une certaine analogie avec la situation des corps archimédiens, dans l'espace (voir page 9 du présent numéro de Math-Ecole).

# EXTENSIONS du THEOREME de PYTHAGORE à des FIGURES CURVILIGNES

je calcule :



$$A = 25\pi : 2 = 12,5\pi$$

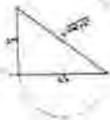
$$A' = 9\pi : 2 = 4,5\pi$$

$$A'' = 16\pi : 2 = 8\pi$$

je découvre que

$$A = A' + A''$$

Cette propriété est-elle toujours valable ?



$$A = (a^2 + b^2) \pi : 2$$

$$A' = a^2 \pi : 2$$

$$A'' = b^2 \pi : 2$$

Elle est toujours valable

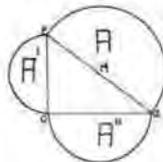
$$A = A' + A''$$

# LES LUNULES d'HIPPOCRATE de COS (400 av. J.C.)

Hippocrate est le premier à avoir découvert qu'il y a des figures curvilignes qui ont la même aire que des polygones.

Nous savons que :

$$A = A' + A''$$

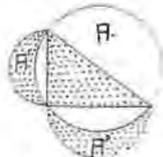


Maintenant, le grand demi-cercle est la moitié d'un cercle qui passe par O et cela parce que :

$$MO = MP = MQ$$

Ce dessin montre que :

- si j'enlève à A les 2 zones rouges hachurées, il reste le triangle.
- si j'enlève à A' et A'' les mêmes zones, il reste les 2 lunules blanches.

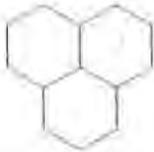


Donc : la somme des deux lunules est égale à l'aire du triangle.

- Suivant le nombre de polygones constitutifs (atomes), on parle de
- molécules d'Archimède à 3 atomes ( $n = 3$ ),
  - molécules d'Archimède à 4 atomes ( $n = 4$ ), etc.

Quelques exemples:

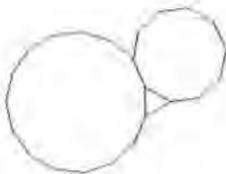
- a) *molécule à 3 atomes*  
3 hexagones



- b) *molécule à 4 atomes*  
2 triangles équilatéraux  
2 hexagones



- c) *molécule à 3 atomes*  
1 triangle équilatéral  
1 décagone  
1 polygone à 15 côtés



- d) *molécule à 5 atomes*  
3 triangles équilatéraux  
2 carrés



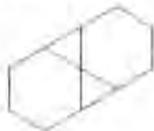
### Le problème:

**Combien peut-on réaliser de molécules d'Archimède?**

Plus précisément:

Combien peut-on réaliser de molécules d'Archimède *structurellement différentes*, c'est-à-dire définies par le choix des polygones constitutifs indépendamment de leur position autour du point P?

En ce sens, les deux réseaux suivants définissent la même molécule.



Essayons tout d'abord de nous faire une idée de la stratégie adoptée par le groupe d'étudiants, ceci à partir des enregistrements de leur disquette. Nous essayerons ensuite de clarifier totalement la situation en explicitant une démarche alternant la « réflexion papier-crayon » et la programmation LOGO.

## A) Le travail des étudiants <sup>1</sup>

Les consignes de travail étaient les suivantes:



### FICHE-PROJET (proposé)

no 1

---

**Les molécules d'Archimède**

---

**Archimède** (vers 287 - 212 av. J.-C.)

(Tâche de trouver un texte sur Archimède / photocopie à coller ci-dessous)

**A)** Voici un polygone régulier à huit côtés (un octogone)



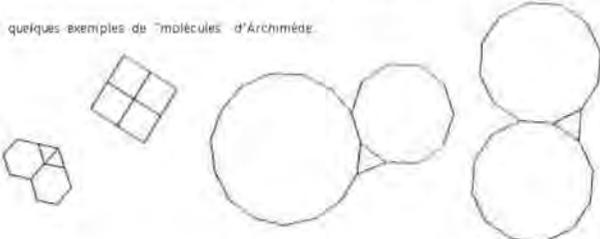
- Combien mesure l'angle intérieur  $\alpha$  ?
- Combien mesure l'angle intérieur  $\alpha$  d'un polygone régulier à  $n$  côtés ?

**Objectif no 1:** Crée une procédure **POLYG : N : C** réalisant n'importe quel polygone régulier à  $n$  côtés de longueur  $c$ . De plus, cette procédure devra afficher, dans la partie gauche de l'écran réservée au texte:

- le nombre de côtés du polygone
- la mesure de l'angle intérieur

**B)** Voici quelques exemples de "molécules" d'Archimède.



À ton avis, quelle pourrait bien être la définition d'une "molécule" d'Archimède ?

**Objectif no 2:** Crée les procédures réalisant les "molécules" d'Archimède présentées ci-dessus. La procédure devra, en plus, afficher, dans la partie texte, deux suites de nombres:

- la suite des nombres de côtés des polygones utilisés,
- la suite des mesures des angles intérieurs et leur somme.

Exemple pour la molécule



3 3 6 6
60 60 120 120 360

---

**Objectif no 3:** Combien existe-t-il de "molécules" d'Archimède ???

---

Ton estimation    une infinité    plus de 100    une dizaine    une trentaine

Vois avec tes camarades **quelle stratégie adopter pour régler ce problème ?**  
N'oublie pas que la tortue LOGO est toute à ton service.

Bonne chance!

<sup>1</sup> Travail réalisé de manière totalement autonome par trois étudiants du CO de Péroles, à Fribourg dont on me permettra de citer les noms: Emmanuel Henry, Stéphane Noël et Bruno Schwander.

Comme l'indique la liste ci-dessous, le travail s'est effectué en 5 séances.

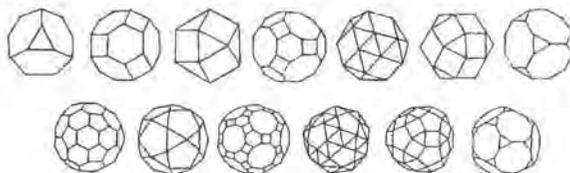
- deux séances de 45 minutes (19.03 / 26.03),
- trois séances de 75 minutes environ (25.03 / 01.04 / 08.04).

#### Enregistrements

fichier	taille	date de création
<b>MOL_13.LOGO</b>	2'496	<u>08/04/87</u> 13:09:17
<b>MOL_12.LOGO</b>	1'685	<u>01/04/87</u> 13:04:03
MOL_11.LOGO	1'803	01/04/87 13:26:14
MOL_10.LOGO	4'250	01/04/87 12:59:45
<b>MOL_09.LOGO</b>	1'225	<u>26/03/87</u> 11:50:47
MOL_08.LOGO	1'159	26/03/87 11:38:56
<b>MOL_07.LOGO</b>	1'022	<u>25/03/87</u> 11:38:12
MOL_06.LOGO	833	25/03/87 10:21:50
MOL_05.LOGO	572	25/03/87 11:02:42
MOL_04.LOGO	441	25/03/87 12:59:08
MOL_03.LOGO	345	25/03/87 12:50:16
MOL_02.LOGO	319	25/03/87 12:42:28
MOL_01.LOGO	310	19/03/87 11:56:42
Totaal	16'472	716 fichiers

#### Les corps d'Archimède

(tiré de «Le livre sur Phänomena» / Texte français)



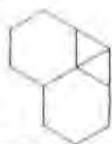
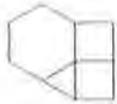
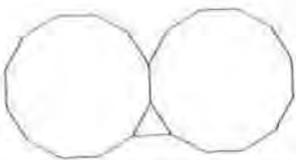
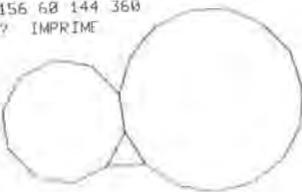
Archimède a généralisé le concept de polyèdre régulier ou corps platonicien: Le corps d'Archimède est fait également de polygones réguliers et égaux entre eux, mais différemment, de sorte que, par exemple, les faces sont des pentagones réguliers et des triangles équilatéraux. Dans les corps d'Archimède, les arêtes ont bien toutes la même longueur, puisque les différents polygones réguliers ont tous des arêtes communes. Archimède trouva dix corps dont les faces sont deux sortes de polygones réguliers et trois dont les faces sont trois sortes de polygones réguliers. Le dénombrement d'Archimède est complet.

A partir d'un cube on peut obtenir un corps d'Archimède ou semi-régulier, en coupant les sommets du cube par les plans qui passent par les 3 points-milieux des arêtes concourantes trois à trois en chaque sommet. Ce corps d'Archimède comporte alors 6 carrés et 8 triangles équilatéraux. Si on le compare avec le cube, a-t-il plus ou moins d'axes de rotation et de plans de symétrie?

L'analyse de tous les enregistrements permet de suivre assez bien la progression des étudiants. On y décèle, en gros, 4 étapes principales.

1<sup>re</sup> étape: \* espace de travail **MOL\_07**, enregistré le 25 mars

**MOL\_07.LOGO, (25 mars 87)**

<p>Pour <b>MOLEC_04</b>            VE VT BC            EC [6 6 3 3] EC [120 120 60 60 360]            REP 6 [AV 30 GA 60]            GA 120            REP 6 [AV 30 GA 60]            DR 120            REP 3 [AV 30 DR 120]            DR 60            REP 3 [AV 30 DR 120]            LC FPOS [130 -130] BC            Fin</p>	<p>? MOLEFC_04            6 6 3 3            120 120 60 60 360            ? IMPRIME</p> 
<p>Pour <b>MOLEC_03</b>            VE VT BC            EC [4 4 3 6] EC [90 90 60 120 360]            REP 6 [AV 30 GA 60]            REP 4 [AV 30 DR 90]            GA 120            REP 3 [AV 30 GA 120]            GA 60            REP 4 [AV 30 GA 90]            LC FPOS [130 -130] BC            Fin</p>	<p>? MOLEEC_03            4 4 3 6            90 90 60 120 360            ? IMPRIME</p> 
<p>Pour <b>MOLEC_02</b>            VE VT BC            EC [12 3 12] EC [150 60 150 360]            REP 12 [AV 30 GA 30]            REP 12 [AV 30 DR 30]            DR 150            REP 3 [AV 30 DR 120]            LC FPOS [130 -130]            BC            Fin</p>	<p>? MOLEC_02            12 3 12            150 60 150 360            ? IMPRIME</p> 
<p>Pour <b>MOLEC_01</b>            VE VT BC            EC [15 3 10] EC [156 60 144 360]            REP 15 [AV 30 GA 24]            REP 3 [AV 30 DR 120] DR 60            REP 10 [AV 30 DR 36]            LC FPOS [130 -100] BC            Fin</p>	<p>? MOLEC_01            15 3 10            156 60 144 360            ? IMPRIME</p> 

```

Pour POLY :N :L
RELIE :A 360 / :N RELIE :Z 180 - :A VE VT TAPE [COTE:] EC :N TAPE [ANGLE
INT:] EC[:Z LC FPOS [147 D] 8C
REP :N [AV :L GA 360 / :N]
Fin

? POLY 11 45
COTE:11
ANGLE INT:147 273
? IMPRIME

? POLY 12 40
COTE:12
ANGLE INT:150
? IMPRIME

```

- \* les objectifs n° 1 et n° 2 sont atteints, mais la procédure POLY n'est pas utilisée pour la réalisation des molécules demandées.

2<sup>e</sup> étape: \* espace de travail MOL\_09, enregistré le 26 mars

#### MOL\_09.LOGO (28 mars 87)

(L'enregistrement MOL\_09 comprend naturellement le contenu de MOL\_07, non repris ici.)

```

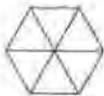
Pour MP3 :A :B :C
VT VE
POLY :A
POLY :B
POLY :C
CACHETORTUE
Fin

? MP3 7 8 9
COTE:7
ANGLE INT:128 571
COTE:8
ANGLE INT:135
COTE:9
ANGLE INT:140
? IMPRIME

? MP3 5 5 10
COTE:5
ANGLE INT:100
COTE:5
ANGLE INT:100
COTE:10
ANGLE INT:144
? IMPRIME

? MP3 8 9 10
COTE:8
ANGLE INT:135
COTE:9
ANGLE INT:140
COTE:10
ANGLE INT:144
? IMPRIME

```

<pre> Pour MOLEC_05 :A :B :C :D :E :F VE VT POLY :A POLY :B POLY :C POLY :D POLY :E POLY :F CACHETORTUE Fin </pre>	<pre> ? MOLEC_05 3 3 3 3 3 3 COTE 3 ANGLE INT:60 ? IMPRIME </pre> 
<pre> Pour POLY :N RELIE :A 360 / :N RELIE :Z 180 - :A TAPE [COTE_:1 EC :N TAPE [ANGLE INT:1 EC :Z REP :N [AV 40 GA 360 / :N] GA :Z Fin </pre>	<pre> ? POLY 9 COTE 3 ANGLE INT:140 ? IMPRIME </pre> 

\* la procédure **POLY** est modifiée de manière à ne garder qu'un seul paramètre, le nombre de côtés. Tous les polygones dessinés avec POLY auront leurs côtés mesurant 40 pas de tortue. La procédure POLY est utilisée pour tenter de créer des outils de recherche:

MP3 pour trouver des molécules à trois atomes,  
MOLEC\_05 pour en trouver à 3, 4, 5 ou 6 atomes à condition de modifier la procédure dans l'éditeur LOGO.

## Slogan

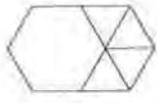
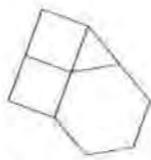
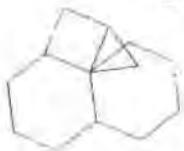
C'est déjà assez embêtant de venir à l'école, s'il faut encore s'y ennuyer...

Jacques Charpentreau  
Le Bêtisier  
Renard poche 1983

3<sup>e</sup> étape: \* espace de travail **MOL\_12**, enregistrée le 1<sup>er</sup> avril

**MOL\_12.LOGO (1. avril 87)**

(MOL\_12 contient les enregistrements précédents mais MOL\_07 et MOL\_09 ont été effacés.)

<pre> Pour ANGLE :A RELIE "B 180 - :A RELIE "C 360 / :B EC :C Fin </pre>	<pre> ? MP5 6 3 3 3 3 COTE :6 ANGLE INT :120 COTE :3 ANGLE INT 60 TOTAL :360 ? IMPRIME </pre>	<pre> ? MP5 3 3 3 4 5 COTE :3 ANGLE INT :60 COTE :3 ANGLE INT :60 COTE :3 ANGLE INT :60 COTE :4 ANGLE INT :90 COTE :5 ANGLE INT :100 TOTAL :378 ? IMPRIME </pre>
<pre> Pour MP5 :A :B :C :D :E VT VE POLY :A RELIE "N :Z POLY :B RELIE "M :Z POLY :C RELIE "P :Z POLY :D RELIE "Q :Z POLY :E RELIE "W :Z RELIE "G :M + :N + :P + :Q + :W TAPE [TOTAL:] EC :G CACHETORTUE Fin </pre>		
<pre> Pour MP4 :A :B :C :D VT VE POLY :A RELIE "N :Z POLY :B RELIE "M :Z POLY :C RELIE "P :Z POLY :D RELIE "Q :Z RELIE "G :M + :N + :P + :Q TAPE [TOTAL:] EC :G CACHETORTUE Fin </pre>	<pre> ? MP4 6 3 4 4 COTE :6 ANGLE INT :120 COTE :3 ANGLE INT :60 COTE :4 ANGLE INT :90 COTE :4 ANGLE INT :90 TOTAL :360 ? IMPRIME </pre>	
	<pre> ? MP4 3 4 6 6 COTE :3 ANGLE INT :60 COTE :4 ANGLE INT :90 COTE :6 ANGLE INT :120 COTE :6 ANGLE INT :120 TOTAL :390 ? IMPRIME </pre>	

<pre> Pour MP3 :A :B :C VT VE POLY :A RELIE "N :Z POLY :B RELIE "M :Z POLY :C RELIE "P :Z RELIE "G "M" :N * :P TAPE (TOTAL) FC :G CACHETORTUE FIN </pre>		<pre> ? MP3 12 4 6 COTE 12 ANGLE INT 150 COTE 4 ANGLE INT 90 COTE 6 ANGLE INT 120 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre>
--	---	--

\* Cette fois les outils de recherche sont au point:

**MP3** pour trouver des molécules à trois atomes,

**MP4** pour en trouver à quatre atomes,

**MP5** pour en trouver à cinq atomes.

**ANGLE** ne sert à rien.

L'intention était sans doute d'obtenir

Pour ANGLE :N

RELIE "B 360 / :N

RELIE "C 180 - :B

FIN

### Avez-vous besoin de données pour vos problèmes?

(Suite de la page 4)

En une heure, un être humain «moyen» (72 kilos, 1,70 mètre) se livrant à un travail «moyen» (la visite de la grotte) inhale et exhale 600 litres d'air, consomme 20 à 25 litres d'oxygène, dégage 20 à 25 litres de gaz carbonique, 30 grammes de vapeur d'eau et 150 kilocalories.

Multipliés par 125, les chiffres atteignent des valeurs qui parlent d'elles-mêmes, surtout quand on sait que le volume de la grotte de Lascaux est d'environ 1500 mètres cubes: 75 000 litres d'air inhalés et exhalés; 2500 à 3000 litres d'oxygène consommés; quant aux «produits» dégagés, ils sont de 2500 à 3100 litres de gaz carbonique; 3,75 kilos de vapeur d'eau et 18 750 kilocalories. Cette chaleur équivaut à l'énergie nécessaire pour alimenter 225 ampoules de 100 watts pendant une heure.

Sans nul doute, l'équilibre interne de la grotte, préservé pendant quelque 15 000 ans, était totalement bouleversé par ses admirateurs...

Y. R.

4<sup>e</sup> étape: \* espace de travail **MOL\_13**, enregistré le 8 avril

**MOL\_13.LOGO (8 avril 87)**

(N'est reproduit ici que le "complémentaire" de MOL\_12.)

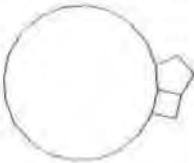
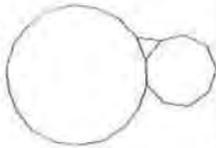
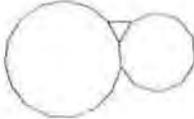
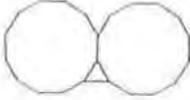
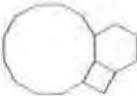
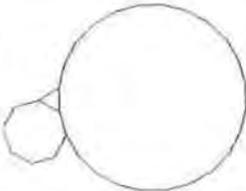
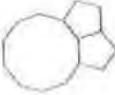
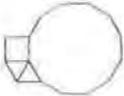
```

Pour MPB :A :B :C :D :E :F
VT VE
POLY :A
RELIE "N :Z
POLY :B
RELIE "M :Z
POLY :C
RELIE "P :Z
POLY :D
RELIE "Q :Z
POLY :E
RELIE "W :Z
POLY :F
RELIE "I :Z
RELIE "G :M + :N * :P * :Q + :W * :J
TAPE [TOTAL:] EC :G
CACHETORTUE
Fin

Pour A
ATTENDS 150 BEEP 3
Fin

Pour POLY :N
RELIE "A 360 / :N
RELIE "Z 180 - :A
TAPE {COTE:} EC :N TAPE {ANGLE INT:} EC :Z
REP :N [AV 20 GA 360 / :N]
GA :Z
Fin

Pour TOTAL
MP3 20 4 5 A
MP3 18 9 3 A
MP3 4 8 8 A
MP3 6 6 6 A
MP3 15 10 3 A
MP3 12 12 3 A
MP3 12 4 6 A
MP3 3 8 24 A
MP3 5 5 10 A
MP4 12 4 3 3 A
MP4 4 4 4 4 A
MP4 6 3 4 4 A
MP4 6 6 3 3 A
MP5 6 3 3 3 3 A
MP5 4 4 3 3 3 A
MP6 3 3 3 3 3 A
VE VT ECRANT
EC [CE SPECTACLE VOUS A ETE
PRESENTE PAR ]]
EC []
EC []
EC [-Bruno SCHWANDER]
EC [-Emmanuel HENRY]
EC [-Stéphane NOEL]
Fin
    
```

<p>? MP3 20 4 5  COTE:20  ANGLE INT:162  COTE:4  ANGLE INT:90  COTE:5  ANGLE INT:108  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 	<p>? MP3 18 9 3  COTE:18  ANGLE INT:168  COTE:9  ANGLE INT:144  COTE:3  ANGLE INT:60  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 
<p>? MP3 4 8 8  COTE:4  ANGLE INT:90  COTE:8  ANGLE INT:135  COTE:8  ANGLE INT:135  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 	<p>? MP3 6 6 6  COTE:6  ANGLE INT:120  COTE:6  ANGLE INT:120  COTE:6  ANGLE INT:120  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 
<p>? MP3 15 10 3  COTE:15  ANGLE INT:156  COTE:10  ANGLE INT:144  COTE:3  ANGLE INT:60  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 	<p>? MP3 12 12 3  COTE:12  ANGLE INT:150  COTE:12  ANGLE INT:150  COTE:3  ANGLE INT:60  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 
<p>? MP3 12 4 6  COTE:12  ANGLE INT:150  COTE:4  ANGLE INT:90  COTE:6  ANGLE INT:120  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 	<p>? MP3 3 8 24  COTE:3  ANGLE INT:60  COTE:8  ANGLE INT:135  COTE:24  ANGLE INT:165  TOTAL:360  IMPRIME</p> 
<p>? MP3 5 5 10  COTE:5  ANGLE INT:108  COTE:5  ANGLE INT:108  COTE:10  ANGLE INT:144  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 	<p>? MP4 12 4 3 3  COTE:12  ANGLE INT:150  COTE:4  ANGLE INT:90  COTE:3  ANGLE INT:60  COTE:3  ANGLE INT:60  TOTAL:360  ? IMPRIME</p> 

<pre> ? MP4 4 4 4 4 COTE 4 ANGLE INT:90 COTE 4 ANGLE INT:90 COTE 4 ANGLE INT:90 COTE 4 ANGLE INT:90 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre> 	<pre> ? MP4 6 3 4 4 COTE 6 ANGLE INT 120 COTE 3 ANGLE INT:60 COTE 4 ANGLE INT 90 COTE 4 ANGLE INT:90 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre> 
<pre> ? MP5 6 3 3 3 3 COTE 6 ANGLE INT 120 COTE 3 ANGLE INT 60 COTE 3 ANGLE INT:60 COTE 3 ANGLE INT:60 COTE 3 ANGLE INT:60 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre> 	<pre> ? MP4 6 6 3 3 COTE 6 ANGLE INT 120 COTE 6 ANGLE INT 120 COTE 3 ANGLE INT 60 COTE 3 ANGLE INT 60 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre> 
<pre> ? MP5 4 4 3 3 3 COTE 4 ANGLE INT 90 COTE 4 ANGLE INT 90 COTE 3 ANGLE INT:60 COTE 3 ANGLE INT 60 COTE 3 ANGLE INT 60 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre> 	<pre> ? MP6 3 3 3 3 3 3 COTE 3 ANGLE INT 60 COTE 3 ANGLE INT:60 COTE 3 ANGLE INT 60 COTE 3 ANGLE INT 60 COTE 3 ANGLE INT 60 TOTAL 360 ? IMPRIME </pre> 

- \* Réalisation de la procédure **TOTAL** qui rend compte du travail. L'inventaire, présenté sous forme d'une projection de 17 «dias», comporte 16 molécules d'Archimède (structurellement différentes).

## B) A nous maintenant! L'inventaire est-il complet?

L'article de Peters et Stowasser comprenait deux programmes. Le premier destiné à une TI 59 et le second, en BASIC, que je reproduis ci-dessous.

```

5 Open File(1),"#printer",5
10 A1=0
20 A2=0
30 A3=3
40 A4=3
45 Print File(1), "Les molécules d'Archimède"
46 Print File(1), "*****"
47 Print File(1), " "

```

```

49 Print File(1), "3", "3", "3", "3", "3", "3"
50 C=1/A3 + 1/A4 - .5
60 IF A2=D Then Goto 100
70 C=C + 1/A2 - .5
80 IF A1=D Then Goto 100
90 C=C + 1/A1 - .5
100 IF D=0 Then Goto 210
110 C=-1/D + 1000 - 1000
120 D=Int(C)
130 IF C<>D Then Goto 150
135 IF C=3 Then Goto 200
140 Print File(1), A1,A2,A3,A4,I
150 IF C>A4 Then Goto 210
160 IF C>A3 Then Goto 230
170 IF A2=D Then Goto 270
180 IF C>A2 Then Goto 290
190 IF A1=D Then Goto 260
200 Close File(1) : Stop
210 A4=A4+1
220 Goto 50
230 A3=A3+1
240 A4=A3
250 Goto 50
260 A1=3
270 A2=2
280 A2=A2+1
290 A3=A2
300 Goto 240
310 End

```

Faisons fonctionner ce programme. Nous obtenons.

Les molécules d'Archimède  
 +\*\*\*\*\*+

3	3	3	3	3	5
0	0	3	7	42	
0	0	3	6	24	
0	0	3	9	18	
0	0	3	10	15	
0	0	3	12	12	
0	0	4	5	20	
0	0	4	6	12	
0	0	4	6	6	
0	0	5	5	10	
0	0	6	6	6	
0	3	3	4	12	
0	3	3	6	6	
0	3	4	4	6	
0	4	4	4	4	
3	3	3	3	6	
3	3	3	4	4	

On constate qu'une molécule à 3 atomes manque à l'inventaire des étudiants. En manque-t-il d'autres? Pour répondre à cette question, nous pourrions étudier le programme BASIC ci-dessus et nous assurer qu'aucun cas n'échappe à son investigation. Je propose plutôt de mener une réflexion de style «papier-crayon» et de recourir, le cas échéant, à la programmation LOGO.

#### Remarque préalable

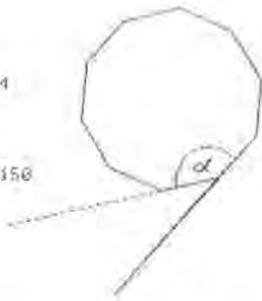
Il est évident qu'une molécule d'Archimède est constituée:

- au plus, de 6 atomes (*un seul cas*: 6 triangles équilatéraux),
- au moins, de 3 atomes (*plusieurs cas*, exemples: 3 hexagones, ...)

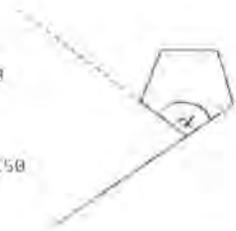
#### La mesure de l'angle intérieur d'un polygone convexe régulier

Lorsqu'on réalise, en LOGO, un tel polygone, on donne n fois l'ordre d'avancer de x pas de tortue et de tourner de 360/n degrés à droite ou à gauche.

? poly 10  
 COTE 10  
 ANGLE INT:144  
 ? ou 150  
 ? re 110  
 ? dr 36  
 ? Fic 21 ou 150  
 ? imprime



? ue  
 ? poly 5  
 COTE 5  
 ANGLE INT:108  
 ? ou 150  
 ? re 110  
 ? dr 72  
 ? Fic 21 ou 150  
 ? imprime



Donc, l'angle intérieur d'un polygone régulier, convexe, à  $n$  côtés mesure

$$180 - 360/n \text{ degrés.}$$

### L'inventaire des molécules à 3 atomes

Il n'y a naturellement pas de molécules triatomiques comprenant 2 triangles équilatéraux ( $P_3$ ) car

avec  $P_3$  et  $P_3$  le 3<sup>e</sup> polygone devrait avoir un angle intérieur mesurant plus de 180 degrés [ $360 - 2 \cdot 60 > 180$ ].

Le premier couple d'atomes intéressant est constitué d'un triangle équilatéral ( $P_3$ ) et d'un heptagone ( $P_7$ ). En effet,

avec  $P_3$  et  $P_4$ :  $360 - (60 + 90) > 180$

avec  $P_3$  et  $P_5$ :  $360 - [60 + (180 - 360/5)] = 360 - 168 > 180$

avec  $P_3$  et  $P_6$ :  $360 - (60 + 120) = 180$

avec  $P_4$  et  $P_4$ :  $360 - 180 = 180$

avec  $P_3$  et  $P_7$ :  $360 - [60 + (180 - 360/7)] = 120 + 360/7 = 171 + 3/7 < 180$

Il suffit de contrôler s'il existe un nombre entier  $n$  tel que

$$180 - 360/n = 171 + 3/7$$

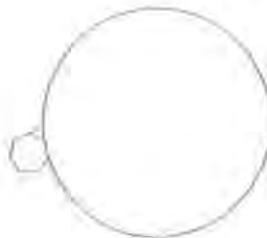
$$180 - 171 - 3/7 = 360/n$$

$$60/7 = 360/n$$

$$n = 360 \cdot 7 / 60 = 6 \cdot 7 = 42$$

On trouve précisément la molécule oubliée par les étudiants ( $P_3, P_7, P_{42}$ )

? LC FPOS (-120 0) BC  
 ? MP3 3 7 42  
 COTE 3  
 ANGLE INT:60  
 COTE 7  
 ANGLE INT:128 571  
 COTE 42  
 ANGLE INT:171 429  
 TOTAL:360  
 ? IMPRIME



En résumé, pour trouver les molécules triatomiques, on peut se donner deux atomes ayant respectivement  $A_3$  et  $A_4$  côtés<sup>1</sup> et chercher le nombre  $x$  de côtés du troisième atome. On doit donc avoir

$$\begin{aligned} 180 - 360/A_3 + 180 - 360/A_4 + 180 - 360/x &= 360 \\ 180 - (360/A_3 + 360/A_4 + 360/x) &= 0 \\ 1/2 - (1/A_3 + 1/A_4 + 1/x) &= 0 \\ - 1/x &= (1/A_3 + 1/A_4) - 0.5 \end{aligned}$$

Il s'agit donc de résoudre cette dernière équation à une inconnue  $x$ , dans l'ensemble  $\mathbb{N}$  des naturels. La procédure suivante

```

Pour A3_A4_X :A3 :A4
RELIE "CCC SOMME 1 / :A3 1 / :A4
RELIE "CC :CCC = .5
SI NON :CC < 0 [A3_A4_X :A3 :A4 * 1]
RELIE "C 0. - 1 / :CC + 1000 - 1000
RELIE "D ENTIER :C
SI :C = :D [BEEP 3 TAPE :A3 TAPE "___ TAPE :A4 TAPE "___ EC :D]
SI :C < :A4 [STOP]
A3_A4_X :A3 :A4 * 1
Fin

```

utilisée successivement avec les couples de paramètres (3,7) (4,5) (5,5) et (6,6) permet donc d'inventorier les molécules triatomiques.

#### *L'inventaire des molécules à 4 atomes*

De manière analogue, on peut se donner trois polygones ayant respectivement  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  côtés et chercher le nombre  $x$  de côtés du quatrième polygone. On devra donc avoir

$$180 - 360/A_2 + 180 - 360/A_3 + 180 - 360/A_4 + 180 - 360/x = 360$$

et donc résoudre l'équation suivante dans  $\mathbb{N}$

$$-1/x = 1/A_2 + 1/A_3 + 1/A_4 - 1$$

La procédure **A2\_A3\_A4\_X** (ci-dessous) utilisée successivement avec, comme paramètres, les triplets (3,3,4) (3,4,4) et (4,4,4) permet d'obtenir toutes les molécules à 4 atomes.

```

Pour A2_A3_A4_X :A2 :A3 :A4
RELIE "CCC SOMME 1 / :A2 SOMME 1 / :A3 1 / :A4
RELIE "CC :CCC = 1
SI NON :CC < 0 [A2_A3_A4_X :A2 :A3 :A4 * 1]
RELIE "C 0. - 1 / :CC + 1000 - 1000
RELIE "D ENTIER :C
SI :C = :D [BEEP 3 TAPE :A2 TAPE "___ TAPE :A3 TAPE "___ TAPE :A4 TAPE "___ EC :D]
SI NON :C < :A4 [A2_A3_A4_X :A2 :A3 :A4 * 1]
Fin

```

<sup>1</sup> C'est dans le but de faciliter la comparaison des programmes LOGO avec le programme BASIC reproduit plus haut que nous avons gardé les lettres indicées  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  pour désigner le nombre de côtés des polygones.

### L'inventaire des molécules à 5 atomes

$P_3, P_3, P_3, P_3, P_4$	$4 \cdot 60 + 90$
$P_3, P_3, P_3, P_3, P_5$	$4 \cdot 60 + 108$
$P_3, P_3, P_3, P_3, P_6$	$4 \cdot 60 + 120 = 360$
$P_3, P_3, P_3, P_4, P_4$	$3 \cdot 60 + 2 \cdot 90 = 360$

Toute autre combinaison de 5 atomes donne évidemment un total supérieur à 360 degrés. Donc il n'y a que deux molécules de ce type.

En conséquence, le petit programme suivant assure un inventaire complet de toutes les molécules d'Archimède.

```
Pour MOL_ARCH
EC [Les molécules d'Archimède]
EC [ ]
3_DU_4_ATOMES
EC "3_3_3_3_6
EC "3_3_3_4_4
EC "3_3_3_3_3_3
Fin
```

```
Pour 3_DU_4_ATOMES
R3_R4_X 3 7
R3_R4_X 4 5
R3_R4_X 5 5
R3_R4_X 6 6
R2_R3_R4_X 3 3 4
R2_R3_R4_X 3 4 4
R2_R3_R4_X 4 4 4
Fin
```

En effet, il nous donne

### Les molécules d'Archimède

3_7_42	6_6_6
3_8_24	3_3_4_12
3_9_18	3_3_6_6
3_10_15	3_4_4_6
3_12_12	4_4_4_4
4_5_20	3_3_3_3_6
4_6_12	3_3_3_4_4
4_8_8	3_3_3_3_3_3
5_5_10	?

### Conclusion

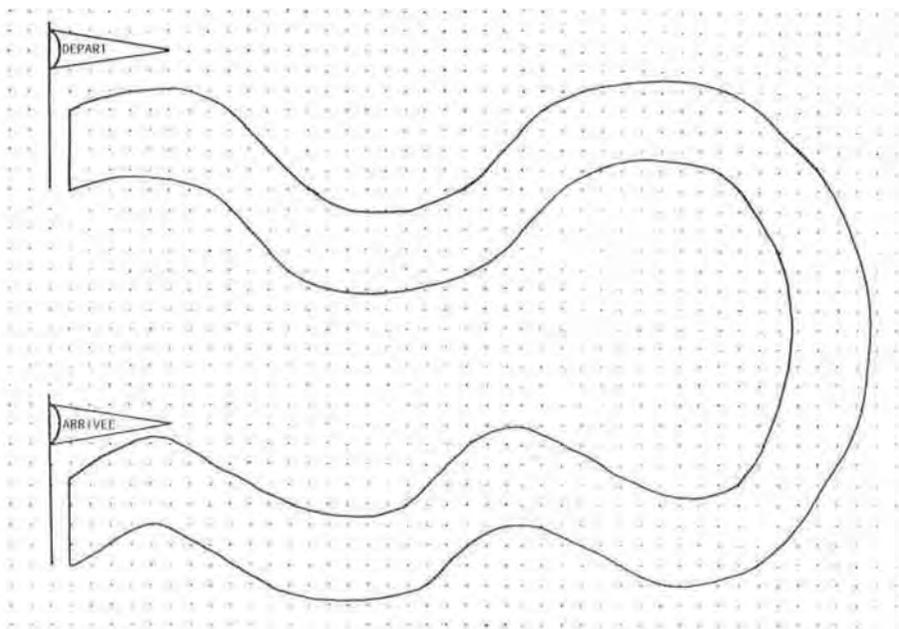
17 molécules, plus précisément, 17 types de molécules d'Archimède! N'est-on pas un peu surpris de les trouver si peu nombreux? Les étudiants concernés par ce travail m'ont avoué l'avoir été.

Pour ma part, il me semble que cette petite étude est tout à fait capable de susciter, chez le professeur comme chez les étudiants, un peu de cet étonnement et de cette admiration qu'on ressent forcément, par exemple, lorsqu'on découvre qu'il n'y a que cinq polyèdres réguliers.



# La course automobile (2, 3, 4 joueurs)

par Marcelle Goerg



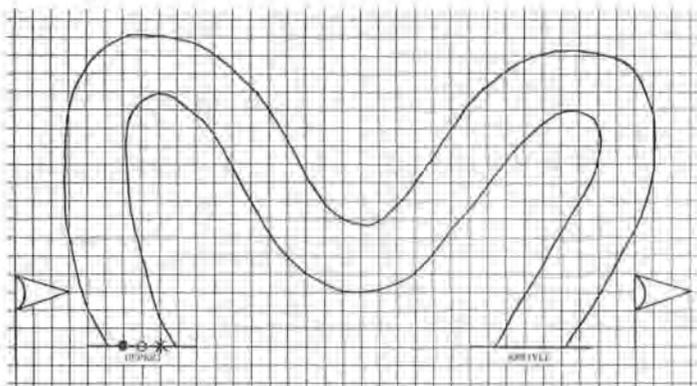
## But

Réaliser une course de vitesse sur une piste dessinée, en faisant intervenir les contraintes d'accélération et de freinage.

## Matériel

Une feuille de papier quadrillé ou pointillé, un crayon de couleur différente pour chaque joueur.

Sur un papier quadrillé.



Sur un réseau à points ou un quadrillage, tracer une piste, large d'autant de places qu'il y a de joueurs, délimitée par 2 traits (cf modèle), comportant des tronçons rectilignes et des tronçons courbes, ainsi qu'une ligne de DEPART et une ligne d'ARRIVEE.

Sur ce tracé se déplacent 2 ou 3 automobiles, chacune conduite par son joueur et représentée à chacun de ses déplacements par un trait et un point. Chaque joueur utilise une couleur différente.

Les places des joueurs sur la ligne de départ sont tirées au sort. Chacun joue à son tour, ajoutant un segment à son parcours, avec le crayon de sa couleur.

### Règle

Chaque joueur, à son premier tour, trace un *segment unité*, vers l'avant.

Ensuite, pour chaque joueur, chaque nouveau déplacement

- 1° ne doit pas avoir une longueur qui diffère de celle du précédent de *plus d'une unité*,
- 2° doit changer d'orientation de *moins de 90°*, sauf si le segment précédent était de 1, (  ou  ), auquel cas un angle de 90° est permis.



Les trajectoires peuvent se croiser, mais deux voitures ne peuvent se trouver sur le même point.

Une voiture qui touche ou franchit la bordure est disqualifiée, *le joueur a perdu*.

Le *vainqueur* est le premier joueur atteignant la ligne d'arrivée.



J. A.

1211 GENEVE 6

MONSIEUR  
FRANÇOIS JAQUET  
RECORNÉ 21  
2300 LA CHAUX-DE-FONDS

TABLE DES MATIÈRES

Editorial, <i>F. Oberson</i> .....	1
Les molécules d'Archimède, <i>F. Oberson</i> .....	5
La course automobile, <i>M. Goerg</i> .....	23

**Fondateur:** Samuel Roller

**Comité de rédaction:**

MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Délez, M. Ferrario, F. Jaquet, Y. Michlig, F. Oberson, D. Poncet.

**Rédacteur responsable:** R. Hutin

**Abonnements:**

Suisse: F 15.—, Etranger F 17.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

**Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983**